Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Х. Д. Ламажапов, Перколяционная модель пробоя газов, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2007, выпуск 1(), 108–113

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu497>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.224.60.19

26 апреля 2023 г., 14:30:00

Физика газовых разрядов

УДК 537.5: 53.072

Х. Д. Ламажапов

ПЕРКОЛЯЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ПРОБОЯ ГАЗОВ

Рассмотрены существующие модели электрического пробоя. Предлагается использование теории протекания для анализа ионизационного перекрытия газовой прослойки. На основе порога возникновения бесконечно-связного кластера определено условие искрового пробоя газоразрядного промежутка с любой структурой поля. Рассматривается соединение первичных лавин, которые могут образовывать проводящие кластеры вдоль пути стримера. Теоретические представления удовлетворительно согласовываются с опубликованными экспериментальными данными.

Введение. Неотъемлемой частью любого разряда является развитие электронных лавин, начинающихся с некоторого начального количества электронов. Для описания дальнейшего развития разряда используются два приближения и, соответственно, две группы моделей: а) основанные на представлениях о процессе ионизации в однородном или квазиоднородном электрическом поле, б) рассматривающие процессы ионизации при значительном локальном искажении пространственным зарядом внешнего поля. Процессы ионизации в рамках моделей первого типа (назовем их волновыми) описываются системой уравнений баланса числа носителей и уравнения Лапласа, связывающего распределение электрического поля и числа носителей заряда, усредненных по макроскопически большим масштабам, в приближении достаточно гладкого распределения носителей заряда. Модели второго типа, стримерные модели, используют приближение, в каком-то смысле, обратное: предполагается ионизация в небольшой области усиленного поля вблизи головки лавины с последующим слиянием множества лавин в плазменное образование — стример. Таким образом, предполагается резко неоднородное распределение и числа носителей заряда, и электрического поля.

Частоты ионизационно-рекомбинационных процессов, зависят от величины напряженности электрического поля. Для многих газовых смесей в достаточно широком диапазоне полей применима эмпирическая формула зависимости частоты ионизации от величины приведенной напряженности поля (отношения напряженности поля E к числу нейтральных частиц в единице объема N): $\nu_i(E/N) \sim A \exp(-B \cdot N/E)$. В дальнейшем нам важен факт сильной зависимости частоты ионизации от величины приведенной напряженности поля, а конкретный вид зависимости $\nu_i(E/N)$, учитывая его эмпирический характер, в данном случае не столь важен. Механизмы основных видов ионизационных, диффузионных и прилипательных процессов исследованы теоретически и экспериментально подробно и тщательно (например, работы [1–3] и цитируемая там литература). Отметим, что в уравнениях электронно-ионного баланса частоты основных процессов зависят нелинейным образом от величины E/N , а распределение поля зависит от распределения носителей заряда. Поэтому аналитическое решение самосогласованной системы нелинейных уравнений возможно при использовании ряда упрощений. В первую очередь, это касается распределений поля и концентрации носителей заряда, которые часто вводятся феноменологически, модельным образом. Численное решение возможно лишь в достаточно простых случаях, поэтому удовлетворительное совпадение расчетных значений и экспериментальных данных является результатом достаточно удачного подбора модельных функций и/или коэффициентов в правых частях в системах уравнений. Эти модели, возможно, адекватные для описания разрядов при низкой плотности газов, могут дать правильные по порядку величины значения пробойного напряжения и для более высоких плотностей. Действительно начальная форма разряда в газе субатмосферной или атмосферной плотности может выглядеть однородной. Однако, как показали последующие эксперименты, проведенные с более высоким пространственным и временным разрешением, реальный пробой в плотных газах представляет со-

вокупность множества стримеров, стартующих с высоковольтного электрода. Ценность моделей однородного пробоя обусловлена удобством для инженерных расчетов.

Для описания процессов в сильно неоднородном суммарном поле, когда влиянием или вкладом поля пространственных зарядов в общее поле нельзя пренебречь и вклад поля пространственных зарядов становится решающим, была разработана стримерная модель. Данная модель предполагает разряд как развитие узкого плазменного образования — стримера, образованного в результате слияния многих отдельных лавин. Относительно перехода таунсендовской лавины в стримерную форму можно представить качественную картину развития разряда, основанную на стримерной теории, предложенной Лебом и Миком для однородного поля [4]. Согласно стримерной теории предполагается, что основную роль в создании вторичных лавин играют фотоны, образованные в процессе формирования первичной лавины. По этим представлениям, если количество электронов $n_e \cdot V$ в головке лавины объемом V достигнет критической величины $(n_e)_{\text{крит}} \cdot V \sim 10^8$, то электрическое поле лавины оказывается порядка внешнего, и их суперпозиция даст поле существенно более сильное на оси лавины, чем сбоку от нее. Поэтому в основном развиваются лавины от вторичных фотоэлектронов, рожденных вблизи головки первичной. Эти вторичные лавины будут вливаться в первичную и образовывать так называемый стример, или плазменный сгусток. Но, чтобы область, образованная слившимися лавинами, обладала свойствами плазмы (высокой концентрацией носителей заряда и высокой проводимостью, что более существенно для перераспределения электрического поля и его концентрации у головки стримера), необходимо превышение электронной концентрации определенного порога на следе лавины за времена его развития. Одностримерный пробой наблюдается в чистых инертных газах, поскольку небольшое количество электроотрицательной примеси способно достаточно быстро перевести почти все электроны в отрицательные ионы, подвижность которых в 10^3 раз меньше электронной. Пусть доля электроотрицательной примеси, например молекул кислорода, составляет $0,1\% \sim 10^{-3}$. Тогда для плотности газовой смеси N , соответствующей атмосферному давлению, $N = 2,7 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$, концентрация электроотрицательных молекул N_{negative} много больше критической концентрации электронов $(n_e)_{\text{крит}}$, соответствующей лавинно-стримерному переходу, т.е. собственно пробоя: $N_{\text{negative}} \sim 10^{22} \text{ м}^{-3} \gg (n_e)_{\text{крит}} \sim 10^8 / V \sim 10^{19} \div 10^{20} \text{ м}^{-3}$, где V — объем критической лавины. Поэтому для большинства газовых смесей, таких как воздух, продвижение отдельного стримера быстро замедляется, и наблюдается картина многолавино-стримерного перехода, когда одновременно происходит развитие в стримеры большого количества электронных лавин. Исследованиям процессов лавинно-стримерного перехода посвящено большое количество работ (см., например [5], цитируемую там литературу).

В указанном диапазоне плотностей газа имеется и другое противоречие. Факт ионизации газа коротковолновым излучением лавины с числом носителей заряда, близким к критическому ($N_e = n_e \cdot V \sim 10^8$), был зафиксирован Ретером [6]. Последующие исследования фотоионизации светом от лавин [6] показали, что коротковолновое излучение характеризуется очень высоким коэффициентом поглощения $\mu = (200 \div 600) \text{ см}^{-1}$ и относительно низким выходом фотонов на один вторичный электрон ($N_{\text{ф}} \leq 10^{-3}$ при $E/p \leq 100 \text{ В/см} \cdot \text{Торр}$). При этом с увеличением давления газа наблюдается уменьшение $N_{\text{ф}}$, связанное с тушением возбужденных атомов и молекул [6]. Для создания вторичного электрона фотон должен пролететь расстояние порядка длины лавины, т.е. около 200 мкм, в то время как длина их пробега в газе составляет из-за поглощения $20 \div 40 \text{ мкм}$ [7]. Механизм фотоионизации в воздухе для стримерной модели не может считаться полностью и однозначно доказанным. Поэтому предпринимались попытки разработать альтернативные модели. Например, в [8] предложена бесфотонная модель, которая объясняет распространение стримера не переносом электронов или фотонов, а экспоненциальным размножением электронов фона низкой плотности. Естественный фон радиоактивности и космического излучения составляет ~ 10 микрорентген в час, что соответствует скорости наработки электронов $G_i \sim 6(\text{см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1})$. При атмосферном давлении (плотности нейтральных частиц $N \cong 2,4 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$) в инертных газах атомарные ионы переходят в молекулярные за время $\sim 10 \text{ нс}$, и имеет место диссоциативная рекомбинация, характеризуемая частотой $\nu_r \sim 10^{-1} \text{ м}^3/\text{с}$. Тогда, для равновесной плотности электронов фона n_{e0} , решая уравнения баланса в виде $dn_e/dt = G_i - \nu_r \cdot n_{e0}^2 = 0$, имеем $n_{e0} = (G_i/\nu_r)^{1/2} \sim 10^9 \text{ м}^{-3}$. При приложении к газоразрядному промежутку небольшой разности потенциалов электронно-ионные пары, образованные фоновым ионизирующим излучением, уходят на электроды, обеспечивая слабый ток. Токи такой величины обычно ниже порога регистрации. Пренебрегая этим током, рассматривают газ как диэлектрик. Фоновая концентрация быстро нарастает с увеличением поля, и при напряженностях поля ниже порога пробоя темп

генерации обеспечивает достижение равновесной концентрации за времена $\tau \sim 10^{-6}$. В работе [8] рассматривается механизм распространения ионизации, обусловленный не переносом электронов или фотонов, а экспоненциальным размножением имеющихся фоновых электронов очень низкой плотности в неоднородном электрическом поле. В силу сильной зависимости частоты ионизации от величины E/N неоднородность ионизации обостряется. Поле концентрируется у области повышенной плотности зарядов. По мере роста плотности электронов происходит экранировка поля, и граница плазмы продвигается. Это продвижение границы назвали волной размножения фона. Далее, в рамках простой модели, пренебрегая дрейфом электронов, определив границу между стримером и газом как геометрическое место точек, где плотность плазмы достигает некоторого критического значения $(n_e)_{\text{кр}}$, при котором поле полностью экранируется, рассчитывается скорость продвижения этого фронта и сравнивается с измеренными скоростями стримера и с расчетами по диффузионно-дрейфовой модели. Внутренним противоречием модели является использование одномерного приближения к объекту, который сам является источником неоднородности поля, нарастает в силу неоднородности поля и усиливает по мере роста эту неоднородность. Вследствие этого скорость продвижения стримера и величина неоднородности поля должны быть самосогласованными. Вторым недостатком является вывод об увеличении скорости стримера с его длиной. Как было замечено выше, непрерывный рост стримера вплоть до пробоя наблюдается в тех случаях, когда сопротивление плазмы на следе стримера мало, когда, например, прилипаательные процессы несущественны. Согласно же этой модели любая неоднородность должна усиливаться, и многостримерный пробой не согласуется с этой моделью.

Таким образом, существующие модели, основанные на двух альтернативных приближениях, описывают два предельных случая, а реальное развитие разряда, характеризующееся сильной пространственно-временной неоднородностью во всей рассматриваемой области, не укладывается в рамки этих приближений. Корень проблемы заключается, на наш взгляд, в следующем. Язык дифференциальных уравнений возник на рубеже прошлого века для точного описания механических или других процессов, характеризующихся относительно небольшим количеством дифференцируемых функций при простых граничных условиях. Дифференциальные уравнения адекватны в классической электродинамике, небесной механике. Аналитическое же описание существенно нелинейных процессов при наличии в граничных (или начальных) условиях двух- (или трехмерных) случайных функций становится практически невозможным. Численное решение нелинейного дифференциального уравнения возможно при относительно простых видах неоднородности, и выявление общих закономерностей при наличии двух- (или трехмерных) полей стохастического типа в граничных условиях или как параметра в правой части весьма затруднительно. Дифференциальные уравнения предназначены для получения решения в виде функции от координат и времени. Таким образом, решение предполагает точное описание искомого параметра в каждой точке рассматриваемой области в любой момент времени. Однако для практических целей, например, для определения порога пробоя, такая информация о случайной двух- или трехмерной функции явно избыточна.

Заметим, численные методы предполагают дискретизацию переменных, которая воспринимается как некоторая искусственность метода описания гладкой дифференцируемой функции. На самом деле непрерывное, гладкое нарастание электронной плотности, например вдоль электронной лавины, является приближением, основанном на сглаживании дискретного удвоения электронов при каждом акте ионизации. Более того, пространственное распределение электронов может быть изначально неоднородным, к которому неприменимо приближение дифференцируемости.

Применимость перколяционной модели. Пусть некоторая среда может находиться в двух различных состояниях: обозначим их как проводящее и не проводящее. Предположим, что проводящие области представляют тела примерно одинаковой формы и размера и распределены в пространстве случайным образом. Проводящие области, находящиеся в электрическом контакте, назовем кластером. Условие образования бесконечно-связной цепи из проводящих областей исследуется в теории перколяции [9, 10].

Рассмотрим прослойку газа толщины d , ортогональную силовым линиям электрического поля, настолько тонкую, чтобы считать электрическое поле однородным внутри слоя, но с другой стороны, настолько толстую, чтобы вдоль силовой линии могло уместиться достаточно много лавинных генераций. Таким образом, $l \ll d \ll L$, где l — продольный размер отдельной лавины, L — характерный размер макронеоднородности электрического поля, определяемый внешними условиями. Как показали численные эксперименты, порог образования бесконечно-

связного кластера перекрывающихся одинаковых сфер, построенных вокруг точек, хаотически распределенных в пространстве (в «задаче сфер»), определяется в основном условием $R^3 \cdot N = B \geq B_{cr}$, где R — характерный размер проводящей области, N — концентрация этих областей, B_{cr} — безразмерный параметр, численное значение которого для задачи сфер определено как $2,7 \pm 0,1$ [9]. Каждая лавина представляет коническое образование со сферическим основанием. Хотя продольные размеры отдельной лавины можно оценить как $\lambda \sim 10^{-4}$ м (10^{-1} мм), что в несколько раз больше поперечных ρ , можно по порядку величины их считать одинаковыми ($\lambda \sim \rho \sim l$) и применить критерий пороговой концентрации, полученный для «задачи сфер». При наложении электрического поля начальная фоновая концентрация электронов 10^9 м⁻³ в газовой прослойке начинает быстро нарастать и за 10^{-6} с достигает 10^{12} м⁻³, следовательно, начинает нарастать безразмерный параметр $B = R^3 \cdot N$: растет фоновая концентрация электронов $(n_e)_{bgr} = N$, а размер отдельной лавины — не уменьшается или немного увеличивается. Система отдельных лавин, центры которых находятся на расстояниях, меньших размера одной лавины, будут связаны гальваническим образом. Такая система представляет кластер конечных размеров — S_c . По мере роста $B = R^3 \cdot (n_e)_{bgr}$ растут размеры конечных кластеров. Размеры конечных кластеров в задаче сфер растут согласно скейлинговому закону $S_c \propto (B - B_{cr})^{-\nu}$, где ν — критический индекс ($\nu = 0,8 \div 0,9$), т.е. по мере приближения $B \rightarrow B_{cr}$, $S_c \rightarrow \infty$. Вблизи порога перколяции $B \sim B_{cr}$, как известно [10], наибольшие конечные кластеры представляют самоподобные объекты с фрактальной размерностью D_{fr} . Величина размерности D_{fr} характеризует густоту веток фрактального «дерева», какими являются наибольшие конечные кластеры. В силу конечности толщины d рассматриваемого слоя при приближении к порогу перколяции $S_c \rightarrow d$ возникает гальваническая связь между эквипотенциальными поверхностями, между которыми находится газовый слой, и потенциал выносится вперед на расстояние d . Однако напряженность электрического поля будет усиливаться только на кончиках конечных кластеров, дошедших или проросших сквозь слой толщиной d . Характеристики (длина, электронная плотность и т.д.) формирующегося наибольшего конечного кластера («стримера»), будут определяться его размерностью следующим образом. Если размерность будет низкой, близкой к единице, выделяющейся при выносе потенциала энергии будет достаточно для разогрева тонкого нитевидного кластера (размерность $D_{fr} \sim 1$) до состояния одиночного яркого стримера, что хорошо согласуется с картиной статического пробоя в газах атмосферной плотности. Высокая плотность газа обеспечивает малый размер в направлении поперечном силовым линиям. А медленное нарастание поля (а в пределе — постоянное поле) позволяет быстрейшему стримеру уйти вдоль поля на относительно большое расстояние. В случае промежуточной размерности $D_{fr} \geq 1$ структура наибольшего кластера будет представлять множественное образование стримеров. Такая картина характерна для пробоя при высоковольтных наносекундных импульсах [11]. Тогда все «стримеры» будут развиваться в одинаковых условиях, их относительный разбег будет малым $\Delta l \sim \Delta V \cdot \tau \sim 10^5 \cdot 10^{-9} \sim 10^{-4}$ м (ΔV — разность их скоростей), и стримерная стадия развития разряда будет происходить в квазиоднородных условиях.

Развитие разряда при больших пространственных масштабах, как известно, качественно усложняется [12]. При дальнейшем нарастании пространственных масштабов нарастает разность потенциалов, практически при том же (или меньшем) значении поля. Образующиеся из отдельных лавин кластеры, «стримеры», будут сливаться, образуя новый объект с существенно меньшей размерностью — лидер. Как видим, перколяционная модель может быть использована для качественного описания процесса распространения разряда во всех промежуточных условиях. Однако результаты задачи сфер, при всей своей простоте, не вполне пригодны для расчета порога пробоя, так как использованы слишком грубые упрощения. Так, например, не совсем ясно, можно ли пороговые критерии, полученные для множества одинаковых сфер, применять к объектам — лавинам, имеющим достаточно вытянутую форму, и которые к тому же имеют некоторый разброс по размерам и по направлениям. Кроме того, в известных работах не проводились расчеты фрактальной размерности пороговых кластеров.

Описание расчетной модели. Выше были указаны недостатки существующих моделей. Поэтому нами была предпринята попытка создания более адекватной модели. На начальном этапе решалась задача создания модельных объектов: перколяционных кластеров и изучение их фрактальных характеристик. Пусть имеется бесконечное множество точек, расположенных в пространстве. Две соседние точки будут считаться связными и будут принадлежать одному кластеру, если выполняется условие связности. Само условие связности определяется физической задачей, в которой и возникают перколяционные объекты. Теория перколяции [13] изуча-

ет порог возникновения бесконечного связного множества точек. В качестве модели использовалась задача о протекании по случайным узлам. Случайные узлы — это точки, хаотически распределенные в пространстве. Пусть ξ_{ij} — некоторая функция вектора $\vec{r}_{ij}$, соединяющего два узла i и j . Критерий связности для них можно записать в виде $\xi_{ij} \equiv \varphi(\vec{r}_{ij}) \leq \xi$, где $\xi > 0$, φ — однородная, возрастающая и положительная функция x_{ij} , y_{ij} , z_{ij} , а уравнение поверхности Q_ξ имеет вид $\xi_{ij} \equiv \varphi(\vec{r}_{ij}) = \xi$. Задача состоит в нахождении ξ_c — нижней границы значений ξ , для которых существует бесконечное множество связных узлов, которое будет бесконечным кластером. В качестве геометрического образа использовалось случайное множество параллелепипедов, распределенных по нормальному закону в определенном заданном объеме. Также случайным образом по нормальному закону задавались размеры и ориентация параллелепипедов. Задавались максимальный и минимальный размеры параллелепипеда по его трем осям $0x$, $0y$, $0z$, максимальная величина углов отклонения относительно тех же осей. Условием связности считались контакт или перекрывание параллелепипедов. Данное условие естественным образом возникает при лавинно-стримерном переходе в газовом разряде или при моделировании горения топливной смеси в цилиндрах двигателей внутреннего сгорания. Была разработана программа, которая строит фрактальный кластер и определяет его фрактальную размерность. Также программа могла вывести путь, по которому возникает перекрывание от одной грани до другой. В ходе численных экспериментов определялся порог перколяции, рассчитывалась фрактальная размерность кластера при разных формах и размерах объектов, образующих перколяционный кластер. Проверка программы проводилась на модели множества одинаковых кубиков путем сравнения порога $B_{c200000} = 2,9 \pm 0,1$, полученного с помощью данной программы на множестве $2 \cdot 10^5$ кубиков, с известными литературными расчетными данными [9], полученными методом протекания через конечный массив из 1500 кубиков, $B_{c1500} = 3,0 \pm 0,1$.

Результаты расчетов и выводы. Были заданы области с относительными размерами $10^3 \times 10^3 \times 2 \cdot 10^2$. Пороговое значение общего количества узлов N_c для возникновения первого кластера, перекрывающего данную область, составило $2 \cdot 10^5$. Данное количество узлов согласу-

Смоделированный случайный путь искрового пробоя

ется по порядку величины с оценками предпробойной фоновой концентрации электронов, полученными в [8]. На рисунке показан один из путей, соединяющий две грани z_1 и z_2 . Как видно из рисунка программа хорошо моделирует случайный характер пути искрового пробоя газового промежутка. Фрактальная размерность перекрывающего кластера зависела от выбранных формы и размеров кластерообразующих объектов, и для параллелепипедов с относительными размерами $1 \times 1 \times 4$ была равна $D_{fr} = 2,74$. Модель также применима для описания дальнейшего развития разряда при больших пространственных масштабах, т.е., для, так называемой длинной искры, а возможно, для молниевых разрядов. Следует отметить, что в данную концепцию хорошо укладывается известный факт глобального, планетарного максимума грозовых разрядов (около 19 часов по Гринвичу). Также согласуются наблюдаемые в последние несколько лет с искусственных спутников Земли, благодаря появлению новой быстрой видеоаппаратуры, голубые джеты (blue jets) и красные спрайты (red sprites) [14], короткие (около 10 миллисекунд) разряды, которые выравнивают разность потенциалов в 10^5 вольт между облаками и ионосферой. Появление проводящего пути на больших масштабах 10^5 м могут обеспечить быстрые частицы, вызывающие лавину вторичных, почти таких же быстрых частиц — широкие атмосферные ливни (ШАЛ).

При введении критерия пробоя требуется уточнение — что понимать под пробоем. При наложении электрического поля на газовый промежуток всегда текут так называемые предпробойные токи. По предложенной модели физическое содержание критерия — увеличение фоновой концентрации электронов в приложенном поле до определенного порога образования бесконечно-связного проводящего кластера — количественно совпадает с критерием образования стримера и, соответственно, численные оценки пробойного поля, полученные для небольших газоразрядных промежутков, не меняются. Данная модели в отличие от известных моделей,

согласуясь качественно и количественно с экспериментальной картиной пробоя, позволяет с общих представлений описать картину развития газового разряда при повышенных давлениях и больших пространственных масштабах, характеризующуюся сильной пространственно-временной неоднородностью во всей рассматриваемой области.

Определение порога пробоя имеет практическое значение для оценки рабочих параметров газоразрядных устройств и для определения порога безопасности работы на высоковольтных подстанциях в условиях запыленности или повышенной радиации.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Райзер Ю. П. Физика газового разряда. М.: Наука, 1992. 536 с.
2. Wang M. C., Kunhard E. E. Streamer dynamics // Phys. Rev. A, 1990. Vol. 42, No. 4. P. 2366–2373.
3. Vitello P. A., Penetrante B.M., Bardsley J.N. Simulation of negative-streamer dynamics in nitrogen // Phys. Rev. E, 1990. Vol. 49, No. 6. P. 5574–5598.
4. Мик Дж., Крэгс Дж. Электрический пробой в газах / Пер. с англ. М.: ИЛ, 1960. 605 с.
5. Базелян Э. М., Райзер Ю. П. Искровой разряд. М.: МФТИ, 1997. 320 с.
6. Ретер Г. Электронные лавины и пробой в газах / Пер. с англ. М.: Мир, 1968. 390 с.
7. Залиханов Б. Ж. Плазменный механизм разряда в проволочных камерах в режиме большого газового усиления. // Физ. эл. частиц и ат. ядра, 1998. Т. 29, Вып. 5. С. 1193–1258.
8. Яковленко С. И. Механизм распространения стримера к аноду и к катоду, обусловленный размножением электронов фона // Журнал технической физики, 2004. Т. 74, Вып. 9. С. 47–54.
9. Шкловский Б. И., Эфрос А. Л. Электрические свойства легированных полупроводников. М.: Наука, 1979. 416 с.
10. Федер Е. Фракталы / Пер. с англ. М.: Мир, 1991. 254 с.
11. Ретин П. Б., Репьев А. Г. Самоорганизация канальной структуры наносекундного диффузного разряда в электродной системе проволочка-плоскость // ЖТФ, 2001. Т. 71, Вып. 5. С. 128–130.
12. Базелян Э. М., Райзер Ю. П. Физика молнии и молниезащиты. М.: Физматлит, 2001. 320 с.
13. Broadbent S. R., Hammersley I. M. Percolation processes. 1. Crystals and mazes // Proc. Camb. Phyl. Soc., 1957. Vol. 53. P. 629–641.
14. Boeck W.L. et al. Lightning induced brightening in the airglow layer // Geophys. Res. Letters, 1992. Vol. 19. P. 99–102.

Поступила 6.05.2006 г.