Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Ф. Х. Алтынбаев, Исследование резонансных движений астероидов группы Аполлона с внутренними планетами, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2007, выпуск 1(), 85–89

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu492>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.80.253.173

26 апреля 2023 г., 17:01:14

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЗОНАНСНЫХ ДВИЖЕНИЙ АСТЕРОИДОВ ГРУППЫ АПОЛЛОНА С ВНУТРЕННИМИ ПЛАНЕТАМИ

Исследовано резонансное движение астероидов группы Аполлона с внутренними планетами (Венерой, Землей и Марсом). Показано, что из 2026 астероидов группы Аполлона 1760 движутся в резонансе с одной, двумя или тремя внутренними планетами. С помощью численного интегрирования на интервале времени с 1800 по 2200 гг. исследована устойчивость резонансного движения астероидов группы Аполлона по отношению к внутренним планетам.

Астероиды группы Аполлона относятся к астероидам, которые в процессе эволюции могут сближаться с Землей (АСЗ). Орбиты АСЗ могут касаться и даже проникают внутрь орбиты Земли и, в случае тесных сближений с Землей, могут представлять определенную угрозу столкновения. Исследование эволюции движения астероидов такого класса на длительных интервалах времени, как известно, представляет сложную задачу. Это связано как с неустойчивостью решений дифференциальных уравнений движения, так и с орбитальной неустойчивостью в окрестности тесных сближений. Эффективные прогнозы движения АСЗ можно получить только на интервалы времени порядка ста и тысячи лет [1, 2]. Детальное исследование их орбитального поведения хотя бы на этом интервале необходимо, исходя из практической точки зрения, поскольку с этим связана проблема астероидной опасности для Земли. На большие интервалы времени предсказать с высокой степенью точности движение этих астероидов невозможно.

Особый интерес в этой задаче приобретает изучение орбитальных резонансов, которые при определенных условиях могут служить для астероидов защитным механизмом от тесных сближений с планетами. Дело в том, что устойчивые резонансы позволяют сохранять определенные начальные геометрические конфигурации орбит в относительном движении астероидов и больших планет. Если начальные параметры орбиты астероида таковы, что он во время своего движения по орбите попадает в соединение с планетой в точках, удаленных от орбиты планеты, то несмотря на то, что орбиты астероидов таких групп будут близко подходить к орбите планеты (на расстояния до нескольких десятых а.е. — астрономическая единица ≈ 149597870 км.), благодаря определенной соизмеримости их движения с планетой, самим астероидам всегда удастся избежать слишком тесных сближений, так как планета не оказывается на том участке орбиты, к которому приближается астероид. При наличии орбитального резонанса эта ситуация будет повторяться с определенной периодичностью, сохраняя такую благоприятную геометрическую конфигурацию в течение длительного времени, предохраняя астероиды от тесных сближений и столкновений с планетой. В противном случае астероиды «выметаются» из окрестности этих резонансов в результате столкновения с планетами.

Для определения резонансного характера движения астероидов с большими планетами воспользуемся известными соотношениями для любых двух действительных чисел, которые можно представить в виде следующей подходящей дроби [3]:

$$\frac{b}{c} \approx q_1 + \frac{1}{q_2 + \frac{1}{q_3 + \frac{1}{\mathbf{O} + \frac{1}{q_n}}}}, \quad (1)$$

где b и c — действительные числа, $q_1, q_2, q_3, \mathbf{K}, q_n$ — неполные частные.

Тогда значение

$$d_1 = q_1, d_2 = q_1 + \frac{1}{q_2}, d_3 = q_1 + \frac{1}{q_2 + \frac{1}{q_3}}, \dots \quad (2)$$

называются подходящими дробями.

Подставляя в формулу (1) вместо c и b значения среднесуточных движения астероида и планеты n_1 и n_2 , получаем целые числа k_1 и k_2 , соответствующие числителям и

знаменателям подходящих дробей.

Критерий резонансного характера движения астероида по отношению к отдельно взятой планете можно представить в виде формулы [4]:

$$|k_1 \cdot n_1 - k_2 \cdot n_2| = \sqrt{M}, \quad (3)$$

где M — масса планеты.

Согласно критерию (3), для выполнения требования, отвечающего резонансам первого порядка, величина $d = |k_1 \cdot n_1 - k_2 \cdot n_2|$ — отличие резонансного соотношения среднесуточных движений планеты и астероида от точной соизмеримости — не должна превосходить следующих значений: 0,0016 — для Венеры; 0,0017 — Земли и 0,0006 — Марса. В дальнейшем, при выполнении вышеуказанных условий, движение астероида по отношению к конкретной планете будем считать резонансным.

Полагая в условии (3) $k_1 \leq 5$ и $k_2 \leq 5$, при выполнении которого для возмущения обеспечивается малый период, для 1760 астероидов группы Аполлона были получены резонансные последовательности по отношению к Венере, Земле и Марсу, которые сопоставлялись с точной соизмеримостью.

Резонансный характер движения может наблюдаться не только при точной соизмеримости движения астероида с планетой. Отклонение от точной соизмеримости в любую сторону, при которой еще сохраняется резонансный характер движения, определяет ширину резонансной зоны. Если обозначить простые числа, входящие в резонансное соотношение, через k_1 и k_2 , то ширина резонансной зоны окажется пропорциональной величине $1/(k_1 + k_2)$. Очевидно, что резонансная зона оказывается наиболее широкой при значениях $k_1 = k_2 = 1$.

В банке исходных данных элементов орбит астероидов DASTCOM (Database of ASTeroids and COMets) американской Лаборатории Реактивного Движения (JPL) по состоянию на 14 июня 2006 года содержалась информация о 2026 астероидах группы Аполлона [5]. Астероиды этой группы можно выделить по следующим характеристикам: перигелийное расстояние (q) меньшее или равное 1, и большая полуось (a), больше 1 а.е.:

$$q \leq 1, \quad a > 1. \quad (4)$$

На основе вычисленных среднесуточных движений астероидов и планет Меркурий – Марс, были вычислены соизмеримости среднесуточных движений, удовлетворяющие соотношению (3).

На начальный момент времени 14 июня 2006 года из 2026 астероидов группы Аполлона вблизи резонанса по отношению к одной или нескольким планетам одновременно двигалось 1760 тел. При этом, соизмеримости, близкие к резонансу с Венерой, проявлялись у 744 астероидов, с Землей – у 1383 и с Марсом – у 834 астероида. Из анализа начальных данных получено, что 37% астероидов находится в резонансе только с одной из перечисленных выше планет, 32% находятся в резонансе по отношению к двум планетам и около 18% движется в резонансе сразу с тремя планетами – Венерой, Землей и Марсом.

Сведения о характере резонансных движений астероидов группы Аполлона к внутренним планетам на 14 июня 2006 года показаны в табл. 1. Здесь для каждой из трех планет (Венеры, Земли и Марса) показано количество астероидов (n), находящихся в определенном резонансе ($k_1 : k_2$) с планетой. Как видно из табл. 1, наиболее широкие резонансные зоны с Венерой — 2:1 и 3:1 у 143 и 173 астероидов, соответственно. Широкие резонансы с Землей — 1:1, 2:1 и 3:1 наблюдаются у 103, 234 и 272 астероидов. С Марсом в широких резонансах — 1:1, 2:1 движется 174 и 169 астероидов соответственно.

Характер распределения числа астероидов зависит от приведенных резонансных соотношений, которые, в свою очередь, строятся по среднесуточным движениям планет и астероидов. Среднесуточное движение небесного тела является величиной, зависящей от большой полуоси, и рассчитывается по формуле

$$n = \sqrt{\frac{f(1+m)}{a^3}}, \quad (5)$$

где f — квадрат постоянная Гаусса, m — масса тела, a — большая полуось орбиты.

Из формулы (5) величина большой полуоси определяется по соотношению

$$a = \sqrt[3]{\frac{f(1+m)}{n^2}}. \quad (6)$$

**Резонансные зоны астероидов группы Амура по отношению к внутренним планетам
на 14 июня 2006 года**

Венера		Земля		Марс	
$k_1 : k_2$	n	$k_1 : k_2$	n	$k_1 : k_2$	n
2:1	143	1:1	103	1:1	174
3:1	173	2:1	234	2:1	169
4:1	162	3:1	272	2:3	51
5:1	147	3:2	139	3:1	1
5:2	79	4:1	216	3:2	106
5:3	40	4:3	89	3:4	57
		5:1	32	3:5	34
		5:2	134	4:3	59
		5:3	103	4:5	30
		5:4	61	5:2	23
				5:3	71
				5:4	59

Ниже в табл. 2 приведены значения, в области которых должны варьировать значения больших полуосей астероидов в зависимости от установившегося резонанса с одной из планет. Здесь для каждой из трех планет (Венера, Земля и Марс) показано, какое значение большой полуоси (a) должен иметь астероид, чтобы двигаться вблизи соизмеримости $k_1 : k_2$ с планетой.

Вследствие того, что формула (3) дает оценку вблизи резонанса, значения среднего движения и большой полуоси в табл. 2 даются приближенно — с двумя значащими цифрами.

Таблица 2

**Значения больших полуосей астероидов, движущихся вблизи резонансов
с большими планетами**

Венера ($n \approx 2,80 \cdot 10^{-2}$)		Земля ($n \approx 1,72 \cdot 10^{-2}$)		Марс ($n \approx 0,91 \cdot 10^{-2}$)	
$k_1 : k_2$	a	$k_1 : k_2$	a	$k_1 : k_2$	a
2:1	1,15	1:1	1,00	1:1	1,52
3:1	1,50	3:2	1,31	2:1	2,42
4:1	1,82	2:1	1,59	2:3	3,17
5:1	2,12	3:1	2,08	3:1	3,84
		4:1	2,52	3:2	4,46

Из табл. 2 видно, что для Венеры со среднесуточным движением $n \approx 2,80 \cdot 10^{-2}$ большие полуоси астероидов, имеющих резонансный характер движения 2:1, 3:1 и 4:1, должны быть близки к значениям $a \approx 1,15$, $a \approx 1,50$ и $a \approx 1,82$. Для Земли ($n \approx 1,72 \cdot 10^{-2}$) большие полуоси астероидов, движущиеся в резонансе 1:1, 2:1 и 3:1, должны иметь значения, близкие к значениям $a \approx 1,00$, $a \approx 1,59$ и $a \approx 2,08$ соответственно. И для Марса ($n \approx 0,91 \cdot 10^{-2}$) для астероидов, движущихся в широких резонансных зонах 1:1 и 2:1, большие полуоси должны быть близкими к значениям $a \approx 1,52$ и $a \approx 2,42$ соответственно.

На рисунке приведена гистограмма распределения численности астероидов группы Аполлона, как функция больших полуосей на момент времени 14 июня 2006 г.

Следует отметить, что для астероидов групп Аполлона говорить о ярко выраженных провалах в распределении численности астероидов по большой полуоси нельзя в связи с относительно небольшим количеством астероидов этой группы, а также в связи с быстрым эволюционным процессом под действием планетных возмущений. Тем не менее, полученная гистограмма показывает на их слабое проявление. Провалы в численности распределения просматриваются в окрестности значений больших полуосей 1,70, 1,90 и 2,25 а. е. Если проводить аналогию с табл. 2, то видим, что вблизи значения большой полуоси до 1,65 а. е. астероиды могут двигаться в резонансе сразу с тремя планетами: Венерой (2:1 и 3:1), Землей (2:1 и 3:2) и Марсом (1:1), поэтому в этом диапазоне возможно перетягивание астероида от одной планеты к другой. Скорее всего, именно с этим связано то, что характер распределения

в этом случае не имеет ярко выраженных неравномерностей. Большой интерес вызывают «провалы» в окрестностях значений больших полуосей 1,70, 1,90 и 2,25. Они как бы являются разделителями между астероидами, движущимися в резонансах с Венерой 4:1 (1,70–1,90), с Венерой 5:1 и Землей 3:1 (1,90–2,25), с Землей 4:1 и Марсом 2:1 (более 2,25).

Гистограмма распределения численности астероидов группы Аполлона, как функция большой полуоси на 14 июня 2006 года

Нельзя не отметить на гистограмме ярко выраженное преобладание больших полуосей, близких к 1 а.е. Это объясняется, прежде всего, условиями наблюдаемости, так как большинство астероидов имеют относительно небольшие размеры, и обнаруживаются при прохождении в непосредственной близости с Землей.

Несомненный интерес представляет вопрос устойчивости резонансного характера движения астероидов группы Аполлона. С этой целью методом Эверхарта было проведено численное интегрирование уравнений движения астероидов в прямом и обратном направлении на 200 лет с переменным шагом от начального момента — 14 июня 2006 года. При интегрировании учитывались возмущения 9 больших планет, Луны и Солнца в барицентрической системе координат [6–9].

На основании полученных результатов был проведен анализ устойчивости различных типов соизмеримостей на интервале времени 400 лет (с 5 января 1800 года по 8 января 2200 год) к планетным возмущениям.

Сравнение результатов вычислений соизмеримостей ($k_2:k_1$) и отклонения от точных резонансных соотношений (d) на три различных момента времени: 5 января 1800 года, 14 июня 2006 года и 8 января 2200 года, не выявило существенных изменений в значениях резонансных соотношений. Стоит также отметить, что наличие кратных резонансов значительно снижает степень возмущения со стороны больших планет, не ведущей к прогрессивному изменению размеров орбиты астероида на протяжении всего времени, пока сохраняется резонанс.

Относительно характера распределения численности астероидов группы Аполлона, как функций больших полуосей на три момента времени: 5 января 1800 г., 14 июня 2006 г. и 8 января 2200 г., следует отметить, что он также не претерпевает существенных изменений. Это связано с тем, что резонансные соотношения строятся по среднесуточным движениям планет и астероидов, а, в свою очередь, среднесуточные движения небесного тела являются зависимыми от большой полуоси (см. [5], [6]).

Исследование резонансов важно как для изучения устойчивости движения отдельных систем, так и в целом Солнечной системы. По-видимому, основной причиной высокой степени устойчивости в динамическом состоянии небесных объектов является сложный вид резонансного взаимодействия тел Солнечной системы. Тела, попавшие в резонанс, могут

оставаться захваченными резонансом значительное время. Таким образом, резонансы стабилизируют Солнечную систему на большие периоды времени.

Кроме того, стоит подчеркнуть, что наличие кратных резонансов замедляют прогрессивную эволюцию астероидов, уменьшает вероятность столкновения их с большими планетами, и тем самым продлевает срок их существования. Однако не все астероиды группы Аполлона находятся в резонансах с большими планетами. Из рассмотренных 2026 астероидов группы Аполлона у 266 отсутствуют острые соизмеримости среднесуточных движений с внутренними планетами. К этим объектам при решении проблемы, связанной с астероидной опасностью, должно быть проявлено особое внимание

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Tancredi G.* Chaotic Dynamics of planet-Encountering Bodies // *Celest. Mech. & Dyn. Astron.*, 1998. Vol. 70. P. 181–200.
2. *Wiodarczyk I.* The Prediction of the Motion of the Atens, Apollos and Amors Over Long Intervals of Time // *Dynamics of Natural and Artificial Celestial Bodies. Proceeding of US/European Celest. Mech. Workshop, held in Poznan, Poland. 3–7 July 2000.* Dordrecht : Kluwer Academic Publishers. 2001. P. 341–342.
3. *Виноградов И. М.* Основы теории чисел. М.: Наука, 1965. 172 с.
4. *Герасимов И. А.* Эволюция внешней части кольца астероидов // Автореф. дис. докт. физ. мат. наук. М., 1992. 11 с.
5. <ftp://ftp.lowell.edu/pub/elgb/astorb.htm>
6. *Заусаев А. Ф.* Эволюция орбит малых тел Солнечной системы сближающихся с Землей // Автореф. дис. докт. физ. мат. наук. М., 1994. 20 с.
7. *Заусаев А. Ф., Заусаев А. А.* Каталог орбитальной эволюции короткопериодических комет с 1900 по 2100 гг. М.: Машиностроение-1, 2005. 346 с.
8. *Заусаев А. Ф., Заусаев А. А., Ольхин А. Г.* Применение метода Эверхарта 31 порядка для решения уравнений движения различных небесных объектов // *Обзорные прикладной и промышленной математики.* 2004, Т.11, Вып.3. С.636.
9. *Everhart E.* Implicit single methods for integrating orbits // *Celestial mechanics*, 1974. No. 10. P. 35–55.

Работа выполнена при финансовой поддержке Федерального агентства по образованию (проект РНП.2.1.1.1689).

Поступила 2.10.2006 г.