Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. В. Кабанин, Л. В. Согоцьян, И. Г. Овчинников, Ползучесть и долговечность стержня, взаимодействующего с жидким натрием, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2007, выпуск 1(), 50–55

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu487>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.166.219.16

26 апреля 2023 г., 16:29:51

ПОЛЗУЧЕСТЬ И ДОЛГОВЕЧНОСТЬ СТЕРЖНЯ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕГО С ЖИДКИМ НАТРИЕМ

Предложена математическая модель, описывающая ползучесть и длительную прочность сталей перлитного класса с агрессивной средой – жидким натрием. В качестве базовой теории использовались кинетические уравнения Ю.Н. Работнова. В совокупности с уравнениями диффузии, описывающими кинетику механических характеристик материала, предложен устойчивый численный алгоритм решения задачи. Приведены результаты расчета напряженно-деформированного состояния стержня в жидком натрии. Выполнена проверка адекватности расчетной модели экспериментальным данным.

1. Рассмотрим основные соотношения математической модели, описывающей взаимодействие сталей перлитного класса с жидким натрием. При построении модели была принята следующая упрощенная картина явлений, протекающих при работе конструктивного элемента в жидком натрии. При одновременном присутствии элементов из аустенитных и перлитных сталей в контуре системы перлитные стали постепенно обезуглероживаются, в результате чего содержание углерода в конструктивном элементе с течением времени изменяется, уменьшаясь по направлению к поверхности, контактирующей с натрием. Если элемент конструкции находится в напряженном состоянии, то в нем протекают процессы ползучести, релаксации и накопления повреждений. Обезуглероживание сильно влияет на кинетику этих процессов, ускоряя их. В случае, когда элемент конструкции находится в горячей зоне контура, имеет место термический перенос массы, приводящий к разрыхлению поверхности и уменьшению толщины элемента. Такая упрощенная физическая модель позволяет воспользоваться для построения математической модели методами механики сплошной среды, в частности, теорией структурных параметров Ю. Н. Работнова [1]. При этом состояние и поведение моделей будет характеризоваться не только механическими, но и физико-химическими параметрами. В систему определяющих параметров включены: напряжение σ , деформация ϵ , температура T , параметр повреждения Π , а также дополнительный параметр, характеризующий интенсивность воздействия жидкометаллической среды на характеристики ползучести и длительной прочности в различных точках по толщине конструктивного элемента. Эксперименты свидетельствуют, что изменение указанных характеристик коррелирует с изменением концентрации углерода, поэтому в качестве дополнительного параметра оказалось возможным принять концентрацию C углерода в точке конструкции. Закон распределения концентрации углерода по объему конструктивного элемента находится из решения уравнения диффузии. Причем коэффициент диффузии углерода D в материале может зависеть от уровня напряжений, повреждения и температуры в рассматриваемой точке.

При построении модели были учтены следующие эффекты [2]: а) обезуглероживание приводит к ускорению ползучести; б) на кривых ползучести могут наблюдаться все три стадии ползучести (неустановившаяся, установившаяся и ускоренная); в) обезуглероживание приводит к увеличению деформации при разрушении для одного и того же уровня напряжений; г) увеличение уровня напряжений снижает эффект увеличения скорости ползучести от обезуглероживания; д) допускается, что обезуглероживание приводит к смещению и повороту кривых $p^*(\sigma)$, где p^* — предельная деформация ползучести; е) обезуглероживание приводит к значительному сокращению долговечности; ж) допускается, что обезуглероживание приводит к параллельному смещению кривых длительной прочности в логарифмических координатах.

При описании поведения материала с учетом влияния обезуглероживания полагалось, что полная деформация ϵ складывается из упругой и деформации ползучести p :

$$\epsilon = \sigma/E + p, \quad (1)$$

где $E(C)$ — модуль упругости, величина которого зависит от содержания углерода в материале. Уравнения ползучести принимались в виде, описывающем все три стадии ползучести:

$$\frac{dp}{dt} = Ap^{-\alpha} \left(\frac{\sigma}{1 - \mu\Pi} \right)^k, \quad p(0) = 0, \quad p(t_p) = p^*; \quad (2)$$

$$\frac{d\Pi}{dt} = \frac{B\sigma^n}{(1 - \Pi)^{n+S}}, \quad \Pi(0) = 0, \quad \Pi(t_p) = 1. \quad (3)$$

Здесь t_p — время до разрушения; $A, \alpha, k, B, n, S, \mu$ — коэффициенты; Π — параметр поврежденности.

Влияние обезуглероживания на кинетику деформирования и разрушения учитывалось зависимостью коэффициентов уравнений (2) и (3) от концентрации углерода. В дальнейшем в работе детально исследовался случай кинетических уравнений (2), (3) при $\mu=1$. Тогда интегрированием (2) и (3) при значениях коэффициентов, соответствующих определенному уровню C и $\sigma = \text{const}$, получается уравнение ползучести

$$p = \left(\frac{A(\alpha+1)\sigma^{k-n}}{B(n+S+1-k)} \right) \cdot \left(1 - \left(1 - B(n+S+1)\sigma^n t \right)^{\frac{n+S+1-k}{n+S+1}} \right)^{\frac{1}{\alpha+1}} \quad (4)$$

и уравнение накопления повреждений

$$\Pi = 1 - \left(1 - B \cdot (n+S+1) \cdot \sigma^n \cdot t \right)^{\frac{1}{n+S+1}}. \quad (5)$$

Подставляя условия $p(t_p) = p^*$ и $\Pi(t_p) = 1$ в (4) и (5), получим уравнение кривой длительной прочности

$$t_p = 1 / (B(n+S+1)\sigma^n) \quad (6)$$

и зависимость деформации при разрушении от напряжения вида

$$p^* = (A(\alpha+1)\sigma^{k-n} / (B(n+S+1-k)))^{\frac{1}{\alpha+1}}. \quad (7)$$

Явный вид зависимостей коэффициентов $A(C)$, $B(C)$, $\alpha(C)$, $k(C)$, $n(C)$, $S(C)$, а также $E(C)$ определяется по их значениям, найденным с помощью формул (4), (6), (7) по опытным данным для материала с разными уровнями C . Указанный способ моделирования требует значительно-го количества экспериментальных данных.

Иной подход к учету влияния обезуглероживания на процессы деформирования и разрушения заключается в использовании подобия кривых ползучести и длительной прочности материала при разных концентрациях углерода и уровнях напряжений. Это позволяет представить основные соотношения, описывающие поведение материала в виде:

$$\frac{dp}{dt} = A_\phi p^{-\alpha_0} \left(\frac{\sigma}{1 - \mu \cdot \Pi} \right)^k, \quad p(0) = 0, \quad p(t_p) = p^*, \quad (8)$$

$$\frac{d\Pi}{dt} = \frac{B_\psi \sigma^{n_0}}{(1 - \Pi)^{n_0 + S_0}}, \quad \Pi(0) = 0, \quad \Pi(t_p) = 1, \quad (9)$$

где

$$A_\phi = A_0 \phi^k \quad (10)$$

$$B_\psi = B_0 \psi^k. \quad (11)$$

Здесь индекс «0» соответствует значениям коэффициентов для материала в исходном (необезуглероженном) состоянии; $\phi(C)$, $\psi(C)$ — некоторые функции, учитывающие влияние уровня обезуглероживания на ползучесть и накопление повреждений, причем $\phi > 1$, $\psi > 1$. Интегрируя (8) и (9) при $\sigma = \text{const}$, $\mu=1$, постоянных значениях коэффициентов и используя условия $p(t_p) = p^*$, $\Pi(t_p) = 1$, получим:

$$t_p = 1 / (B_\psi (n_0 + S_0 + 1) \sigma^{n_0}), \quad (12)$$

$$p^* = (A_\phi (\alpha_0 + 1) \sigma^{k_0 - n_0} / (B_\psi (n_0 + S_0 + 1 - k_0)))^{\frac{1}{\alpha_0 + 1}}. \quad (13)$$

2. Стержневые элементы используются в качестве испытательных образцов при опытах по определению характеристик длительной прочности и ползучести материалов как в нейтральной, так и в жидкометаллической средах. На рис. 1 показаны некоторые программы нагружения опытных образцов, которые используются при испытаниях конструкционных перлитных сталей, предназначенных для эксплуатации в жидком натрии (N — растягивающая нагрузка).

Рассмотрим расчет напряженно-деформированного состояния и долговечности круглого стержня, нагружаемого по программе 1, а. Считаем, что стержень предварительно прогрет до температуры T , затем к нему прилагается растягивающая сила N , после чего он помещается в жидкометаллическую среду. На этапе силового нагружения при $t = 0$ решается упругая задача: и находятся напряжение и деформация:

$$\sigma = N/(\pi R^2), \quad \varepsilon = \sigma/E_0, \quad (14)$$

где N — растягивающая сила, E_0 — модуль упругости необезуглероженного материала. Далее происходит процесс деформирования во времени, сопровождающийся обезуглероживанием материала стержня. Для начала вычислительного процесса необходимо ввести дополнительный этап расчета, в процессе которого возмущается граничная концентрация углерода. Необходимость этого этапа объясняется особенностью численного решения задачи диффузии, так как «мгновенное» установление граничного условия приводит к резкой неоднородности механических свойств материала по поперечному сечению стержня, из-за чего скорости деформирования в разных точках сечения существенно отличаются, в результате задача определения напряженно-деформированного состояния стержня становится неустойчивой. С аналогичными проблемами столкнулись авторы ряда работ, в которых (с целью их устранения) вводился этап установления граничного условия. Вычислительный эксперимент, проведенный при разработке описываемой здесь методики, выявил необходимость введения такого этапа для расчета стержневого элемента, обезуглероживающегося в жидком натрии. В данном случае уравнение диффузии будет иметь вид

$$\frac{\partial(C_0 - C)}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2(C_0 - C)}{\partial^2 r} - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(C_0 - C)}{\partial r} \right), \quad (15)$$

с начальным и граничным условиями:

$$(C_0 - C)|_{t=0} = 0, \quad (C_0 - C)|_{r=R} = C_\infty = \text{const}, \quad (16)$$

где разность $(C_0 - C)$ характеризует потери концентрации углерода в точке элемента конструкции.

Р и с. 1. Программы нагружения опытных образцов в жидком натрии

Для получения физических соотношений оказывается удобным использовать метод последовательных возмущений параметров. За шаг по времени Δt полная деформация изменится на величину

$$\Delta \varepsilon = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} \Delta \sigma + \frac{\partial \varepsilon}{\partial E} \Delta E + \frac{\partial \varepsilon}{\partial p} \Delta p. \quad (17)$$

Учитывая, что $\frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} = \frac{1}{E}$; $\frac{\partial \varepsilon}{\partial E} = -\frac{\sigma}{E^2}$; $\frac{\partial \varepsilon}{\partial p} = 1$, получим для приращения напряжения соотношение

$$\Delta \sigma = E \cdot (\Delta \varepsilon - \Delta p) + \frac{\sigma}{E} \Delta E. \quad (18)$$

Так как на этапе деформирования во времени приращение растягивающей силы не происходит, можно записать:

$$\Delta N = \int_F \Delta \sigma dF = 2\pi \int_0^R \Delta \sigma r dr = 0. \quad (19)$$

С учетом (18) имеем

$$\Delta \varepsilon = \frac{\int_0^R E \Delta p r dr - \int_0^R \frac{\sigma}{E} r dr}{\int_0^R E r dr}. \quad (20)$$

Величина приращения деформации ползучести Δp_u определяется интегрированием уравнений (2) и (3).

При решении задачи Коши для уравнений ползучести и накопления повреждений возникает проблема вычисления правых частей уравнений, которые характеризуют напряженно-деформированное состояние элемента на данном временном шаге Δt и зависят от искоемых функций p и Π , рассматриваемых на этом же шаге по времени. Для преодоления этой трудности, обычно предполагают, что в пределах временного интервала Δt правые части дифференциальных уравнений практически стационарны. Это позволяет ограничиться итерационным алгоритмом решения задачи Коши, основанном на использовании простых явных и неявных схем интегрирования [3, 4]. Воспользовавшись способом, предложенным Н. Н. Калиткиным [3], преобразуем исходную систему (2), (3) так, чтобы разделить переменные; в результате получим:

$$p^\alpha dp = A \left(\frac{\sigma}{1-\Pi} \right)^k dt, \quad (21)$$

$$(1-\Pi)^{n+S} d\Pi = B\sigma^n dt. \quad (22)$$

Далее, интегрируя (21) и (22) в пределах шага Δt на временном интервале $t_i \leq t \leq t_{i+1}$, имеем:

$$\int_{p_i}^{p_{i+1}} p^\alpha dp = \int_{t_i}^{t_{i+1}} A \left(\frac{\sigma}{1-\Pi} \right)^k dt, \quad (23)$$

$$\int_{\Pi_i}^{\Pi_{i+1}} (1-\Pi)^{n+S} d\Pi = \int_{t_i}^{t_{i+1}} B\sigma^n dt. \quad (24)$$

Как показали численные эксперименты, для получения сходящегося итерационного процесса, достаточно аппроксимировать интегралы в (23) и (24) простыми квадратурными формулами, самой простой из которых оказывается формула левых прямоугольников, приводящая к явной разностной схеме.

Изложенный подход налагает ограничение на величину шага по времени, поэтому будем использовать специальную процедуру выбора шага. Для этого задаем предельные величины изменения параметров поврежденности $\Delta \Pi_{\max}$ и деформаций ползучести $\Delta p_{\max}$ за один шаг по времени Δt по каждой из точек сетки, соответственно исходя из условий предельного изменения параметров Π и p :

$$\Delta t_{\Pi_i} = \frac{(1-\Pi_{i-1})^{n+S} \Delta \Pi_{\max}}{B_{i-1} \sigma_{i-1}^n}, \quad (25)$$

$$\Delta t_{p_i} = \frac{(1-\Pi_{i-1})^k p_{i-1}^\alpha \Delta p_{\max}}{A_{i-1} \sigma_{i-1}^k}. \quad (26)$$

При использовании явной схемы для решения уравнения диффузии необходимо также учесть ограничение на шаг по времени, налагаемое условием устойчивости разностной схемы.

На основе вышеизложенного был разработан следующий алгоритм расчета.

1. В момент $t = 0$ производится силовое нагружение и определяются напряжение σ и деформация ϵ , задается начальный шаг по времени Δt .
2. Задается шаг возмущения граничной концентрации ΔC .
3. Решается уравнение диффузии, находится массив концентраций углерода C .
4. Рассчитываются коэффициенты $A(C)$ и $B(C)$ модели (2), (3).
5. Решаются уравнения ползучести (2) и накопления повреждений (3) с использованием формул (23) и (24), после чего по формулам:

$$\Delta p_i = p_i - p_{i-1}, \quad \Delta \Pi_i = \Pi_i - \Pi_{i-1}$$

находятся массивы приращений деформаций ползучести и приращений поврежденностей.

6. Производится проверка по каждой из точек разбиения выполнения условий

$$\Delta p_i \leq \Delta p_{\max}, \quad (27)$$

$$\Delta \Pi_i \leq \Delta \Pi_{\max}. \quad (28)$$

В случае их невыполнения шаг Δt уменьшается и происходит возврат к шагу 3.

7. Определяется массив модулей упругости $E(C)$ и его приращение $\Delta E = E_i - E_{i-1}$.

8. Численным интегрированием находятся интегралы, входящие в выражение (20).

9. Определяется приращение полной деформации $\Delta \epsilon$ по формуле (20).

10. Из выражения (18) находится массив приращений напряжений $\Delta\sigma$.

11. Проверяется условие по ограничению относительных величин возмущений напряжений по каждой из точек дискретизации. В случае невыполнения шаг Δt уменьшается и производится возврат к шагу 3.

12. Находится массив напряжений σ по формуле $\sigma_{i+1} = \sigma_i + \Delta\sigma$.

13. Производится проверка на монотонность изменения поля напряжений. В случае невыполнения шаг Δt уменьшается и производится возврат к шагу 3.

14. Проверяются некоторые условия завершения программы и обработка прерываний. Делается подготовка к следующему шагу по времени и выбирается его величина по условиям (25) и (26) и условию устойчивости разностной схемы решения уравнения диффузии

$$\Delta t \leq \left(\frac{\Delta r^2}{4D} \right).$$

15. Производится проверка установления граничных условий для уравнения диффузии; в случае достижения равновесного значения C_∞ дальнейшие вычисления производятся с шага 3, иначе делается очередное возмущение граничного условия — на величину ΔC (шаг 2).

Описанный алгоритм реализован в виде программного комплекса, с использованием которого выполнена серия численных экспериментов. Модель дает хорошее приближение к экспериментальной кривой и описывает в пределах разброса опытных данных время до разрушения и деформацию при разрушении как в нейтральной среде, так и при обезуглероживании в жидком натрии (см. таблицу).

Сравнение результатов расчета стержня в нейтральной среде и жидком натрии с опытными данными

σ , МПа	на воздухе				в жидком натрии			
	$t_p^{\text{эксп}}$, час	$t_p^{\text{расч}}$, час	$P^{\text{эксп}}$, %	$P^{\text{расч}}$, %	$t_p^{\text{эксп}}$, час	$t_p^{\text{расч}}$, час	$P^{\text{эксп}}$, %	$P^{\text{расч}}$, %
100	890	870	34	33	750	730	40	44
80	5150	4970	24	26	3100	2930	34	36

Р и с. 2. Кривые ползучести на воздухе и в жидком натрии: сплошные линии — $\sigma = 100$ МПа; штриховые линии — $\sigma = 86$ МПа

ленной в точке поврежденности за весь период жизни образца. При этом напряжения в этой точке в момент разрушения не являются максимальными. Отсюда можно сделать вывод, что максимальные напряжения не могут выступать в роли критерия разрушения — важен весь процесс деформирования во времени и кинетика перераспределения напряжений из-за обезуглероживания.

Кривая ползучести для образца (см. рис. 2), испытанного в жидком металле, лежит между кривыми ползучести для образцов, испытанных в нейтральной среде, но имеющих разную концентрацию ($C=C_0$ и $C=0,5C_0$) (что соответствует гипотезе, заложенной при разработке модели).

На рис. 3. показаны профили концентрации углерода в различные моменты времени. Процесс обезуглероживания приводит к значительному перераспределению напряжений, причем напряжения в отдельных частях сечения могут вначале возрастать, а затем убывать.

Это иллюстрирует рис. 4. Как видно из рисунка 5, разрушение происходит в точке, лежащей в частично обезуглероживанной зоне. Анализ показывает, что разрушение наступает вследствие накоп-

Р и с. 3. Эпюры концентрации углерода по радиусу стержня в разные моменты времени

Р и с. 4. Изменение эпюр напряжений по сечению стержня в процессе обезуглероживания в жидком натрии

Р и с. 5. Эпюры поврежденности по сечению стержня в разные моменты времени

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука. 1966. 752 с.
2. Овчинников И. Г., Северюхин Н. В. Построение модели деформирования и разрушения элемента конструкции, обезуглероживаемого в жидком металле // Сб.: Коррозия металлов и сплавов. Алма-Ата: КазПИИ, 1985. С. 81–87.
3. Калиткин Н. Н. Численные методы. М.: Наука, 1978. 512 с.
4. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулдер К. Машинные методы математических вычислений. М.: Мир, 1980. 279 с.

Поступила 20.09.2006 г.