Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. Я. Модорский, А. В. Козлова, Моделирование газопругих колебательных процессов в ракетных двигателях твердого топлива, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2006, выпуск 43, 163–167

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu468>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 52.87.193.239

26 апреля 2023 г., 13:09:41

МОДЕЛИРОВАНИЕ ГАЗОУПРУГИХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ В РАКЕТНЫХ ДВИГАТЕЛЯХ ТВЕРДОГО ТОПЛИВА

В ходе вычислительного эксперимента определены частоты колебаний корпуса и газовой полости в продольном направлении, частоты колебаний твердотопливного заряда в радиальном направлении. Проведен анализ резонансных режимов ракетного двигателя твердого топлива. Рассмотрена упруго-массовая модель ракетного двигателя твердого топлива. Анализируются вынужденные и свободные колебания системы «газ – конструкция».

Возникновение непрогнозируемых колебательных режимов в ракетных двигателях твердого топлива (РДТТ) может привести к нарушению работы системы управления летательного аппарата, к различным параметрическим и функциональным отказам, вплоть до разрушения двигателя. Поэтому необходимо их устранение, причем на этапе проектирования. Для этого необходимо совершенствование расчетных методик, уточнение системы допущений. В частности, необходим строгий учет резонансного газопругого взаимодействия интенсивного потока газа с нежесткой конструкцией. Определение частотных характеристик газовой полости и силовой конструкции в связанной постановке позволяет находить и исследовать эти резонансные режимы. Проведем такую оценку для модельного двигателя. Расчетная схема модельного РДТТ представлена на рис. 1. Модель двигателя представляет собой толстостенный цилиндр — заряд твердого топлива (ЗТТ), подкрепленный стальной оболочкой — корпусом. Днища двигателя моделируются жесткими крышками, переднее неподвижно закреплено, заднее может перемещаться вместе с оболочкой и имеет массу, равную сумме масс сопла и заднего днища.

Р и с. 1. Расчетная схема модельного двигателя РДТТ

Исходные данные для расчета приведены в табл. 1. Конструкция нагружалась внутренним давлением величиной 10 МПа. Для данного модельного варианта масса сопла варьировалась в диапазоне от 0 до 180 кг. Это позволило, в частности, описать различные способы закрепления двигателя в составе летательного аппарата.

Т а б л и ц а 1

Исходные данные для расчета

№ п/п	Обозначение	Размерность	Значение	№ п/п	Обозначение	Размерность	Значение	№ п/п	Обозначение	Размерность	Значение
1	L	м	4.8	5	$\mu_k/\mu_{тг}$		1,0	9	$\rho_{кс}$	кг/м ³	10.0
2	$R_{нар}$	м	0.22	6	$\rho_k/\rho_{тг}$		4,46	10	$P_{кс}$	МПа	10
3	δ	м	0.003	7	$P_{нар}$	МПа	0.1013	11	k		1.17
4	$E_k/E_{тг}$		10^5	8	$\rho_{нар}$	кг/м ³	1.29	12	t	с	0.0155

Процесс выгорания топлива характеризуется относительным сводом заряда твердого топлива e' :

$$e' = \frac{e_0 - e_{сгор}}{e_0}, \quad (1)$$

где e_0 — начальная толщина ЗТТ; $e_{сгор}$ — толщина, соответствующая сгоревшей части ЗТТ.

Расчет проводился при двух значениях относительного свода. Началу работы двигателя соответствует относительный свод равный 1; к моменту времени, соответствующему половине работы двигателя, относительный свод равен 0,5.

В ходе вычислительного эксперимента наблюдалась сложная картина деформирования конструкции [1]. При этом на расчетной сетке РДТТ были выбраны несколько контрольных точек (рис. 2). Эти точки располагались в среднем сечении вблизи поверхности канала заряда, на силовой оболочке у заднего днища и в свободном объеме двигателя. В контрольных точках фиксировались временные зависимости перемещений в радиальном направлении на канале цилиндра $U_r(t)$, перемещений в осевом направлении на силовой оболочке $U_x(t)$ и давления $P(t)$. Обработка полученных зависимостей позволила определить частоты колебаний цилиндра ЗТТ $f_{\text{ц}}$ в радиальном направлении и колебаний газа $f_{\text{г}}$ и оболочки $f_{\text{о}}$ в продольном направлении, а также амплитуды пульсаций давления в камере сгорания P .

Р и с. 2. Расчетная сетка РДТТ:
а — при значении $e' = 1,0$; б — при значении $e' = 0,5$

В результате расчетов были получены зависимости амплитуд пульсаций давления P , частот продольных колебаний газа $f_{\text{г}}$ и оболочки $f_{\text{о}}$, а также ЗТТ $f_{\text{ц}}$ в радиальном направлении от массы сопла при значении относительного свода $e' = 1,0$ (рис. 3). Обозначим (для краткости записи) $\Omega = \Psi(M_c)$, где $\Omega = \{P, f_{\text{г}}, f_{\text{о}}, f_{\text{ц}}\}$. Слабое увеличение амплитуды пульсаций давления наблюдается при увеличении массы сопла. При этом величина частоты колебаний ЗТТ в радиальном направлении не совпадает с частотами колебаний газа и оболочки с соплом в продольном направлении. При $M_c = 35$ кг совпадают величины частот колебаний газа и оболочки с соплом в продольном направлении. Однако даже слабый рост амплитуд пульсаций давления наблюдается лишь при более высоких значениях M_c , при которых имеет место сближение частоты колебаний цилиндра ЗТТ в радиальном направлении с частотами колебаний газа и оболочки с соплом в продольном направлении.

На рис. 4 показаны зависимости $\Omega = \Psi(M_c)$ для значения относительного свода 0,5. Увеличение амплитуды пульсаций давления наблюдается при $M_c = 100$ кг. При этом совпадают величины частот колебаний ЗТТ в радиальном направлении, частот колебаний газа и оболочки с соплом в продольном направлении. При $M_c = 7$ кг совпадают величины соответствующих частот колебаний цилиндра ЗТТ и оболочки с соплом. При этом частота колебаний газа в продольном направлении имеет меньшую величину. Поэтому амплитуда пульсаций давления меньше, чем при массе сопла 100 кг. Полученные результаты совпадают с результатами опытной отработки конструкции.

Таким образом, в качестве одного из условий возникновения резонансного возбуждения колебаний в энергетической установке, можно выделить совпадение частот оболочки и газа в продольном направлении и частот колебаний ЗТТ в радиальном направлении. Поэтому представляется целесообразным исследование возможности моделирования резонансных режимов в рамках математического описания упрощенной упруго-массовой модели двигателя твердого топлива. На рис. 5. представлены расчетная схема и упруго-массовая модель РДТГ.

Расчетная схема включает в себя снаряженный корпус двигателя, сопловое днище и продукты сгорания. Упруго-массовая модель учитывает массовые характеристики элементов конструкции: корпуса m_1 , заряда твердого топлива m_2 , продуктов сгорания m_3 , сопла m_4 ; перемещения элементов системы x_1, x_2, x_3, x_4 . Также учитываются упругие характеристики системы: жесткость оболочки c_1, c_2 , жесткость газа в зазорах между зарядом твердого топлива и днищами двигателя c_3, c_4 и жесткость газа в свободном объеме c_5, c_6 .

В качестве метода решения применялся аналитический подход к расчету свободных и вынужденных колебаний конструкции. Для математического описания задачи использовались уравнения Лагранжа [1]. Движение механической системы с четырьмя степенями свободы описывается решением следующих линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами:

$$\begin{aligned} a_{11} \cdot \ddot{x}_1 + a_{12} \cdot \ddot{x}_2 + c_{11} \cdot x_1 + c_{14} \cdot x_4 &= 0; \\ a_{21} \cdot \ddot{x}_1 + a_{22} \cdot \ddot{x}_2 + c_{22} \cdot x_2 &= 0; \\ a_{33} \cdot \ddot{x}_3 + c_{33} \cdot x_3 + c_{34} \cdot x_4 &= 0; \\ a_{44} \cdot \ddot{x}_4 + c_{41} \cdot x_1 + c_{43} \cdot x_3 + c_{44} \cdot x_4 &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где a_{ij} и c_{ij} — коэффициенты инерции и жесткости, соответственно.

Р и с. 3. Зависимости $\Omega = \Psi(M_c)$ ($e' = 1,0$)

Р и с. 4. Зависимости $\Omega = \Psi(M_c)$ ($e' = 0,5$)

Р и с. 5. Расчетная схема и упруго-массовая модель РДТГ

При интегрировании системы уравнений (2) учитываем, что система совершает малые колебания около положения устойчивого равновесия. Частные решения системы уравнений (2) имеют вид

$$x_j = A_j \sin(pt + \beta) \quad (3)$$

в предположении, что координаты x_j изменяются по простому гармоническому закону.

Подставляя уравнение (3) в систему уравнений (2), получим систему алгебраических линейных и однородных уравнений, которая имеет решение отличное от тривиального, когда

$$\begin{vmatrix} (c_1 + c_2 + c_3 + c_4) - (m_1 + m_2)p^2 & (c_3 l + c_4 l) - \frac{m_2 l}{2} p^2 & 0 & -c_2 - c_4 \\ (c_3 l + c_4 l) - \frac{m_2 l}{2} p^2 & (c_5 + c_3 l^2 + c_4 l^2) - \frac{7}{12} m_2 l^2 & 0 & -c_4 l \\ 0 & 0 & (c_5 + c_6) - m_3 p^2 & -c_6 \\ -c_2 - c_4 & -c_4 l & -c_6 & (c_2 + c_4 + c_6) - m_4 p^2 \end{vmatrix} = 0. \quad (4)$$

Р и с. 6. Изменение частоты свободных колебаний системы

При вычислении определителя (4) находим значения частот собственных колебаний системы.

При анализе свободных колебаний системы (рис. 6) видно, что по мере выгорания заряда твердого топлива частота свободных колебаний системы увеличивается. Если проанализировать влияние массы сопла на величину частоты собственных колебаний, то происходит снижение значений частоты при увеличении массы сопла двигателя.

Если учесть возмущающую силу Q_4 , которая воздействует на систему с частотой p и является простой гармонической функцией, и решить следующую систему алгебраических линейных однородных уравнений:

$$\begin{aligned} (c_{11} - a_{11} \cdot p^2)A_1 + (c_{12} - a_{12}p^2)A_2 + c_{14}A_4 &= 0; \\ (c_{21} - a_{21} \cdot p^2)A_1 + (c_{22} - a_{22}p^2)A_2 + c_{24}A_4 &= 0; \\ (c_{33} - a_{33} \cdot p^2)A_3 + c_{34}A_4 &= 0; \\ c_{41}A_1 + c_{42}A_2 + c_{43}A_3 + (c_{44} - a_{44}p^2)A_4 &= Q_4, \end{aligned} \quad (5)$$

можно определить амплитуды колебаний элементов системы.

При анализе вынужденных колебаний элементов системы можно сделать вывод о том, что при уменьшении толщины ЗТТ, т.е. по мере его выгорания, происходит рост значений частот вынужденных колебаний, при которых наблюдается явление резонанса. Это видно на всех графиках, которые описывают зависимости амплитуд колебаний элементов системы от частоты действия вынуждающей силы (рис. 7).

Анализ полученных значений перемещений показал, что при частоте вынужденных колебаний, равной нулю, значение амплитуды колебаний сопла A_4 почти в два раза больше, чем значения амплитуды колебаний оболочки A_1 и газа A_3 , т.е. под воздействием вынуждающей силы среднее сечение обечайки имеет перемещение в два раза меньше, чем перемещение соплового днища. Величина амплитуды колебаний при нулевой частоте легко проверяется известными физическими соотношениями между жесткостью пружины, действующей силой и перемещением.

Сравнение результатов натурных испытаний, вычислительного эксперимента и аналитического решения выявило необходимость уточнения упруго-массовой модели и позволило сформулировать направления дальнейшего совершенствования, связанные с учетом возможности деформирования заряда в радиальном направлении, учетом потерь в продуктах сгорания и конструкции, корректным описанием динамических и физико-механических характеристик конструкции, а также зависимости нагрузки от напряженно-деформируемого состояния конструкции.

Р и с. 7. Амплитудно–частотные зависимости при вынужденных колебаниях:
 a — оболочки; $б$ — заряда твердого топлива; $в$ — газа; $г$ — соплового днища

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Модорский В. Я. О взаимодействии подкрепленного цилиндра с газом // 14-я Зимняя шк. по механике сплошных сред: Тез. докл. — Екатеринбург: УрО РАН, 2005. — С. 227.
2. Пановко Я. Г. Основы прикладной теории упругих колебаний. — М.: Наука, 1967. — 316 с.

Поступила 3.10.2006 г.

УДК 539.3

А. В. Иванов, И. И. Овчинников

МОДЕЛИРОВАНИЕ КИНЕТИКИ ПРОНИКАНИЯ АГРЕССИВНОГО АГЕНТА В ОБЪЕМ КОНСТРУКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Проведен анализ воздействия агрессивных сред на конструктивные элементы. Рассмотрены основные методы и приемы, используемые для получения численного решения, на примере уравнения диффузии. Проведено численное исследование закона распределения агрессивной (хлоридсодержащей) среды по сечению железобетонной трубы для случаев проникновения реагентов через внешнюю и внутреннюю поверхности и через всю внешнюю поверхность.

Для решения такой важной задачи, как прогнозирование поведения инженерных конструкций в условиях воздействия агрессивных сред, необходимо моделировать кинетику проникания агрессивного агента в объем конструктивных элементов, учитывая влияние напряженного состояния и других внешних воздействий на кинетику процесса проникания.

Стадия проникания представляется весьма важной, так как на ней формируется закон распределения компонентов агрессивной среды по объему конструктивного элемента, определяющий затем закон распределения механических характеристик. Поскольку концентрация агрессивной среды в точке изменяется с течением времени и зависит от положения точки по отношению к поверхности конструктивного элемента, то уравнение, описывающее изменение концентрации, должно иметь форму уравнения массопереноса [1]. Анализ литературы [2–4]