Общероссийский математический портал

М. Н. Саушкин, Е. А. Просвиркина, О. С. Афанасьева, Релаксация остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое цилиндрического образца при совместном действии статических и циклических нагрузок в условиях ползучести, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2006, выпуск 43, 112–116

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu460>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.84.234.179

26 апреля 2023 г., 14:19:31

3. Кузнецов В. А. Ползучесть стохастически неоднородных сред в условиях плоского напряженного состояния // В сб.: Математическая физика. — Куйбышев: КнТИ, 1976. — С. 69–74.
4. Попов Н. Н., Самарин Ю. П. Пространственная задача стационарной ползучести стохастически неоднородных сред // ПМТФ, 1985. — № 2. — С. 150–155.
5. Попов Н. Н., Самарин Ю. П. Исследование полей напряжений вблизи границы стохастически неоднородной полуплоскости при ползучести // ПМТФ, 1988. — № 1. — С. 159–164.
6. Радченко В. П., Попов Н. Н. Статистические характеристики полей напряжений и деформаций при установившейся ползучести стохастически неоднородной плоскости // Изв. вузов. Машиностроение. — 2006. — № 2. — С. 3–11.
7. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Прикладные задачи теории вероятностей. — М.: Радио и связь, 1983. — 416 с.
8. Пугачев В. С. Теория вероятностей и математическая статистика. — М.: Физматлит, 2002. — 496 с.

Поступила 23.10.2006 г.

УДК 539.376 + 621.787

М. Н. Саушкин, Е. А. Просвиркина, О. С. Афанасьева

РЕЛАКСАЦИЯ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ПОВЕРХНОСТНО УПРОЧНЁННОМ СЛОЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ОБРАЗЦА ПРИ СОВМЕСТНОМ ДЕЙСТВИИ СТАТИЧЕСКИХ И ЦИКЛИЧЕСКИХ НАГРУЗОК В УСЛОВИЯХ ПОЛЗУЧЕСТИ

Проведён анализ деформирования цилиндрического образца под действием нагрузки с циклической составляющей. Показано, что циклическая компонента интенсифицирует скорость деформации ползучести и приводит к более быстрому разрушению образца по сравнению с квазистатическим нагружением. Исследовано влияние циклической компоненты нагружения и на кинетику остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое цилиндрического образца при ползучести. Показано, что циклическая компонента интенсифицирует процесс релаксации остаточных напряжений.

Введение. Большинство краевых задач механики сплошной среды о неупругом реологическом деформировании и разрушении элементов конструкций решается в квазистатической постановке, т. е. считается, что нагрузки, действующие на конструкцию постоянны во времени или изменяются согласно какому-то известному закону (заданной программе нагружения). Однако при эксплуатации большинства конструкций на статическую составляющую тензора напряжений накладываются циклические «флуктуации» нагрузок с малой амплитудной составляющей по отношению к квазистатической нагрузке, которые, на первый взгляд, не меняют общей картины процесса нагружения, поскольку средняя интегральная характеристика нагрузки в зависимости от времени не меняется. Подходы, использующие средние интегральные или эквивалентные напряжения, широко используются в теории ползучести и длительной прочности. Однако на самом деле влияние циклических нагрузок даже малой амплитуды может вызвать существенное увеличение деформации ползучести (без учёта усталостных эффектов!). В настоящей работе рассчитывается кинетика остаточных напряжений в поверхности упрочнённого слоя цилиндрического образца с учётом циклической компоненты нагружения. Расчёт производится по методике, изложенной в работах [1, 2]. Суть данной методики заключается в том, что производится декомпозиция задачи о кинетике остаточных напряжений в слое на две краевые задачи. В процессе решения первой краевой задачи определяется напряжённо-деформированное состояние цилиндрического образца при ползучести без учёта упрочнённого слоя. Во второй краевой задаче исследуется кинетика остаточных напряжений в упрочнённом слое в режиме «жёсткого» нагружения при заданных значениях компонент тензоров деформаций, которые определяются из решения первой краевой задачи.

Согласно данной методике рассматривается напряжённо-деформированное состояние цилиндрического образца в условиях ползучести при растягивающем напряжении, закон изменения которого имеет вид:

$$\sigma(t) = \sigma_0 + \sigma_a \sin \omega t, \quad (1)$$

где $\sigma_0 = \text{const}$ — статическая составляющая напряжения; $\sigma_a = \text{const}$ — амплитудное значение циклической компоненты; ω — частота нагружения ($\sigma_a < \sigma_0$).

1. Влияние циклической компоненты нагружения на развитие деформаций ползучести цилиндрического образца. Предположим (для простоты дальнейших выкладок), что материал стержня удовлетворяет закону установившейся ползучести

$$\dot{\epsilon} = a \sigma^n, \quad (2)$$

где a, n — константы материала.

Найдём среднюю интегральную величину напряжения (1) на интервале времени $[0, t^*]$, где $t^* \gg T$, где $T = \frac{2\pi}{\omega}$ — период синусоидального цикла. Имеем

$$\sigma_{\text{инт}} = \frac{1}{t^*} \int_0^{t^*} (\sigma_0 + \sigma_a \sin \omega t) dt = \sigma_0 - \frac{\cos \omega t^* - 1}{\omega t^*}.$$

Учитывая, что $\lim_{t^* \rightarrow \infty} \frac{\cos \omega t^* - 1}{\omega t^*} = 0$, из последнего соотношения для больших t^* имеем $\sigma_{\text{инт}} \equiv \sigma_0$, т. е. действительно среднее интегральное значение напряжения практически остаётся постоянным.

Проанализируем, каким образом изменяется зависимость для деформации ползучести при квазистатическом и неквазистатическом (с наличием циклической компоненты) нагружениях. Во-первых, для квазистатического нагружения при $\sigma(t) = \sigma_0 = \text{const}$ ($\sigma_a = 0$) из (2) имеем

$$p_0(t) = a(\sigma_0)^n t. \quad (3)$$

Во-вторых, для напряжения (1) при $t \gg T$ из (1) и (2) имеем следующую оценку для деформации ползучести $p^*(t)$:

$$\begin{aligned} p^*(t) &= a \int_0^t (\sigma_0 + \sigma_a \sin \omega z)^n dz = a \sigma_0^n \int_0^t \left(1 + \frac{\sigma_a}{\sigma_0} \sin \omega z \right)^n dz = \\ &= a \sigma_0^n \int_0^t \left(1 + n \frac{\sigma_a}{\sigma_0} \sin \omega z + \frac{n(n-1)}{2} \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_0} \right)^2 \sin^2 \omega z + \dots \right) dz = \\ &= a \sigma_0^n t \left[1 - n \frac{\sigma_a}{\sigma_0} \frac{\cos \omega z - 1}{\omega t} + \frac{n(n-1)}{2} \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_0} \right)^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{\sin 2\omega z}{4t} \right) + \dots \right]. \quad (4) \end{aligned}$$

В процессе преобразований в выражении (4) учитывалось, что $A = \frac{\sigma_a}{\sigma_0}$ является малой величиной, и в разложении в ряд Тейлора в подынтегральном выражении третьей степень величины A пренебрегали.

Учитывая, что $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\cos \omega t - 1}{\omega t} = 0$, $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\sin 2\omega t}{4t} = 0$, соотношению (4) можно придать вид

$$p^*(t) = a \sigma_0^n t \left[1 + \frac{n(n-1)}{4} \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_0} \right)^2 \right] = p_0(t) \left[1 + \frac{n(n-1)}{4} \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_0} \right)^2 \right]. \quad (5)$$

В таблице приведены значения отношения

$$\frac{p^*(t)}{p_0(t)} = 1 + \frac{n(n-1)}{4} \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_0} \right)^2 \quad (6)$$

в зависимости от показателя нелинейности установившейся ползучести n и коэффициента A . Как следует из данных таблицы, наблюдается существенное увеличение деформации ползучести при наложении на статическую компоненту циклических нагрузок, особенно для больших показателей нелинейности n . Отсюда следует, что циклическая компонента в (1) интенсифицирует процесс ползучести. Следует отметить, что аналогичные результаты получены для треугольного, прямоугольного и трапециидального циклов компоненты σ_a .

Значения отношения $\frac{p^*(t)}{p_0(t)}$ в зависимости от коэффициентов n и A

$A \backslash n$	3	5	7	10	15
0,025	1,0009	1,0031	1,0066	1,0141	1,0328
0,05	1,0038	1,0125	1,0263	1,0563	1,1313
0,1	1,0150	1,050	1,1050	1,2250	1,5250
0,15	1,0338	1,1125	1,2363	1,5063	2,1813
0,2	1,06	1,20	1,42	1,90	3,10

Можно предположить, что циклическая составляющая нагружения будет существенно влиять и на релаксацию напряжений в упрочнённом слое цилиндрического образца.

Влияние циклической компоненты на кинетику остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое цилиндрического образца. Принципиально задача о релаксации остаточных напряжений в упрочнённом слое цилиндрического образца при растяжении силой с наличием циклической компоненты решается так же, как для квазистатической нагрузки [1], и состоит из трёх самостоятельных задач:

1) восстановление начального напряжённо-деформированного состояния в поверхностно упрочнённом слое по одной экспериментально замеренной компоненте тензора остаточных напряжений по толщине слоя;

2) расчёт напряжённо-деформированного состояния всей конструкции при ползучести без учёта упрочнённого слоя;

3) расчёт кинетики остаточных напряжений в поверхностном слое в режиме «жёсткого» нагружения (при заданных значениях компонент тензора деформаций на поверхности элемента конструкции, которые определяются из решения второй краевой задачи).

В качестве примера расчёта по предложенной методике приведём типичные результаты, полученные для цилиндра из сплава ЭИ 698 при $T = 700^\circ\text{C}$.

Рис. 1. Распределение окружной $\sigma_\theta^{\text{res}}$ и осевой σ_z^{res} компонент остаточных напряжений по глубине упрочнённого слоя

Исходными данными для расчёта кинетики остаточных напряжений в упрочнённом слое цилиндра является распределение полей остаточных напряжений и пластических деформаций, образующихся в этом слое после процедур упрочнения. Эти данные могут быть получены на основании решения первой задачи. На рис. 1 приведены распределения окружной $\sigma_\theta^{\text{res}}$ и осевой σ_z^{res} компонент по глубине $h = a - r$ упрочнённого слоя в рамках методики и введённых

гипотез работы [1]. Здесь a — радиус цилиндра, r — текущее значение радиуса ($0 \leq r \leq a$). Распределение радиальной компоненты σ_r^{res} на рис. 1 не приведено, так как в упрочнённом слое $\sigma_z^{\text{res}} ? \sigma_r^{\text{res}} \cong 0$ (см. [1]).

Решение второй задачи производится по аналогии с работой [1, 2] при законе изменения напряжения вида (1) на основании одноосной модели [2, 3]:

$$\epsilon(t) = e(t) + e^p(t) + p(t); \quad (7a)$$

$$e(t) = \frac{\sigma(t)}{E}; \quad (7b)$$

$$\mathcal{E}(t) = \begin{cases} 0, & \sigma(t) < \sigma_{\text{пр}}, \\ \lambda \left[a \left(\sigma(t) - \sigma_{\text{пр}} \right)^{n_1} - e^p(t) \right], & a \left(\sigma(t) - \sigma_{\text{пр}} \right)^{n_1} > e^p(t), \\ 0, & a \left(\sigma(t) - \sigma_{\text{пр}} \right)^{n_1} \leq e^p(t), \quad \sigma(t) \geq \sigma_{\text{пр}}; \end{cases} \quad (7c)$$

$$p(t) = \sum_k u_k(t) + \sum_k v_k(t) + w(t);$$

$$u_k(t) = \lambda_k \left[a_k \left(\frac{\sigma(t)}{\sigma_*} \right)^{n_2} - u_k(t) \right];$$

$$\mathcal{U}_k(t) = \begin{cases} \lambda_k \left[b_k \left(\frac{\sigma(t)}{\sigma_*} \right)^{n_2} - v_k(t) \right], & b_k \left(\frac{\sigma(t)}{\sigma_*} \right)^{n_2} > v_k(t), \\ 0, & b_k \left(\frac{\sigma(t)}{\sigma_*} \right)^{n_2} \leq v_k(t); \end{cases} \quad (7d)$$

$$\mathbf{E}(t) = c \left(\frac{\sigma(t)}{\sigma_*} \right)^{m_2};$$

$$\sigma(t) = \sigma^0(t)(1 + \omega(t)); \quad (8)$$

$$\mathbf{E}(t) = \alpha(\sigma^0(t)) \sigma(t) \mathbf{E}(t) + \gamma(e^p(t)) \sigma(t) \mathbf{E}(t). \quad (9)$$

Здесь ϵ — полная деформация; e и e^p — упругая и пластическая деформации соответственно; p — деформация ползучести; u , v , w — вязкоупругая, вязкопластическая и вязкая составляющие деформации p соответственно; σ^0 и σ — соответственно номинальное и истинное напряжения; E — модуль Юнга; λ_k , a_k , b_k , c , n_2 , m_1 , σ_* — константы модели, при помощи которых описываются первая и вторая стадии ползучести материала и её обратимая после разгрузки часть; γ и α — параметры модели, контролирующие процессы разупрочнения материала на пластической деформации и деформации ползучести соответственно; a , n_1 , λ — константы, описывающие диаграмму мгновенного деформирования; $\sigma_{пр}$ — предел пропорциональности; ω — скалярный параметр повреждённости. Параметры модели для ряда материалов приведены в работах [2, 3].

На рис. 2 представлены кривые ползучести для активной компоненты деформации $\epsilon_z(t)$, вычисленные при $\sigma(t) = \sigma_0 + \sigma_a \sin 2t$, где σ_0 — постоянная составляющая; σ_a — амплитуда циклической компоненты; время t измеряется в часах. Расчёт деформации ползучести $\epsilon_z(t)$ осуществлялся при значениях $\sigma_0 = 450$ МПа и $\sigma_a = \{30; 45; 60\}$ МПа. Поперечные деформации цилиндрического образца $\epsilon_r(t)$, $\epsilon_\theta(t)$ являются пассивными и образуются за счёт пуассоновского сужения материала. Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод, что нагрузка с циклической компонентой существенно влияет на деформирование и разрушение цилиндрического образца: увеличивается скорость, с которой протекает установившаяся ползучесть, и эта скорость тем выше, чем выше значение $A = \frac{\sigma_a}{\sigma_0}$; циклическая компонента интенсифицирует начало третьей стадии ползучести и приводит к более быстрому разрушению образца по сравнению с квазистатическим нагружением.

Р и с. 2. Кривые ползучести $p_z(t) = \epsilon_z(t) - \epsilon_z(0)$ с учётом третьей стадии для цилиндрического образца из материала ЭИ 698 при $T = 700$ °C при растягивающей нагрузке $\sigma_0 = 450$ МПа с циклической компонентой: 1 — $\sigma_a = 0$; 2 — $\sigma_a = 30$ МПа; 3 — $\sigma_a = 45$ МПа; 4 — $\sigma_a = 60$ МПа

По вычисленным деформациям цилиндрического образца решается основная задача — расчёт кинетики остаточных напряжений в режиме «жёсткого» нагружения (по заданным значениям компонент тензора деформаций). Кинетика остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое образца рассчитывается по соотношениям, приведённым в работах [1, 2]:

$$\sigma_i^{\text{res}}(r, t) = \frac{A_i(r, t)}{1 + \nu} + \nu \frac{A_r(r, t) + A_z(r, t) + A_\theta(r, t)}{(1 - 2\nu)(1 + \nu)}.$$

Здесь введены функции $A_i(r, t) = E[g_i(r, t) - f_i(r, t)]$, $g_i(r, t) = \epsilon_i(t) + \epsilon_i^0(r) - g_i(r)$, $f_i(r, t) = p_i^{\text{res}}(r, t) + e_i^{\text{p res}}(r, t)$, $i = r, z, \theta$ и следующие обозначения: $\epsilon_z(t)$ — полная осевая деформация цилиндрического образца, рассчитываемая с помощью определяющих уравнений для одноосного напряжённого состояния (7)–(9); ϵ_z^0 — величина полных остаточных осевых деформаций после процедуры поверхностного пластического деформирования; $q_z(r)$ — компонента остаточных пластических деформаций в поверхностно упрочнённом слое; $e_z^{\text{res}}(r, t)$ — компонента упругих деформаций; $p_z^{\text{res}}(r, t)$ — компонента деформации ползучести и $e_z^{\text{p res}}(r, t)$ — компонента пластических деформаций, рассчитываемая согласно схеме сложного напряжённого сос-

тояния [2, 3], аналогичной (7)–(9). При этом величины $e_z^{\text{res}}(r, t)$, $p_z^{\text{res}}(r, t)$ и $e_z^{p \text{ res}}(r, t)$ рассчитываются через напряжения $\sigma_z^{\text{res}}(r, t)$, $\sigma_\theta^{\text{res}}(r, t)$ и $\sigma_r^{\text{res}}(r, t)$ в поверхностном слое.

В качестве примера, на рис. 3 приведены результаты расчета кинетики осевой σ_z^{res} компоненты тензора остаточных напряжений на поверхности образца (упрочненного слоя) при $r = a$ ($h = 0$).

Анализ результатов расчёта позволяет сделать вывод о том, что циклическая компонента существенно влияет на процесс релаксации остаточных напряжений: происходит расслоение кривых релаксаций; увеличивается скорость процесса релаксации; из-за циклической составляющей происходит «флуктуация» упругих деформаций и напряжений в цилиндрическом образце, за счёт чего на фоне ползучести образца процесс релаксации становится «локально не монотонным» (см. рис. 3). Отметим, что при нагружении цилиндра происходит мгновенный скачок осевой компоненты остаточных напряжений σ_z^{res} на величину приложенного напряжения. Для окружной компоненты остаточных напряжений $\sigma_\theta^{\text{res}}$ кривые релаксации на поверхности упрочнённого слоя имеют аналогичный вид, что и для σ_z^{res} , но для неё в момент приложения нагрузки скачок отсутствует.

Все полученные результаты приведены для промежутка времени, в котором деформирование цилиндрического образца происходит в пределах двух первых стадий (без учёта повреждённости и разрушения от усталости).

Р и с. 3. Кривые релаксации осевой компоненты остаточных напряжений $\sigma_z^{\text{res}}(t)$ на поверхности упрочнённого слоя цилиндрического образца из материала ЭИ 698 при $T = 700^\circ\text{C}$ при растягивающей нагрузке $\sigma_0 = 450$ МПа с циклической компонентой: 1 — $\sigma_a = 0$; 2 — $\sigma_a = 30$ МПа; 3 — $\sigma_a = 45$ МПа; 4 — $\sigma_a = 60$ МПа

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Радченко В. П., Саушкин М. Н. Математические модели восстановления и релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое цилиндрических элементах конструкций при ползучести / Изв. вузов. Машиностроение, 2004. — № 11. — С. 3–17.
2. Радченко В. П., Саушкин М. Н. Ползучесть и релаксация остаточных напряжений в упрочнённых конструкциях. — М.: Машиностроение–1, 2005. — 226 с.
3. Радченко В. П., Ерёмин Ю. А. Реологическое деформирование и разрушение материалов и элементов конструкций. — М.: Машиностроение–1, 2004. — 268 с.

Поступила 11.10.2006 г.

УДК 539.376

В. Н. Исуткина, А. Ю. Маргаритов

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РЕШЕНИЙ СТОХАСТИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ УСТАНОВИВШЕЙСЯ ПОЛЗУЧЕСТИ ДЛЯ ТОЛСТОСТЕННОЙ ТРУБЫ НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ МАЛОГО ПАРАМЕТРА И МОНТЕ-КАРЛО

Выполнен сравнительный анализ аналитического решения краевой задачи установившейся ползучести, полученного по методу малого параметра с учетом четвертого приближения, и численного решения этой же задачи методом Монте-Карло. Проведено детальное исследование случайного поля скоростей деформаций в зависимости от степени неоднородности и показателя нелинейности материала. Установлено соответствие решений по обоим методам.

Одним из приближенных аналитических методов решения стохастических краевых задач как в упругой области, так и в условиях ползучести является метод малого параметра [1–7]. Однако вследствие существенных трудностей вычисления моментов второго и более высокого порядков случайной функции он позволяет найти решения краевых стохастических задач уста-