Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. А. Юдашкин, Использование интегро-дифференциальных операторов для синтеза моделей больших информационных систем с неоднозначными характеристиками узлов, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2007, выпуск 1(), 154–157

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu505>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 34.229.45.116

26 апреля 2023 г., 12:49:27

Системный анализ

УДК 517.938

А. А. Юдашкин

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ ДЛЯ СИНТЕЗА МОДЕЛЕЙ БОЛЬШИХ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ С НЕОДНОЗНАЧНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ УЗЛОВ

Предлагается метод синтеза непрерывных динамических моделей информационных систем, запоминающих и восстанавливающих свои конфигурации, для случая, когда число узлов практически неограничено и состояние каждого узла может быть введено неоднозначно. Модели используют в качестве основы заданную структуру нелинейных интегро-дифференциальных уравнений, построенных для комплексных функций, описывающих состояние распределенной сети. Синтезирована универсальная форма моделей, получены ее основные свойства, построен алгоритм запоминания конфигураций.

1. Введение. Проблемы построения информационных систем с искусственным интеллектом в последнее время часто связывают с концепцией распределенного интеллекта [1–3]. Распределенный интеллект реализуется в больших и глобальных информационных системах, состоящих из отдельных узлов, выполняющих некоторые относительно простые задачи. Простота здесь понимается по отношению к глобальной задаче и в действительности может быть достаточно условной. В частности, при построении систем распределенного интеллекта, в основе которых лежат высокопроизводительные вычисления и работа с большими объемами неструктурированной информации, каждый отдельный узел может представлять собой мощный, часто многопроцессорный вычислительный комплекс. При этом также актуален синтез структуры коммуникаций, поддерживающий адаптивную перестройку структуры или нагрузки на узлы в зависимости от текущей ситуации. Для обеспечения быстроты реакции сети естественным представляется придание этой структуре возможностей запоминания и воспроизведения стандартных конфигураций, отвечающих субоптимальным состояниям сети в тех или иных классах случаев. Такая возможность описана в работах [4–6], причем в работе [6] предлагается синтез непрерывной модели самоорганизующейся системы с памятью счетного числа форм. По отношению к информационным системам подобный подход актуален, когда речь идет о больших сетях, где число узлов настолько велико, а изменение характеристик между соседними узлами настолько мало, что система может рассматриваться как распределенная. Этот же подход в настоящее время получает развитие в рамках grid-технологий [7]. Однако в [6] разрабатывается модель, потенциально пригодная лишь для сетей, где каждый узел характеризуется единственным изменяющимся во времени параметром. В то же время в случае использования, например, двухпроцессорных вычислительных узлов возможна ситуация, когда одна и та же задача на узле первоначально выполняется на обоих процессорах в равной степени, но при изменении общей нагрузки нагрузка на каждый процессор может измениться и стать различной. С целью описания подобных сетей необходимо предложить модель, позволяющую для каждого узла в некоторый момент времени вводить несколько состояний (для рассмотренного случая — это отдельные состояния двух процессоров).

В данной статье вводится метод аналитического описания больших самоорганизующихся информационных систем с памятью, в которых узлы задаются двумя независимыми параметрами, совместно характеризующими узлы в некоторый момент времени. При этом число узлов считается достаточно большим для перехода к непрерывному описанию в гильбертовом пространстве. Указанная характеристика соответствует параметрическому описанию непрерывных кривых в двумерном пространстве, когда кривые в общем случае описывают неоднозначную функциональную зависимость.

2. Математическая модель системы на основе параметрического представления.

Большие, динамически меняющиеся информационные системы, состоящие из узлов, характеризуемых двумя и более параметрами, зачастую не могут быть описаны с помощью однозначных функций при переходе к непрерывному представлению. При этом число узлов может быть неограничено большим, а изменение параметров между двумя близкими в определенном смысле узлами — достаточно малым. Тогда, ограничивая область исследования двухпараметрическим случаем, в дальнейшем такие системы будут рассматриваться как произвольные кривые на плоскости. Будем считать, что кривую в пространстве $F(X)=0$ при $X=\{x_1, x_2, \dots, x_L\}$ можно представить в параметрической форме как $\{x_1(s), x_2(s), \dots, x_L(s) : s \in [s_a, s_b]\}$. Построим модель самоорганизующейся информационной системы, описанной выше, как параметрически заданной кривой на плоскости, то есть в случае $\{x(s), y(s) : s \in [s_a, s_b]\}$. Это приводит к заданию комплексных функций $p(t, s) = p_x(t, s) + ip_y(t, s)$, зависящих от параметра s и времени t , в качестве функции состояния (распределенной конфигурации) системы. Здесь параметр s может характеризовать принцип обхода всей сети от одного узла к другому.

В соответствии с выработанным подходом, зададим систему с помощью функционала вида

$$W_h(p(t, s)) = W_{oh}(p(t, s)) + \frac{1}{4} \sum_{k=1}^M \sum_{l=1, k \neq l}^M \left[\left(\iint_A J_k(s_1, s_2) p(t, s_1) p(t, s_2) ds_1 ds_2 \right) \times \right. \\ \left. \times \left(\iint_A J_l(s_1, s_2) p(t, s_1) p(t, s_2) ds_1 ds_2 \right) \right], \quad (1)$$

в котором

$$A = [s_a, s_b], \quad W_{oh}(p(t, s)) = -\frac{1}{2} \iint_A J(s_1, s_2) p(t, s_1) p(t, s_2) ds_1 ds_2 + \frac{1}{4} \left(\int_A p^2(t, s_1) ds_1 \right)^2,$$

а ядра и функции имеют структуру, показанную далее. Ядра синтезируются следующим образом:

$$J(s_1, s_2) = \sum_{k=1}^M J_k(s_1, s_2), \quad J_k(s_1, s_2) = v_k(s_1) \bar{u}_k(s_2), \quad (2)$$

причем функции $u_k(s)$ выбираются из набора, ортогонально комплексно сопряженного по отношению к набору функций $v_k(s)$, описывающему запомненные конфигурации распределенной модели информационной системы, согласно следующему правилу:

$$\int_{s_a}^{s_b} v_k(s) \bar{u}_l(s) ds = \delta_{kl},$$

где d_{kl} — символ Кронекера, и действительно выражение $v_k(\mathbf{X}) = \sum_{j=1}^M g_{kj} u_j(X)$ для комплекснозначных функций. Здесь символ $\bar{u}$ обозначает комплексное сопряжение, s — параметр, t — время, а функции $v_k(s)$ в общем случае имеют вид $v_k(s) = v_{kx}(s) + iv_{ky}(s)$. Тогда ядра интегральных операторов становятся эрмитовыми, а значение функционала, что нетрудно установить, остается действительным. Значения элементов матрицы $\mathbf{G}$ определяются из выражений:

$$g_{kl} = \int_{s_a}^{s_b} v_k(X) \bar{v}_l(X) dX,$$

а набор функций $u_k(X)$ вычисляется согласно выражению $\{u_1, u_2, \dots, u_M\} = \{v_1, v_2, \dots, v_M\} \mathbf{G}^{-1}$ с помощью эрмитовой матрицы $\mathbf{G}$.

После взятия функциональной производной функционала (1) по комплексной функции $p(t, s)$ уравнение динамики для минимизации (1) для комплексных функций примет вид:

$$\frac{\partial p(t, s)}{\partial t} = \int_{s_a}^{s_b} J(s, s_1) p(t, s_1) ds_1 - p(t, s) \int_{s_a}^{s_b} \bar{p}(t, s_1) p(t, s_1) ds_1 - \sum_{k=1}^M \sum_{l=1, k \neq l}^M \left[\left(\int_{s_a}^{s_b} J_k(s, s_1) p(t, s_1) ds_1 \right) \times \right.$$

$$\times \left(\int_{s_a}^{s_b} \int_{s_a}^{s_b} J_l(s_1, s_2) \bar{p}(t, s_1) p(t, s_2) ds_1 ds_2 \right) \Bigg], \quad (3)$$

а начальное условие задается в форме $p(0, s) = p_x(s) + ip_y(s)$. Для данной системы будут действительны все свойства моделей, исследованные в работе [6], а динамика системы (3) будет приводить к восстановлению одной из M запомненных конфигураций из начального состояния $p(0, s)$ в соответствии с их близостью друг к другу.

Эффективность подхода на основе параметрического задания конфигураций больших информационных систем обуславливается тем, что таким образом можно задавать сколь угодно сложные структуры. Снимается ограничение на однозначность функции, задающей текущую конфигурацию.

3. Численные эксперименты. Для иллюстрации функционирования самоорганизующейся непрерывной системы с памятью произвольного числа форм рассмотрим численный эксперимент с запоминанием трех различных параметрически заданных структур в плоскости. Две из функций будут неоднозначными (эллипс и кардиоиды), а третья — парабола, заданная в параметрической форме.

Пусть на отрезке изменения параметра $s \in [0; 2\pi]$ введена система из $M=3$ комплексных функций

$$v_{0k}(s) = \{ \cos s(1 + \cos s) + i \sin s(1 + \cos s), \cos s + i2 \sin s, s + i(s - 2)^2 \},$$

задающих общую форму параметрически. Эти функции являются линейно независимыми и определяют на плоскости кардиоду, эллипс и параболу. После нормировки согласно правилу

$$v_k(s) = \frac{v_{0k}(s)}{\sqrt{\int_0^{2\pi} \bar{v}_{0k}(s) v_{0k}(s) ds}}$$

получаем набор стандартных запоминаемых форм $v_k(s)$:

$$v_k(s) = \left\{ \begin{array}{l} 0,3257[\cos s(1 + \cos s) + i \sin s(1 + \cos s)], \\ 0,2523[\cos s + i2 \sin s], \\ 0,0515[s + i(s - 2)^2] \end{array} \right\}.$$

Синтезируемая параметрически заданная система должна восстанавливать свою форму, принимая вид одной из запомненных функций $v_k(s)$ в зависимости от близости к ней начального условия $p(0, s)$. Динамика системы определяется уравнением (3) с глобальным ядром и тремя локальными ядрами, построенными по правилу (2). Численное решение (3) производилось в среде пакетов Matlab и Mathcad 2001 с помощью сеточного метода. Обыкновенные дифференциальные уравнения, которые получались в результате разбиения пространственного интервала интегрирования параметра s на узлы, решались с помощью встроенной функции `rkadapt`, реализующей метод Рунге-Кутты с адаптивным шагом. В качестве начального условия выбирались различные аналитические заданные формы, представлявшие собой определенным образом искаженные исходные конструкции. Система самостоятельно восстанавливала одну из запомненных конфигураций из начального состояния. Примеры успешного восстановления конфигураций приведены на рисунке.

Из иллюстраций видно, что решение устанавливается достаточно быстро, причем производится существенное различие качественных изменений начального условия. Например, введение члена, квадратичного по отношению к синусу в мнимую часть вместо линейного, вынуждает переход в форму кардиоиды вместо эллипса. Интересно, что в уравнении для кардиоиды присутствуют квадратичные по отношению к гармоническим функциям составляющие так же, как и в уравнении начального условия в описанном случае. Тот же эффект вызывает восстановление части параболы при замене гармонической функции в действительной части начального условия на алгебраическую линейную.

а

б

Примеры восстановления запомненных конфигураций из произвольных начальных состояний:
а – кардиоида; б – парабола.

4. Заключение. В статье предложена методика синтеза больших информационных систем, которые могут быть заданы как непрерывные в гильбертовом пространстве и способные запоминать и воспроизводить произвольное и теоретически бесконечное число своих конфигураций. При этом рассмотрены информационные системы, состоящие из узлов, которые могут быть охарактеризованы одновременно двумя параметрами. Например, это имеет место при реализации информационной сети на двухпроцессорных компьютерах. Тогда каждая конфигурация системы может быть определена в параметрическом виде как комплексная функция действительного параметра. Действительный параметр определяет некоторый принцип обхода информационной системы как непрерывного контура. Для подобных систем получено их описание в терминах функционала, минимумы которого соответствуют запомненным формам, а также в виде уравнения динамики в форме нелинейного интегродифференциального уравнения, описывающего переход системы из произвольного начального состояния в устойчивую стационарную форму, запомненную системой. Устойчивость такой модели в целом и ее отдельных требуемых состояний, по-видимому, может быть доказана аналогично [6]. Приведены примеры, иллюстрирующие различные возможности восстановления каждой запомненной формы из искаженного начального состояния. Областью применения полученной математической модели являются в первую очередь сверхбольшие и глобальные информационные системы, которые должны самостоятельно перестраиваться в зависимости от текущей задачи и ситуации, а также системы распределенного интеллекта.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Емельянов В. В. и др. Теория и практика эволюционного моделирования. М.: ФМЛ. 2003. 292 с.
2. Montresor A., Meling H., Babaoglu Ö. Towards Adaptive, Resilient and Self-Organizing Peer-to-Peer Systems// Proc. of the International Workshop on Peer-to-Peer Computing, Pisa, Italy, May 2002. Italy, 2002. P. 300–305.
3. Montresor A., Meling H., Babaoglu Ö. Toward Self-Organizing, Self-Repairing and Resilient Distributed Systems. – In: Lecture Notes in Computer Science. Berlin: Springer, 2003. Vol. 2584. P. 119–123.
4. Yudashkin A. A. A Synthesis of Invariant Structures with Memory in Two-Dimensional Space// Int. J. Modern Physics C, 2000. Vol. 11, No. 5. P. 853–864.
5. Юдашкин А. А. Синтез самоорганизующихся систем, запоминающих и восстанавливающих несколько собственных конфигураций в трехмерном пространстве// Мехатроника, автоматизация и управление, 2005. № 1. С. 7–11.
6. Юдашкин А. А. Синтез самоорганизующихся динамических систем с памятью состояний в гильбертовом пространстве на основе интегро-дифференциальных операторов // Вестн. Самар. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.–мат. науки, 2004. Вып. 30. С. 92–98.
7. The Grid 2. Blueprint for a New Computing Infrastructure/ eds. Ian Foster, Carl Kesselman. Morgan Kaufmann, 2003.

Работа выполнена в рамках гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых МД-9422.2006.9.

Поступила 13.07.2006 г.