Общероссийский математический портал

А. Ф. Заусаев, Исследование орбитальной эволюции 10 короткопериодических комет путем решения дифференциальных уравнений движения, полученных на основе нового принципа взаимодействия, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2007, выпуск 1(), 79–84

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu491>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.172.240.79

26 апреля 2023 г., 11:36:43

Небесная механика и астрометрия

УДК 521.1, 521.4

А. Ф. Заусеев

ИССЛЕДОВАНИЕ ОРБИТАЛЬНОЙ ЭВОЛЮЦИИ 10 КОРОТКОПЕРИОДИЧЕСКИХ КОМЕТ ПУТЕМ РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ, ПОЛУЧЕННЫХ НА ОСНОВЕ НОВОГО ПРИНЦИПА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Проведено исследование орбитальной эволюции 10 короткопериодических комет на интервале времени 400 лет (1800–2200 гг.) путем решения дифференциальных уравнений движения, полученных на основе нового принципа взаимодействия материальных тел друг на друга. Результаты сопоставлены с элементами орбит, вычисленных с помощью решения уравнений движения с учетом гравитационных и релятивистских эффектов. Показано, что результаты вычислений, полученные двумя различными методами, согласуются в пределах допустимой погрешности

В работе [1] получены дифференциальные уравнения движения, основанные на новом принципе взаимодействия материальных тел друг на друга, дается вывод дифференциальных уравнений движения, проведено сопоставление элементов орбит больших планет, Луны и Солнца на интервале времени с 1600–2200 гг., полученных с помощью различных численных теорий. К сожалению, в основной формуле имеются опечатки. Однако проведенные вычисления были получены при использовании верного алгоритма. Дифференциальные уравнения движения n материальных тел, основанные на новом принципе взаимодействия [1], в декартовой системе координат имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 X}{dt^2} &= \sum_i \left(\frac{X_i - X}{\Delta_i} \right) \frac{3a_{0i} r_{0i}^2}{\Delta_i^2 + \Delta_i \sqrt[3]{(\Delta_i^3 - r_{0i}^3)} + \sqrt[3]{(\Delta_i^3 - r_{0i}^3)^2}}, \\ \frac{d^2 Y}{dt^2} &= \sum_i \left(\frac{Y_i - Y}{\Delta_i} \right) \frac{3a_{0i} r_{0i}^2}{\Delta_i^2 + \Delta_i \sqrt[3]{(\Delta_i^3 - r_{0i}^3)} + \sqrt[3]{(\Delta_i^3 - r_{0i}^3)^2}}, \\ \frac{d^2 Z}{dt^2} &= \sum_i \left(\frac{Z_i - Z}{\Delta_i} \right) \frac{3a_{0i} r_{0i}^2}{\Delta_i^2 + \Delta_i \sqrt[3]{(\Delta_i^3 - r_{0i}^3)} + \sqrt[3]{(\Delta_i^3 - r_{0i}^3)^2}}. \end{aligned} \quad (1)$$

В уравнениях (1) через X, Y, Z обозначены барицентрические координаты возмущаемого тела, а через X_i, Y_i, Z_i — барицентрические координаты возмущающих тел, $\Delta_i^2 = (X_i - X)^2 + (Y_i - Y)^2 + (Z_i - Z)^2$, r_{0i} — эффективный радиус i -го тела, a_{0i} — соответствующее ускорение для i -го тела на расстоянии r_{0i} от центра массы.

Другая форма дифференциальных уравнения движения в барицентрической системе координат с учетом ньютоновских и шварцшильдовских членов, обусловленных взаимным влиянием Солнца, и планет имеет следующий вид [2]:

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{r}}_i &= \sum_{j \neq i} \frac{m_j (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)}{r_{ij}^3} \left\{ 1 - \frac{2(b+g)}{c^2} \sum_{k \neq i} \frac{m_k}{r_{ik}} - \frac{2b-1}{c^2} \sum_{k \neq j} \frac{m_k}{r_{jk}} + g \left(\frac{u_i}{c} \right)^2 + (1+g) \left(\frac{u_j}{c} \right)^2 - \right. \\ &\quad \left. - \frac{2(1+g)}{c^2} \dot{\mathbf{r}}_i \cdot \dot{\mathbf{r}}_j - \frac{3}{2c^2} \left[\frac{(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \cdot \dot{\mathbf{r}}_j}{r_{ij}} \right]^2 + \frac{1}{2c^2} (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) \cdot \ddot{\mathbf{r}}_j \right\} + \frac{1}{c^2} \sum_{j \neq i} \frac{m_j}{r_{ij}^3} \{ [(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)] \times \\ &\quad \times [(2+2g)\dot{\mathbf{r}}_i - (1+2g)\dot{\mathbf{r}}_j] \} (\dot{\mathbf{r}}_i - \dot{\mathbf{r}}_j) + \frac{3+4g}{2c^2} \sum_{j \neq i} \frac{m_j \ddot{\mathbf{r}}_j}{r_{ij}} + \sum_{m=1}^N \frac{m_m (\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_i)}{r_{im}^3}, \end{aligned} \quad (2)$$

где r_i , $\dot{r}_i$, $\ddot{r}_i$ – барицентрические радиус-вектора положения, скорости и ускорения тела i ; $\mu_i = Gm_j$, где G – гравитационная постоянная, а m_j — масса j -того тела; $r_{ij} = |r_j - r_i|$, b — параметр, измеряющий нелинейность, создаваемую гравитацией; g — параметр, измеряющий пространственную кривизну, производимую единичной покоящейся массой; $u_i = |\dot{r}_i|$; c — скорость света. Последний член уравнения (2) в правой части учитывает возмущения от астероидов; $\ddot{r}_j$ — ускорение тела j благодаря ньютоновским эффектам.

С помощью решений дифференциальных уравнений (2) американскими учеными Ньюхалом, Стендишем, Вильямсом [3] на интервале времени с 2305424.5 J.D. (1599 Dec 5) до 2525008.5 (2201 Feb 20) создана одна из высокоточных численных теорий движения больших планет DE-405. Полученные ими эфемериды для внутренних планет полностью согласованы с оптическими и радиолокационными наблюдениями, а для Луны — с лазерными наблюдениями.

С целью проверки эффективности различных математических моделей, описывающих движение больших планет, Луны и Солнца, в работе [1] проведены исследования движения этих объектов на интервале времени с 1600 г. по 2200 г. В первом случае решались дифференциальные уравнения (2), при этом для Луны и Земли в уравнениях (2) учитывались возмущения, обусловленные несферичностью этих планет. В качестве второй математической модели, описывающей движение больших планет, Луны и Солнца, рассматривались дифференциальные уравнения (1) [1].

На основании проведенных исследований были сделаны следующие выводы: дифференциальные уравнения движения (1) вполне удовлетворительно описывают движение больших планет, Луны и Солнца на интервале времени 600 лет; они значительно проще дифференциальных уравнений, учитывающих релятивистские эффекты и, кроме того, по затратам машинного времени более чем в 2 раза эффективнее последних.

Несомненный интерес представляет вопрос о возможности применения дифференциальных уравнений (1) к исследованию эволюции орбит короткопериодических комет, так как многие из этих комет имеют тесные сближения с большими планетами, которые оказывают на их движения существенное воздействие [4].

В качестве объектов для исследования были выбраны 10 комет из каталога орбитальной эволюции короткопериодических комет [4]. Ряд из выбранных комет в процессе эволюции имеет умеренные и тесные сближения с Юпитером, что значительно влияет на их орбитальную устойчивость. При исследовании эволюции орбит короткопериодических комет основной трудностью получения результатов с высокой степенью точности является проблема численной устойчивости. Вследствие того, что начальные данные элементов орбит заданы с определенной степенью точности, то следует оценить, как влияет погрешность начального смещения по каждому элементу, сопоставимая по величине с погрешностью округления, на полученные результаты. Проведенные расчеты показали, что для каждого объекта наибольшая вычислительная погрешность получается в результате смещения эксцентриситета по сравнению с другими элементами. С помощью введения погрешности в начальные данные эксцентриситетов орбит на величину $\pm 0,0000004$, оценивалась как степень точности проведенных расчетов, так и орбитальной устойчивости для каждой кометы.

Численное интегрирование уравнений движения (1) и (2) в обоих случаях было проведено модифицированным методом Эверхарта 27 порядка с переменным шагом интегрирования [5, 6] на интервале времени с 1600 г. по 2300 г.

В табл. 1 приведены элементы орбит короткопериодических комет, вычисленные различными методами на два момента времени. Элементы орбит в табл. 1 для каждой кометы приведены на два крайних момента интегрирования от начальной эпохи оскуляции, где введены обозначения: M — средняя аномалия, w — аргумент перигелия, Ω — долгота восходящего узла, i — наклонение, выраженное в градусах и долях градусов; a — большая полуось в астрономических единицах. При этом, в прошлое эволюция орбит для каждой кометы рассчитывалась на 200 лет от начальной эпохи оскуляции, а в будущее — на 200 или 355 лет, в зависимости от начального момента интегрирования. В табл. 1 элементы орбит в строках под номером один соответствуют решению дифференциальных уравнений (2) с учетом гравитационных и релятивистских эффектов. Здесь же приведены погрешности для каждого элемента, полученные в результате начального смещения эксцентриситета на выше указанную величину. Элементы орбит второй строки получены на основании решения дифференциальных уравнений (1).

Вследствие того, что погрешность начального смещения в эксцентриситете сопоставима по величине с ошибкой округления, то полученные результаты можно считать равноценными по точности, если они находятся в пределах заданной погрешности, указанных в строках под номером один.

Как видно из табл. 2, все рассматриваемые кометы имеют умеренные или тесные сближения с большими планетами: Меркурием, Венерой, Марсом, Юпитером. При этом четыре кометы имеют сближение менее 0,1 а.е. (а.е. — астрономическая единица ≈ 149597870 км.) только с внутренними планетами и шесть — с Юпитером. Значения погрешностей в элементах орбит комет находятся в прямой зависимости от величины ее сближения с большими планетами и от продолжительности нахождения кометы в состоянии сближения. Для большинства комет (см. табл. 1) наиболее существенные отклонения в элементах орбит (в результате введения погрешности начального смещения) имеет место в средней аномалии. Так, например, у кометы Biela погрешность в средней аномалии достигает более 20 градусов, а для кометы Brorsen — превышает 2 градуса. Для других комет погрешности в средней аномалии не превышают одного градуса. По сравнению со средней аномалией остальные элементы орбит (в результате введения в значение эксцентриситета погрешности начального смещения на величину 0,0000004) изменяются незначительно. Сопоставление элементов орбит, найденных путем решения уравнений (1) и (2) и приведенных в табл. 1, показывает, что они отличаются друг от друга незначительно и находятся в пределах погрешностей, обусловленных погрешностью начальных смещений, поэтому каждое из этих уравнений может быть использовано для исследования эволюции орбит короткопериодических комет. Существенным преимуществом формул (1) по сравнению с формулами (2) является то обстоятельство, что они являются значительно проще и более чем в два раза эффективнее по быстродействию.

Т а б л и ц а 1

Элементы орбит короткопериодических комет

N	M	q	e	w	Ω	i
T=2366500.5 J.D. (1767 02 27.0) P/Halley						
1	37,4634 $\pm 0,0018$	0,574192 $\pm 0,000065$	0,968207 $\pm 0,000002$	110,3368 $\pm 0,0033$	57,0679 $\pm 0,0094$	162,3934 $\pm 0,0018$
2	37,4637	0,574181	0,968208	110,3364	57,0674	162,3935
T=2526400.5 J.D. (2204 12 13.0) P/Halley						
1	340,3000 $\pm 0,0582$	0,585218 $\pm 0,000017$	0,967180 $\pm 0,000002$	115,0165 $\pm 0,0056$	62,3829 $\pm 0,0048$	161,7196 $\pm 0,0004$
2	340,3008	0,585218	0,967180	115,0165	62,3830	161,7195
T=2370600.5 J.D. (1778 05 20.0) P/Encke						
1	221,8358 $\pm 0,0413$	0,344660 $\pm 0,000011$	0,844736 $\pm 0,000004$	181,7028 $\pm 0,0001$	337,5202 $\pm 0,0001$	13,8248 $\pm 0,0003$
2	221,8289	0,344658	0,844737	181,7034	337,5203	13,8249
T=2530500.5 J.D. (2216 03 05.0) P/Encke						
1	97,4850 $\pm 0,2486$	0,338565 $\pm 0,000014$	0,847586 $\pm 0,000010$	192,3569 $\pm 0,0001$	330,3084 $\pm 0,0008$	9,2438 $\pm 0,0010$
2	97,4454	0,338564	0,847587	192,3561	330,3084	9,2440
T=2317800.5 J.D. (1633 10 27.0) P/Biela						
1	237,2724 $\pm 0,0061$	0,995927 $\pm 0,000002$	0,719791 $\pm 0,000002$	206,9100 $\pm 0,0005$	267,7183 $\pm 0,0004$	20,1595 $\pm 0,0008$
2	237,2707	0,995926	0,719791	206,9100	267,7185	20,1597

Табл. 1 (продолжение)

T=2527700.5 J.D. (2208 07 05.0)						
P/Biela						
1	253,8404 ±20,5940	0,818406 ±0,014168	0,766529 ±0,000188	323,3517 ±2,3548	143,5040 ±1,2454	13,9260 ±0,0113
2	253,8404	0,818351	0,766546	323,3605	143,4998	13,9251
T=2371400.5 J.D. (1780 07 28.0)						
P/Faye						
1	227,6356 ±0,1136	1,694503 ±0,000051	0,559036 ±0,000013	190,4609 ±0,0099	226,9692 ±0,0049	7,3845 ±0,0029
2	227,6224	1,694496	0,559038	190,4599	226,9698	7,3841
T=2531300.5 J.D. (2218 05 14.0)						
P/Faye						
1	237,0455 ±0,0052	1,442712 ±0,000011	0,611124 ±0,000002	220,4725 ±0,0015	167,9196 ±0,0021	5,1090 ±0,0002
2	237,0465	1,442712	0,611124	220,4723	167,9195	5,1079
T=2327500.5 J.D. (1660 05 18.0)						
P/Brorsen						
1	34,5175 ±2,2015	0,899194 ±0,015952	0,705888 ±0,001457	5,7586 ±0,1019	108,7569 ±0,0276	46,1711 ±0,0026
2	35,0860	0,900435	0,705584	5,7812	108,7671	46,1718
T=2547400.5 J.D. (2262 06 12.0)						
P/Brorsen						
1	196,9219 ±0,2890	0,445995 ±0,000102	0,856642 ±0,000120	106,0951 ±0,1871	7,2849 ±0,1884	6,5517 ±0,0077
2	196,9124	0,445768	0,856751	106,0076	7,3678	6,5477
T=2372400.5 J.D. (1783 04 24.0)						
P/Arrest						
1	148,1063 ±0,0030	1,055233 ±0,000167	0,687629 ±0,000037	169,4588 ±0,0050	157,3962 ±0,0076	10,2061 ±0,0054
2	148,1061	1,055211	0,687634	169,4584	157,3971	10,2056
T=2532300.5 J.D. (2221 02 07.0)						
P/Arrest						
1	151,8536 ±0,1060	1,908780 ±0,000413	0,495395 ±0,000098	169,5155 ±0,0060	128,5214 ±0,0023	23,3498 ±0,0085
2	151,8696	1,908528	0,495410	169,5145	128,5211	23,3485
T=2370100.5 J.D. (1771 01 05.0)						
P/Pons-Winnecke						
1	319,1851 ±0,0131	1,004940 ±0,000088	0,706363 ±0,000024	3,7026 ±0,1538	270,0745 ±0,1545	2,6988 ±0,0154
2	319,1821	1,004924	0,706368	3,7234	270,0539	2,6967
T=2530000.5 J.D. (2214 10 22.0)						
P/Pons-Winnecke						
1	161,5377 ±0,0026	1,068520 ±0,000010	0,679854 ±0,000003	193,1228 ±0,0006	79,0712 ±0,0008	18,2126 ±0,0006
2	161,5365	1,068520	0,679854	193,1225	79,0711	18,2127
T=2369600.5 J.D. (1775 08 24.0)						
P/Tuttle						
1	345,9828 ±0,0235	1,053154 ±0,000004	0,817610 ±0,000004	207,0237 ±0,0001	271,4435 ±0,0001	54,2379 ±0,0008
2	345,9773	1,053153	0,817611	207,0238	271,4435	54,2377

Табл. 1 (продолжение)

T=2529500.5 J.D. (2213 06 09.0)						
P/Tuttle						
1	10,4532 ±0,0254	1,015593 ±0,000016	0,822576 ±0,000009	207,7271 ±0,0001	269,0360 ±0,0000	54,8956 ±0,0003
2	10,4592	1,015588	0,822574	207,7270	269,0360	54,8957
T=2371600.5 J.D. (1781 02 13.0)						
P/Tempel 1						
1	194,6222 ±0,0584	1,757779 ±0,000974	0,469122 ±0,000176	72,0362 ±0,1581	162,8345 ±0,1632	4,5459 ±0,0049
2	194,6041	1,757668	0,469142	72,0181	162,8532	4,5464
T=2531500.5 J.D. (2218 11 30.0)						
P/Tempel 1						
1	29,8433 ±0,0109	1,885299 ±0,000124	0,448845 ±0,000023	209,4122 ±0,0059	51,5892 ±0,0043	6,7451 ±0,0011
2	29,8444	1,885293	0,448846	209,4116	51,5896	6,7452
T=2371500.5 J.D. (1780 11 05.0)						
P/Tempel 2						
1	206,6912 ±0,0262	1,354794 ±0,000073	0,549243 ±0,000020	177,8465 ±0,0043	126,0126 ±0,0017	12,4601 ±0,0007
2	206,6927	1,354789	0,549245	177,8464	126,0127	12,4600
T=2531400.5 J.D. (2218 08 22.0)						
P/Tempel 2						
1	217,8153 ±0,1972	1,319818 ±0,000028	0,565663 ±0,000005	217,3156 ±0,0153	102,6559 ±0,0129	8,8516 ±0,0027
2	217,7961	1,319819	0,565663	217,3169	102,6546	8,8513

Таблица 2

Сближения короткопериодических комет с большими планетами

P/Halley					
Планета	Дата	Расстояние	Планета	Дата	Расстояние
Венера	2061 8 20,5	0,05443			
P/Encke					
Планета	Дата	Расстояние	Планета	Дата	Расстояние
Меркурий	1815 12 8,0	0,092780	Меркурий	2013 11 18,3	0,024945
Меркурий	1839 1 13,0	0,049392	Меркурий	2037 1 10,0	0,077314
Меркурий	1862 2 20,0	0,084938	Меркурий	2079 11 14,5	0,040462
Меркурий	1872 1 9,8	0,033772	Меркурий	2093 2 11,0	0,066985
Меркурий	1881 11 23,9	0,026048	Меркурий	2126 2 11,6	0,043918
Меркурий	1905 1 25,0	0,094300	Меркурий	2135 12 30,5	0,034029
Меркурий	1928 2 18,0	0,085446	Меркурий	2172 5 12,3	0,031329
Меркурий	1947 11 26,0	0,060348	Меркурий	2182 4 8,0	0,083997
Меркурий	1971 1 9,0	0,057666	Меркурий	2192 3 3,0	0,077216
Меркурий	1997 4 24,5	0,093349			
P/Biela					
Планета	Дата	Расстояние	Планета	Дата	Расстояние
Земля	1794 5 26,0	0,038708	Луна	2112 3 11,2	0,046915
Юпитер	1805 12 18,5	0,096204	Земля	2145 2 24,0	0,062284
Марс	1999 4 9,1	0,010323			
P/Faye					
Планета	Дата	Расстояние	Планета	Дата	Расстояние
Юпитер	1816 4 4,3	0,24728	Юпитер	2195 3 19,5	0,41156

Табл. 2 (продолжение)

P/Brorsen					
Планета	Дата	Расстояние	Планета	Дата	Расстояние
Юпитер	1747 8 2,1	0,19152	Юпитер	2008 6 9,0	0,45076
Юпитер	1842 5 27,45	0,066731	Юпитер	2091 6 11,0	0,48945
Юпитер	1913 7 26,0	0,37424	Юпитер	2162 7 29,0	0,44176
Юпитер	1925 6 4 12,0	0,34262	Венера	2221 5 20,0	0,066487
Юпитер	1996 7 31,0	0,47838			
P/Arrest					
Планета	Дата	Расстояние	Планета	Дата	Расстояние
Юпитер	1790 1 23,0	0,40671	Юпитер	2109 11 14,0	0,31448
Юпитер	1861 4 22,0	0,32307	Юпитер	2192 11 8,4	0,24126
Юпитер	1968 3 19,5	0,41515	Юпитер	2252 3 2,9	0,19546
Юпитер	1979 7 22,7	0,29849	Юпитер	2335 2 18,0	0,48324
Юпитер	2050 9 13,4	0,24805			
P/Pons-Winnecke					
Планета	Дата	Расстояние	Планета	Дата	Расстояние
Юпитер	1796 7 4,0	0,065721	Юпитер	2037 7 10,9	0,26754
Юпитер	1800 8 24,2	0,11280	Юпитер	2049 6 2,0	0,44162
Юпитер	1882 11 20,0	0,43783	Юпитер	2119 10 22,5	0,28025
Юпитер	1894 11 28,0	0,45409	Юпитер	2226 10 16,5	0,48677
Юпитер	1906 12 19,0	0,41635	Юпитер	2238 7 1,0	0,37963
Юпитер	1918 11 19,5	0,35751	Юпитер	2250 7 18,5	0,48759
Юпитер	1927 6 27,6	0,040875	Юпитер	2262 9 6,0	0,44379
Юпитер	1930 7 28,0	0,47187	Юпитер	2334 12 11,2	0,23656
P/Tuttle					
Планета	Дата	Расстояние	Планета	Дата	Расстояние
Земля	2212 12 25,0	0,083946			
P/Tempel 1					
Планета	Дата	Расстояние	Планета	Дата	Расстояние
Юпитер	1787 3 9 12,0	0,34832	Юпитер	2119 11 29,0	0,49733
Юпитер	1870 2 2,5	0,35788	Марс	2183 10 18,6	0,01983
Юпитер	1941 10 13,0	0,41233	Юпитер	2214 5 10,0	0,46849
P/Tempel 2					
Планета	Дата	Расстояние	Планета	Дата	Расстояние
Марс	1804 3 4,5	0,082882			

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Заусаев А. Ф. Теория движения n материальных тел, основанная на новом принципе взаимодействия // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки, 2006. Вып. 43. С. 132–139.
2. Newhall X. X., Standish E. M., Williams Jr. and J.G. DE 102:A numerically integrated ephemeris of the Moon and planets spanning forty-four centuries // Astron. Astrophys., 1983. No. 125. P. 150–167.
3. Standish E.M. JPL Planetary and Lunar Ephemerides, DE405/LE405 // Jet Prop Lab Technical Report. IOM 312.F-048. 1998. P. 1–7.
4. Заусаев А. Ф., Заусаев А. А. Каталог орбитальной эволюции короткопериодических комет с 1900 по 2100 гг. М.: Машиностроение – 1, 2005. 346 с.
5. Заусаев А. Ф., Заусаев А. А., Ольхин А. Г. Численное интегрирование уравнений движения больших планет (Меркурий-Плутон) и Луны с учетом радиолокационных наблюдений // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки, 2004. С.43–47.
6. Everhart E. Implist single methods for integrating orbits // Central Mechanics, 1974. Vol. 10. P. 35–55.

Работа выполнена при финансовой поддержке Федерального агентства по образованию (проект РНП.2.1.1.1689).

Поступила 6.09.2006 г.