Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Я. Ю. Григорьев, О. В. Патлина, А. Н. Шацкий, О расчете предельных пластических деформаций в зоне углового выреза, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2007, выпуск 1(), 161–164

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu507>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.89.185.249

26 апреля 2023 г., 10:12:39

5. Васин Р. А. Определяющие соотношения теории пластичности. Итоги науки и техн. Сер. Механика деформируемого твердого тела. М.: ВИНТИ, 1990. Т. 21. С. 3–75.
6. Семенов А. С., Мельников Б. Е., Горохов М. Ю. Циклическая неустойчивость при расчетах больших упругопластических деформациях // Научно-технические ведомости СПбГТУ, 2003. Т. 33. № 3. С. 129–138.
7. Asaro R. Elastic-plastic memory and kinematic type hardening // Acta metallurgica, 1975. Vol. 23. No. 10. P. 1255–1265.
8. Арутюнян Р. А. Проблемы деформационного старения и длительного разрушения в механике материалов. СПб: Изд-во С.-Пб. ун-та, 2004. 252 с.
9. Кадашев И. Ю. Описание сложных эффектов кинематического упрочнения на основе теории микронапряжений с перекрестными связями // Машины и аппараты целлюлозно-бумажного производства, 1997. С. 117–119.
10. Ronay M. On second-order strain accumulation in aluminum in reversed cyclic torsion at elevated temperatures // International journal of solids and structures, 1967. Vol. 3. P. 167–176.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (грант 05-01-00169).

Поступила 14.09.2006 г.

УДК 539.4

Я. Ю. Григорьев, О. В. Патлина, А. Н. Шацкий

О РАСЧЕТЕ ПРЕДЕЛЬНЫХ ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ В ЗОНЕ УГЛОВОГО ВЫРЕЗА

На примере задач об одноосном растяжении цилиндрических и плоских образцов с угловыми вырезами рассматривается подход к определению пластических деформаций в окрестности вершины углового выреза. При расчете тело образца предполагается составным: материал в целом упругопластический, но в малой области, в окрестности особой точки – вершины выреза, материал считается жесткопластическим, что позволяет реализовать численно-аналитический подход к определению полей деформаций.

При пластическом течении в окрестности угловой точки деформации и напряжения распределены крайне неоднородно. Для поля напряжений и деформаций угловая точка является особой, то есть предельные значения тензоров по различным направлениям не совпадают.

Определение поля деформаций численными методами приводит к значительным математическим трудностям, так как операция определения тензора деформаций включает в себя операцию дифференцирования перемещений по пространственным переменным.

Рассмотрим окрестность вершины углового выреза, где материал является идеальным жесткопластическим. Эту область будем представлять как суперэлемент (рис. 1). Жесткопластическая область состоит из прямоугольных треугольников ABC , $AB'C'$ и EAE' , в которых реализуется однородное напряженное состояние, и двух веерообразных линий скольжения BAE и $B'AE'$. Границы выреза AC и AC' предполагаются прямолинейными и свободными от напряжений, поэтому в ABC и $AB'C'$ первое главное напряжение σ_1 равно $2k$ и направлено вдоль свободных поверхностей.

Граничные условия на $CBEE'B'C'$ определяются согласно [1]. Обозначим за θ угол наклона касательной к α –линии скольжения, отсчитываемый в кратчайшем направлении от оси x .

Р и с. 1. Схема напряженного состояния в окрестности выреза

Гидростатическое давление $p = -\frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})$ и тензор напряжений σ_{ij} определяются в виде:

$$\begin{aligned} [\sigma_{ij}] &= \begin{bmatrix} p - k \sin(2\theta) & k \cos(2\theta) & 0 \\ k \cos(2\theta) & p + k \sin(2\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ p &= k + 2k \left(\theta + \frac{2\pi}{9} \right), \\ \text{на } BC: \theta &= -\frac{2\pi}{9}; \text{ на } BE: -\frac{2\pi}{9} < \theta < \frac{\pi}{4}; \\ \text{на } EO: \begin{cases} \theta = \frac{\pi}{4}, p = k(\pi + 1), \\ \sigma_{xx} = k\pi, \sigma_{yy} = k(\pi + 2). \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

Пластическое течение предполагается симметричным относительно оси Ox , поэтому напряжения на противоположной границе совпадают с (1).

Жесткопластический анализ позволяет рассчитать предельные поля тензоров деформаций в окрестности точки A .

В качестве меры деформации выберем тензор Альманси: $E_{ij} = \frac{1}{2}(\delta_{ij} - x_{k,i}^0 x_{k,j}^0)$. Определение деформаций связано с интегрированием системы уравнений, связывающих тензор деформаций E_{ij} и тензор скоростей деформаций ε_{ij} :

$$\frac{DE_{ij}}{Dt} = \frac{dE_{ij}}{dt} + E_{ik}V_{k,j} + E_{jk}V_{k,i} = \varepsilon_{ij}, \quad (2)$$

где $\varepsilon_{ij} = \frac{V_{i,j} + V_{j,i}}{2}$; V_i — скорость перемещений; x_i^0 , x_i — лагранжевы и эйлеровы координаты, $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + V_k \frac{\partial}{\partial x_k}$.

Данная система уравнений при предельном переходе в поле линий скольжения жесткопластического суперэлемента (при плоской деформации) сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений [2]:

$$\begin{aligned} \frac{de}{d\alpha} \cdot f + g \cdot \cos(2(\theta - \psi)) &= 0, \\ \frac{dg}{d\alpha} f + \left(e - \frac{1}{2} \right) \cos(2(\theta - \psi)) &= 0, \\ 2g \frac{d\theta}{d\alpha} f - \left(e - \frac{1}{2} \right) \sin(2(\theta - \psi)) - g &= 0, \\ f &= \frac{(u - (a' \cos \alpha + b' \sin \alpha))}{\left(\frac{\partial v}{\partial \alpha} + u \right)}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $e = \frac{(E_{11} + E_{22})}{2}$, $g = \frac{\sqrt{(E_{11} - E_{22})^2 + 4E_{12}^2}}{2}$; θ, ψ — углы наклона первого (алгебраически наибольшего) главного направления тензоров E_{ij} , ε_{ij} ; α — угол наклона α -линии к оси x_1 ; u, v — проекции скоростей перемещений на α, β -направления; $\mathbf{m} = a'\mathbf{i} + b'\mathbf{j}$ — вектор скорости возможных изменений положения вершины углового выреза.

Поле скоростей внутри жесткопластической области определяется соотношениями Гейрингера [1]:

$$du - v d\theta = 0 \quad (\alpha - \text{линия}); \quad dv + u d\theta = 0 \quad (\beta - \text{линия}).$$

Задача о растяжении полосы с угловым вырезом. Решение задачи состоит из четырех этапов.

На первом этапе применяется численный комплекс MSC.Marc 2005.

Полоса с V-образным вырезом находится в условиях плоской деформации. На верхней и нижней гранях полосы заданы растягивающие перемещения U вдоль оси Y , соответственно вверх и вниз (рис. 2). Материал полосы предполагается упрочняющимся упругопластическим. Пластическое состояние определяется по критерию Мизеса.

При расчетах использовались следующие параметры. Геометрические параметры полосы: длина $l=300$ мм, ширина $b=150$ мм, угол выреза $2\delta=10^\circ$, глубина выреза $h=30$ мм. Материал полосы: упрочняющийся упругопластический алюминий ($E=10000$ Н/мм², $\nu=0,33$, упругопластические свойства задавались дискретным заданием точек на кривой $\sigma - \varepsilon$, предел текучести $\sigma_T=18,225$ Н/мм², постоянная текучести $k = \frac{\sigma_T}{\sqrt{3}}$). Прикладываемые нагрузки: перемещения по оси OY : $U = 6$ мм.

При прямом применении пакета MSC.Marc 2005 к решению задачи при вышеуказанных условиях возникает проблема сходимости вычислительных процессов. Для преодоления этой трудности в окрестности вершины выреза вводится рассмотренный суперэлемент.

Изложим алгоритм расчета. В начале определяется размер жесткопластической области. За характеризующий размер жесткопластической области принимается радиус верха характеристик R . Размер области выбирается из соображений минимальности R при непревышении предела текучести; радиус R зависит от величины растягивающей нагрузки, а также от материала, из которого сделана полоса.

Для реализации в MSC.Marc 2005 жесткопластическая область исключается. Действие отброшенной области на полосу заменяется напряжениями, приложенными вдоль всей жесткопластической границы. Граничные условия определяются соотношениями (1).

Результатом первого этапа является распределение нормальных скоростей (рис. 3), полученное на границе жесткопластической области.

В ходе исследования рассматривались различные материалы, нагрузки и радиусы жесткопластической области. Было установлено, что при больших нагрузках граничные условия, приложенные к суперэлементу, не влияют на распределение напряжений и перемещений в окрестности жесткопластической области. Напряжения отличаются на десятые доли процента, а перемещения — на процент. Также было замечено, что во избежание больших погрешностей, радиус R жесткопластической области должен быть соизмерим с растягивающими перемещениями U .

На втором этапе по распределению скоростей на границе суперэлемента определяется поле скоростей внутри жесткопластической области.

При определении поля скоростей в области AEE' предполагается линейное распределение скоростей u , v , соответственно, на линиях AE , AE' (рис. 4). В этом случае это распределение полностью определяется скоростями перемещений в точках E , E' . Из симметрии пластического течения относительно оси Ox при $\theta = \frac{\pi}{4}$ следует, что в точке E $u_x = u_y$. В этом случае предельные компоненты скорости движения частиц материала в точке A со стороны области AEE' определяются в виде $u = v = \frac{u_y}{\sqrt{2}}$, распределение скоростей v на линии α определяет величину

Р и с. 2. Разбиение и результаты расчетов

Р и с. 3. Распределение нормальных скоростей на границе жесткопластической области

ну $\frac{\partial v}{\partial \alpha}$. Найденные величины u и $\frac{\partial v}{\partial \alpha}$ определяют коэффициент f системы уравнений (3) при заданном векторе $m = a'i + b'j$.

Р и с. 4.

На этом этапе возможны два варианта пластического течения [4]: 1) при максимально возможных деформациях материала; 2) при допустимых деформациях материала, определяемых характеристикой E_* .

Данный подход реализует алгоритм, предложенный в работе [4].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Быковцев Г. И., Ивлев Д. Д. Теория пластичности. Владивосток: Дальнаука, 1998. 529 с.
2. Хромов А. И. Деформации и разрушения жесткопластических тел. Владивосток: Дальнаука, 1996. 160 с.
3. Хромов А. И., Козлова О. В. Разрушение жесткопластических тел. Константы разрушения. Владивосток: Дальнаука, 2005. 158 с.
4. Хромов А. И., Буханько А. А., Степанов С. Л. Концентраторы деформаций // ДАН, 2006. Т. 407. № 6. С. 777–781.

Поступила 5.07.2006 г.

УДК 539.3

А. В. Зайцев, А. В. Кислицын

ОБ ОДНОМ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ЛАМЕ ДЛЯ СОСТАВНОГО ПРОТЯЖЕННОГО ЭЛЕМЕНТА КОНСТРУКЦИИ, СОСТОЯЩЕГО ИЗ ПОСАЖЕННЫХ С НАТЯГОМ ТОЛСТОСТЕННОГО ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНОГО ВНЕШНЕГО ЦИЛИНДРА НА СООСНЫЙ ИЗОТРОПНЫЙ ВНУТРЕННИЙ

Получено новое точное аналитическое решение задачи Ламе о равновесии толстостенного составного элемента конструкции, состоящего из посаженных с натягом трансверсально-изотропного внешнего цилиндра на соосный изотропный внутренний.

Рассмотрим находящийся под действием внутреннего p_a и внешнего p_b равномерных давлений в условиях плоско-деформированного состояния бесконечно длинный полый составной элемент конструкции, состоящий из двух соосных однородных и линейно упругих толстостенных цилиндрических тел. Будем считать, что до запрессовки поперечное сечение внутреннего изотропного цилиндра ограничено двумя концентрическими окружностями радиусами a и c ($a < c$), а трансверсально-изотропного наружного цилиндра — радиусами $c - \delta$ и b ($c - \delta < b$). В результате соосной посадки точки, принадлежащие внешней поверхности внут-