Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. Ф. Заусаев, Теория движения n материальных тел, основанная на новом принципе взаимодействия, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2006, выпуск 43, 132–139

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu463>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.198.67.100

26 апреля 2023 г., 14:44:50

Астрономия

УДК 521.1, 521.4

А. Ф. Заусаев

ТЕОРИЯ ДВИЖЕНИЯ И МАТЕРИАЛЬНЫХ ТЕЛ, ОСНОВАННАЯ НА НОВОМ ПРИНЦИПЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Рассмотрен новый принцип взаимодействия материальных тел друг на друга. Получены дифференциальные уравнения движения и материальных тел. Вычислены элементы орбит больших планет, Луны и Солнца на интервале времени с 1600 по 2200 гг. Результаты вычислений сопоставлены с элементами орбит, определенных по данным координат и скоростей DE-405. Показано, что новая численная теория движения больших планет, Луны и Солнца, в которой отсутствует учет релятивистских эффектов, согласуется с DE-405.

1. Введение. Закон всемирного тяготения Ньютона, лежащий в основе небесной механики, отличается большой общностью. Однако он не связан с каким-либо конкретным представлением о природе или механизме взаимного притяжения между телами. Во втором издании «Начал» Ньютон отмечает: «До сих пор я изъяснял небесные явления и приливы наших морей на основе силы тяготения, но я не указал причины самого тяготения. Эта сила происходит от некоторой причины, которая проникает до центра Солнца и планет без уменьшения своей способности и которая действует не пропорционально поверхности частиц, на которые она действует (как обычно это имеет место для механических причин), но пропорционально количеству твердого вещества, причем ее действие распространяется повсюду на огромные расстояния, убывая пропорционально квадратам расстояний... Причину этих свойств силы тяготения я до сих пор не мог вывести из явлений, гипотез же я не измышляю... Довольно того, что тяготение на самом деле существует и действует согласно изложенным нами законам, и вполне достаточно для объяснения всех движений небесных тел и моря» [1].

По-видимому, нельзя считать, что Ньютон довольствовался эмпирическим обоснованием закона тяготения. Он неоднократно указывал на возможность механического объяснения гравитации с помощью гипотезы об эфире, хотя это объяснение не казалось ему убедительным. Вместе с тем он отрицал идею о первичности гравитации, согласно которой тяготение представляет собой неотъемлемое свойство самой материи, которое проявляется в ее способности действовать на сколь угодно больших расстояниях. Рассуждая о природе и сущности гравитации, Ньютон писал: «Непостижимо, чтобы неодушевленная, грубая материя могла без посредства чего-либо нематериального действовать и влиять на другую материю без взаимного соприкосновения, как это должно бы происходить, если бы тяготение в смысле Эпикура было существенным и врожденным в материи. Предполагать, что тяготение является существенным, неразрывным и врожденным свойством материи, так что тело может действовать на любом расстоянии в пустом пространстве, без посредства чего-либо, передавая действие и силу, — это, по-моему, такой абсурд, который не мыслим ни для кого, умеющего достаточно разбираться в философских предметах. Тяготение должно вызываться агентом, постоянно действующим по определенным законам» [2].

На основе закона тяготения Ньютона впоследствии была разработана небесная механика, которая до середины 19 века вполне удовлетворительно объясняла движение небесных тел в Солнечной системе и служила образцом классической физики.

В начале 1850 г. французским ученым Леверье была построена теория движения Солнца и семи больших планет (Меркурий–Нептун) относительно Земли. Результатом его труда явилось доказательство невозможности представления наблюдений прохождения Меркурия по диску Солнца на основе ньютоновской динамики любой системой оскулирующих элементов и масс известных планет.

В конце 19 столетия Ньюком и Тиссеран пришли к выводу о существовании трех основных расхождений ньютоновской теории с астрономическими наблюдениями. Эти отклонения для векового движения перигелия Меркурия составляли $41''-43''$ (секунды дуги), для Венеры — $10''$ и Марса — $8''$.

Наряду с установленными эмпирическими трудностями стали все более выявляться и обсуждаться трудности, связанные с феноменологическим характером ньютоновской теории. Различные затруднения вызывали у ученых сомнения в точности закона Ньютона, и делались многочисленные попытки внести поправки в точную формулу закона тяготения. Эти попытки улучшения закона всемирного тяготения оставались безуспешными, и лишь создание общей теории относительности, казалось бы, устранило все имеющиеся трудности, связанные с прогнозированием движения небесных тел, объяснив при этом невязки теоретических расчетов с наблюдениями в смещении перигелиев планет.

Обладая преимуществами по сравнению с механикой Ньютона, общая теория относительности не свободна от недостатков. Важнейшим из них является вопрос о природе гравитации. В рамках общей теории относительности он так же, как и в теории гравитации Ньютона, рассматривается чисто феноменологически. Другим недостатком общей теории относительности является существенное усложнение дифференциальных уравнений в задаче n тел. Решение этой задачи приходится искать в виде рядов по степеням малых параметров. При этом учитываются лишь начальные члены, и совершенно не исследуется вопрос об их сходимости. Неудовлетворенность в существующих математических моделях, основанных на различных гравитационных теориях, на наш взгляд, испытывал каждый исследователь, занимаясь изучением движения небесных тел численными или аналитическими методами.

2. Построение математической модели. Возникает вопрос – возможно ли создание математической модели, в которой присутствует объяснение природы гравитации? На основании многочисленных фундаментальных исследований, проведенных ранее, можно ответить, что в рамках существующих моделей этот вопрос не может быть решен положительно. По-видимому, первопричину гравитации следует искать не только в наличии массы в материи, но и в ее движении.

После успехов кинетической теории газов В. Томсон писал: «Хорошо известная кинетическая теория газов представляет собой столь важный шаг на пути к объяснению с помощью движения таких свойств тел, которые представляются нами статистическими, что едва ли можно удержаться от мысли, что в будущем появится полная теория материи, в которой все свойства последней будут рассматриваться лишь как атрибуты движения» [3].

Возникает естественный вопрос — не является ли проявление гравитации следствием движения материи? На основании построения простейшей модели, описывающей гравитацию как атрибут движения, нами получены дифференциальные уравнения движения n материальных тел в барицентрической системе координат. Для вывода этих уравнений допускаются ряд упрощений: материальные тела имеют сферическую форму, с равномерно распределенной плотностью.

Вывод дифференциальных уравнений движения основан на следующей идее. В каждый фиксированный момент времени материальное тело занимает в пространстве определенный объем. При перемещении тела пространство, занимаемое им в предыдущий момент времени, освобождается. При этом освободившееся пространство заполняется окружающей его средой, тем самым происходит сжатие окружающего пространства на величину объема освобожденного движущимся объектом. Различные материальные тела занимают в пространстве определенные объемы. Однако вытесняемый ими объем, как правило, не равен фактическому объему и находится в прямой зависимости от плотности материального тела, т.е. для всякого материального тела существует предельная плотность, для которой можно рассчитать вытесняемый этим телом объем. Для сферически симметричных тел этот объем можно вычислить по формуле

$$V_0 = \frac{4}{3} \pi r_0^3,$$

где r_0 назовем эффективным радиусом материального тела.

На произвольном расстоянии r от центра материального тела пространство будет сжиматься на величину объема, равного

$$\frac{4}{3} \pi r^3 - \frac{4}{3} \pi r_1^3 = \frac{4}{3} \pi r_0^3 \quad (1)$$

или

$$r^3 - r_1^3 = r_0^3, \quad (2)$$

где r_1 — неизвестное расстояние, подлежащее определению.

Из выражения (2) найдем r_1 по формуле

$$r_1 = \sqrt[3]{r^3 - r_0^3}. \quad (3)$$

Из соотношения (2) находим

$$r - r_1 = \frac{r_0^3}{r^2 + rr_1 + r_1^2}. \quad (4)$$

С учетом (3) выражение (4) запишем в виде

$$r - r_1 = \frac{r_0^3}{r^2 + r\sqrt[3]{r^3 - r_0^3} + \sqrt[3]{(r^3 - r_0^3)^2}}. \quad (5)$$

При $r_1 = 0$ соотношение (4) обращается в тождество $r = r_0$. Определим теперь T_0 — время сжатия пространства от $r = r_0$ до $r = 0$, полагая, что r функционально зависит от ускорения $a(r)$ и времени t по закону

$$r = \frac{a(r)t^2}{2}, \quad (6)$$

при этом

$$a(r) = \frac{\mu}{r^2}, \quad (7)$$

где

$$\mu = r_0^2 a(r_0). \quad (8)$$

Для нахождения T_0 , используя соотношение

$$\frac{dr}{dt} = a(r)t, \quad (9)$$

получим

$$\frac{dr}{dt} = \frac{\mu t}{r^2}. \quad (10)$$

Разделяя переменные, уравнение (10) запишем в виде

$$r^2 dr = \mu t dt. \quad (11)$$

Интегрируя уравнение (11)

$$\int_0^{r_0} r^2 dr = \mu \int_0^{T_0} t dt, \quad (12)$$

получим

$$\frac{r_0^3}{3} = \frac{\mu T_0^2}{2}. \quad (13)$$

Выразив T_0 из (13), находим

$$T_0^2 = \frac{2r_0^3}{3\mu}. \quad (14)$$

Полагая, что время сжатия пространства, занимаемое материальным телом и между сферами радиусов r и r_1 одинаковым, из выражения (5) получим

$$\frac{r_0^3}{r^2 + r\sqrt[3]{r^3 - r_0^3} + \sqrt[3]{(r^3 - r_0^3)^2}} = \frac{a(r)T_0^2}{2}. \quad (15)$$

Подставляя вместо T_0^2 правую часть выражения (14), находим

$$a(r) = \frac{3\mu}{r^2 + r\sqrt[3]{r^3 - r_0^3} + \sqrt[3]{(r^3 - r_0^3)^2}}. \quad (16)$$

Дифференциальные уравнения движения в задаче n тел в прямоугольных координатах с началом в центре масс всей системы n материальных точек имеют следующий вид [4]:

$$\frac{d^2 X}{dt^2} = \sum_i k^2 m_i \left(\frac{X_i - X}{\Delta_i^3} \right), \quad \frac{d^2 Y}{dt^2} = \sum_i k^2 m_i \left(\frac{Y_i - Y}{\Delta_i^3} \right), \quad \frac{d^2 Z}{dt^2} = \sum_i k^2 m_i \left(\frac{Z_i - Z}{\Delta_i^3} \right), \quad (17)$$

где $\Delta_i^2 = (X_i - X)^2 + (Y_i - Y)^2 + (Z_i - Z)^2$.

В уравнениях (17) через X, Y, Z обозначены барицентрические координаты возмущаемого тела, а через m_i, X_i, Y_i, Z_i — массы и барицентрические координаты возмущающих тел. С учетом (16), полагая $r = \Delta_i$, дифференциальные уравнения движения (17) примут следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 X}{dt^2} &= \sum_i k^2 m_i \left(\frac{X_i - X}{\Delta_i^3} \right) \frac{3a_{0i} r_{0i}^2}{\Delta_i^2 + \Delta_i^3 \sqrt{(\Delta_i^3 - r_{0i}^3) +^3 \sqrt{(\Delta_i^3 - r_{0i}^3)^2}}, \\ \frac{d^2 Y}{dt^2} &= \sum_i k^2 m_i \left(\frac{Y_i - Y}{\Delta_i^3} \right) \frac{3a_{0i} r_{0i}^2}{\Delta_i^2 + \Delta_i^3 \sqrt{(\Delta_i^3 - r_{0i}^3) +^3 \sqrt{(\Delta_i^3 - r_{0i}^3)^2}}, \\ \frac{d^2 Z}{dt^2} &= \sum_i k^2 m_i \left(\frac{Z_i - Z}{\Delta_i^3} \right) \frac{3a_{0i} r_{0i}^2}{\Delta_i^2 + \Delta_i^3 \sqrt{(\Delta_i^3 - r_{0i}^3) +^3 \sqrt{(\Delta_i^3 - r_{0i}^3)^2}}, \end{aligned} \quad (18)$$

где r_{0i} — эффективный радиус i -го тела; a_{0i} — соответствующее ускорение для i -го тела на расстоянии r от центра массы.

Дифференциальные уравнения (18) имеют более сложный вид по сравнению с уравнениями (17). Однако они значительно проще дифференциальных уравнений движения, учитывающих релятивистские эффекты [5].

Под эффективным радиусом материального тела будем понимать такой радиус сферы, которому соответствует сжатие пространства на величину фактического объема. Из физических соображений ясно, что тела различной плотности и одинакового размера не могут иметь равные эффективные радиусы. Их значения можно определить путем согласования решения уравнений (18) с наблюдениями.

Следует отметить, что система дифференциальных уравнений (18) не содержит масс тел. Однако значения величин $a_{0i} r_{0i}^2$ полностью совпадают с величинами $k^2 m_i$, входящими в уравнения движения ньютоновской задачи n тел.

3. Численное интегрирование уравнений движения больших планет, Луны и Солнца на интервале времени с 1600 по 2200 гг. В настоящее время одной из высокоточных численных теорий движения больших планет является планетная теория DE-405, созданная американскими учеными Ньюхалом, Стендишем, Вильямсом [5] на интервале времени с 2305424.5 J.D. (1599 Dec 5) до 2525008.5 (2201 Feb 20). Полученные ими эфемериды для внутренних планет полностью согласованы с оптическими и радиолокационными наблюдениями, а Луны — с лазерными наблюдениями.

С целью проверки эффективности различных математических моделей, описывающих движение больших планет, Луны и Солнца, нами проведены исследования движения этих объектов на интервале времени с 1600 по 2200 гг. В первом случае решались те же дифференциальные уравнения, что и при создании DE-405. Различие заключалось в учете влияния пояса астероидов на движение Марса и Юпитера [7]. В качестве второй математической модели, описывающей движение больших планет, Луны и Солнца, рассматривались дифференциальные уравнения (18). Начальные данные координат X, Y, Z и скоростей V_x, V_y, V_z , фактических радиусов r_{0i} и ускорений, a_{0i} приведены в табл. 1.

На смещение перигелиев внутренних планет (Меркурий–Марс), кроме возмущающего действия от внешних планет Юпитера и Сатурна, существенное влияние оказывает величина эффективного радиуса Солнца. Для согласования теоретических и расчетных смещений перигелиев внутренних планет был найден эффективный радиус Солнца, который оказался в 2,32 раза меньше фактического. Величины эффективных радиусов планет не влияют существенно на результаты вычислений.

Численное интегрирование уравнений движения в обоих случаях было проведено модифицированным методом Эверхарта 27 порядка с шагом интегрирования 3 дня [8, 9].

В табл. 2 и 3 приведены элементы орбит больших планет, вычисленные по координатам и скоростям, полученными различными методами. Элементы орбит первой строки соответствуют решению дифференциальных уравнений с учетом гравитационных и релятивистских эффектов.

Элементы орбит второй строки получены на основании решения дифференциальных уравнений (18). Элементы орбит третьей строки вычислены по координатам и скоростям DE-405. Элементы орбит в табл. 2 и 3 приведены на два крайних момента — на 4 сентября 1602 г. И 11 апреля 2200 г., где M — средняя аномалия, ω — аргумент перигелия, Ω — долгота восходящего узла, i — наклонение выражены в градусах и долях градусов; a — большая полуось в астрономических единицах.

Как видно из табл. 2 и 3, элементы орбит, приведенные в первой и третьей строках, почти полностью совпадают, так как различие в угловых элементах не превосходит 1 секунды дуги, а большие полуоси различаются в седьмом знаке после запятой. Элементы орбит планет, полученные с помощью решения дифференциальных уравнений движения (18), также незначительно отличаются от данных, приведенных в табл. 2 и 3 в строках 1 и 3. Максимальное различие в элементах орбит, приведенных в строках 2 и 3, имеет место в средней аномалии в 1602 г. 4 сентября. Для Венеры это отклонение составляет 0.007 градуса для барицентра Земля + Луна — 0.003 градуса и для Марса — 0.001 градуса.

При разработке численной теории больших планет, Луны и Солнца наиболее сложным объектом является Луна. На основании решения задачи n тел без учета фигур Земли и Луны не представляется возможным осуществить удовлетворительный прогноз ее эфемерид даже на несколько оборотов. Луна может служить вполне удовлетворительным объектом для проверки различных математических моделей, описывающих движение небесных тел. В табл. 4 приведены значения геоцентрических координат Луны на моменты времени 2306424.5 J.D. (1602 г. 4 сентября) и 2524692.5 J.D. (2200 г. 11 апреля), полученные различными методами. Данные в строке под номером 3 для координат и скоростей совпадают с данными DE-405. Координаты и скорости в строке 1 вычислены путем решения уравнений движения больших планет, Луны и Солнца с учетом гравитационных, релятивистских эффектов, в строке 2 — путем решения дифференциальных уравнений движения (18). Следует отметить, что при решении уравнений (18) не учитывалась несферичность фигур Земли и Луны. Однако, как видно из табл. 4, максимальное расхождение в координатах для всех трех случаев не превышает $4 \cdot 10^{-6}$ а.е.

Т а б л и ц а 1

**Начальные данные координат, скоростей, ускорений и радиусов планет, Луны и Солнца
T = 2440400.5 J.D. (1969 06 28.0)**

Меркурий		
$X = 0.361762714604$	$V_x = 0.00336749391398$	$r = 2.424 \cdot 10^3$
$Y = -0.090781967730$	$V_y = 0.02489452044680$	$a = 0.369066656 \cdot 10^{-2}$
$Z = -0.085714983182$	$V_z = 0.01294630068860$	
Венера		
$X = 0.612751941342$	$V_x = 0.0109520683617$	$r = 6.100 \cdot 10^3$
$Y = -0.348365368495$	$V_y = 0.0156176843653$	$a = 0.899027143 \cdot 10^{-2}$
$Z = -0.195278288980$	$V_z = 0.00633110555360$	
Земля		
$X = 0.120527237123$	$V_x = 0.01680396477149$	$r = 6.20315 \cdot 10^3$
$Y = -0.925814243017$	$V_y = 0.00175034387379$	$a = 0.979831333 \cdot 10^{-2}$
$Z = -0.401527009924$	$V_z = 0.000759242499157$	
Луна		
$X = 0.119719059795$	$V_x = 0.01740504958809$	$r = 1.738 \cdot 10^3$
$Y = -0.927808873018$	$V_y = 0.00158289841317$	$a = 0.163 \cdot 10^{-2}$
$Z = -0.402614272585$	$V_z = 0.00067368035418$	
Марс		
$X = -0.110186074283$	$V_x = 0.0144816530597$	$r = 4.812 \cdot 10^3$
$Y = -1.327599456133$	$V_y = 0.00024246311776$	$a = 0.469169773 \cdot 10^{-2}$
$Z = -0.605889132614$	$V_z = -0.000281520734247$	
Юпитер		
$X = -5.379706898836$	$V_x = 0.00109201154301$	$r = 7.1440 \cdot 10^4$
$Y = -0.830480581460$	$V_y = -0.00651811656579$	$a = 2.484123914 \cdot 10^{-2}$
$Z = -0.224828700228$	$V_z = -0.00282078316536$	

Т а б л и ц а 1 (окончание)

Сатурн		
$X = 7.894392441979$	$V_x = -0.00321755523930$	$r = 6.0440 \cdot 10^4$
$Y = 4.596477801627$	$V_y = 0.00433580985896$	$a = 1.038017148 \cdot 10^{-2}$
$Z = 1.558697573530$	$V_z = 0.00192864656566$	
Уран		
$X = -18.265398306822$	$V_x = 0.000221188417418$	$r = 2.4860 \cdot 10^4$
$Y = -1.161944505518$	$V_y = -0.00376247593285$	$a = 0.939014231 \cdot 10^{-2}$
$Z = -0.250103483937$	$V_z = -0.00165101470307$	
Нептун		
$X = -16.055042583768$	$V_x = 0.00264277104336$	$r = 2.6500 \cdot 10^4$
$Y = -23.942181216179$	$V_y = -0.00149831445536$	$a = 1.000508651 \cdot 10^{-2}$
$Z = -9.400156723549$	$V_z = -0.000679041903018$	
Плутон		
$X = -30.483319603999$	$V_x = 0.000322210447723$	$r = 2.900 \cdot 10^3$
$Y = -0.872478355496$	$V_y = -0.00314357030215$	$a = 0.1167183115 \cdot 10^{-2}$
$Z = 8.911563040990$	$V_z = -0.00107794882974$	
Солнце		
$X = 0.0045025081562339$	$V_x = -0.3517482096 \cdot 10^{-6}$	$r = 6.9596405726 \cdot 10^5$
$Y = 0.0007670747009324$	$V_y = 0.51776253996 \cdot 10^{-5}$	$a = 273.9920358 \cdot 10^{-3}$
$Z = 0.0002660568051770$	$V_z = 0.22291018544 \cdot 10^{-5}$	

Т а б л и ц а 2

Элементы орбит больших планет

№	M	A	e	ω	Ω	i
T = 2306424.5 J.D. (1602 09 04.0)						
Меркурий						
1	293.1778	0.387098	0.205553	27.95339	48.8674	7.0244
2	293.1778	0.387098	0.205552	27.95339	48.8674	7.0244
3	293.1779	0.387098	0.205553	27.95339	48.8674	7.0244
T = 2306424.5 J.D. (1602 09 04.0)						
Венера						
1	108.2540	0.723331	0.006953	53.8602	77.8905	3.3961
2	108.2471	0.723331	0.006953	53.8671	77.8904	3.3961
3	108.2540	0.723331	0.006953	53.8602	77.8905	3.3961
T = 2306424.5 J.D. (1602 09 04.0)						
Земля + Луна						
1	246.8564	1.000004	0.0168997	106.2239	355.2983	0.0456
2	246.8529	1.000004	0.0168997	106.2276	355.2979	0.0456
3	246.8564	1.000004	0.0168997	106.2233	355.2989	0.0456
T = 2306424.5 J.D. (1602 09 04.0)						
Марс						
1	293.1928	1.523694	0.092958	283.4517	50.8750	1.8777
2	293.1916	1.523694	0.092958	283.4529	50.8750	1.8777
3	293.1929	1.523694	0.092958	283.4547	50.8750	1.8777
T = 2306424.5 J.D. (1602 09 04.0)						
Юпитер						
1	204.2831	5.207558	0.046910	271.9670	100.0321	1.3124
2	204.2830	5.207558	0.046910	271.9670	100.0321	1.3124
3	204.2831	5.207558	0.046910	271.9670	100.0321	1.3124
T = 2306424.5 J.D. (1602 09 04.0)						
Сатурн						
1	139.1467	9.586285	0.055285	339.9748	114.8348	2.4819
2	139.1467	9.586285	0.055285	339.9748	114.8348	2.4819
3	139.1467	9.586285	0.055285	339.9748	114.8348	2.4819

Т а б л и ц а 2 (окончание)

№	<i>M</i>	<i>A</i>	<i>e</i>	ω	Ω	<i>i</i>
T=2306424.5 J.D. (1602 09 04.0)						
Уран						
1	237.8304	19.122128	0.047972	98.9086	74.1304	0.7782
2	237.8304	19.122128	0.047972	98.9086	74.1304	0.7782
3	237.8304	19.122128	0.047972	98.9086	74.1304	0.7782
T = 2306424.5 J.D. (1602 09 04.0)						
Нептун						
1	79.0040	30.190706	0.005925	306.1391	131.9421	1.7712
2	79.0039	30.190706	0.005925	306.1391	131.9421	1.7712
3	79.0039	30.190706	0.005925	306.1391	131.9421	1.7712
T = 2306424.5 J.D. (1602 09 04.0)						
Плутон						
1	157.8425	39.307371	0.253439	113.6107	110.3017	17.1486
2	157.8425	39.307371	0.253439	113.6107	110.3017	17.1486
3	157.8425	39.307371	0.253439	113.6107	110.3017	17.1486

Т а б л и ц а 3

Элементы орбит больших планет

№	<i>M</i>	<i>A</i>	<i>e</i>	ω	Ω	<i>i</i>
T = 2524692.5 J.D. (2200 04 11.0)						
Меркурий						
1	358.8283	0.387098	0.205657	29.6553	48.1183	6.9887
2	358.8283	0.387098	0.205657	29.6552	48.1183	6.9887
3	358.8282	0.387098	0.205657	29.6553	48.1183	6.9887
T = 2524692.5 J.D. (2200 04 11.0)						
Венера						
1	241.9618	0.723335	0.006686	55.6271	76.2302	3.3912
2	241.9663	0.723335	0.006686	55.6228	76.2302	3.3912
3	241.9618	0.723335	0.006686	55.6271	76.2302	3.3912
T = 2524692.5 J.D. (2200 04 11.0)						
Земля + Луна						
1	91.7078	1.000005	0.0166456	288.0882	175.5100	0.0325
2	91.7099	1.000005	0.0166456	288.0865	175.5067	0.0325
3	91.7078	1.000005	0.0166456	288.0877	175.5105	0.0325
T = 2524692.5 J.D. (2200 04 11.0)						
Марс						
1	190.2019	1.523747	0.093486	287.8232	49.1154	1.8291
2	190.2027	1.523747	0.093486	287.8224	49.1154	1.8291
3	190.2019	1.523747	0.093486	287.8232	49.1155	1.8291
T = 2524692.5 J.D. (2200 04 11.0)						
Юпитер						
1	338.3497	5.208591	0.049806	272.4749	101.1351	1.3005
2	338.3498	5.208591	0.049806	272.4748	101.1351	1.3005
3	338.3497	5.208591	0.049806	272.4749	101.1351	1.3005
T = 2524692.5 J.D. (2200 04 11.0)						
Сатурн						
1	249.4774	9.588815	0.054258	335.6337	113.2390	2.4952
2	249.4775	9.588815	0.054258	335.6337	113.2390	2.4952
3	249.4774	9.588815	0.054257	335.6337	113.2390	2.4952

Т а б л и ц а 3 (окончание)

№	<i>M</i>	<i>A</i>	<i>e</i>	<i>w</i>	Ω	<i>i</i>
T = 2524692.5 J.D. (2200 04 11.0)						
Уран						
1	281.2222	19.195119	0.045939	95.5419	74.4974	0.7663
2	281.2222	19.195119	0.045939	95.5419	74.4974	0.7663
3	281.2222	19.195119	0.045939	95.5419	74.4974	0.7663
T = 2524692.5 J.D. (2200 04 11.0)						
Нептун						
1	352.7685	30.279768	0.014844	257.5404	131.8688	1.7744
2	352.7685	30.279768	0.014844	257.5404	131.8688	1.7744
3	352.7685	30.279768	0.014844	257.5404	131.8688	1.7744
T = 2524692.5 J.D. (2200 04 11.0)						
Плутон						
1	304.5396	39.261272	0.246703	114.6629	110.3505	17.1661
2	304.5396	39.261272	0.246703	114.6629	110.3505	17.1661
3	304.5396	39.261272	0.246703	114.6629	110.3505	17.1661

Т а б л и ц а 4

Геоцентрические координаты и скорости Луны

№	<i>X</i>	<i>Y</i>	<i>Z</i>	V_x	V_y	V_z
T = 2306424.5 J.D. (1602 09 04.0)						
1	0.00253951	0.000487831	0.000431458	− 0.000157110	0.000522525	0.000198897
2	0.00253998	0.000488711	0.000430543	− 0.000157116	0.000522577	0.000198456
3	0.00254053	0.000484362	0.000430198	− 0.000156284	0.000522684	0.000199059
T = 2524692.5 J.D. (2200 04 11.0)						
1	0.00172905	− 0.00167429	− 0.000489618	0.000431618	0.000410248	0.000159046
2	0.00172856	− 0.00167491	− 0.000489655	0.000431773	0.000409945	0.000159321
3	0.00172941	− 0.00167394	− 0.000489501	0.000431531	0.000410340	0.000159056

На основании проведенных исследований можно сделать следующие выводы: дифференциальные уравнения движения (18) вполне удовлетворительно описывают движение больших планет, Луны и Солнца на интервале времени 600 лет; они значительно проще дифференциальных уравнений, учитывающих релятивистские эффекты и несферичность планет, кроме того, по затратам машинного времени более чем в 2 раза эффективнее последних.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Ньютон И.* Математические начала натуральной философии / Пер. А. Н. Крылова / Собр. трудов акад. А. Н. Крылова. Т. 7. — М.–Л.: Изд-во АН СССР, 1936. — 696 с.
2. *Вавилов С. И.* Исаак Ньютон. — М.–Л.: Изд-во АН СССР, 1961. — 294 с.
3. *Визгин В. П.* Релятивистская теория тяготения. — М.: Наука, 1981. — 352 с.
4. *Чеботарев Г. А.* Аналитические и численные методы небесной механики. — М.–Л.: Наука, 1965. — 368 с.
5. *Newhall X. X., Standish E. M., Williams Jr. and other* DE 102: a numerically integrated ephemeris of the Moon and planets spanning forty-four centuries // *Astron. Astrophys.*, 1983. — No. 125. — P.150–167.
6. *Standish E. M.* JPL Planetary and Lunar Ephemerides, DE405/LE405 // *Jet Prop Lab Technical Report. JOM 312. F-048.* 1998. — P. 1–7.
7. *Заусаев А. Ф., Заусаев А. А., Ольхин А. Г.* Численное интегрирование уравнений движения больших планет (Меркурий–Плутон) и Луны с учетом радиолокационных наблюдений // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: «Физ.-мат. науки»*, 2004. — № 26. — С. 43–47.
8. *Everhart E.* Implist single methods for integrating orbits // *Central Mechanics*, 1974. — Vol. 10. — P. 35–55.
9. *Заусаев А. Ф., Заусаев А. А.* Каталог орбитальной эволюции короткопериодических комет с 1900 по 2100 гг. — М.: Машиностроение-1, 2005. — 346 с.

Работа выполнена при финансовой поддержке Федерального агентства по образованию (проект РНП.2.1.1.1689).

Поступила 13.09.2006 г.