Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

И. Х. Найманова, А. М. Кочкаров, Об одной задаче распознавания предфрактального графа, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2007, выпуск 1(), 194–196

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu518>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.164.48.24

26 апреля 2023 г., 03:52:37

личии соответствующей аппроксимации $f_{aR}(x)$ осуществляется проще сравнительно со случаем присутствия в нем делителя l .

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Никонов А. И. О задачах определения компонентов – величин операционно-параметрических моделей // Успехи современного естествознания, 2004. № 8. С. 123-124.
2. Никонов А. И. Виды компонентов параметрических схем-моделей действия технических объектов // Вестн. Самар. гос. техн. ун-та. Сер.: Техн. науки, 2005. Вып. 32. С. 63–68.
3. Тихонов А. Н., Васильева А. Б., Свешников А. Г. Дифференциальные уравнения: Учеб. для вузов. М.: Наука, 1998. 232 с.
4. Матвеев Н. М. Дифференциальные уравнения: Метод. пособие. Л.: ЛГУ, 1963. 416 с.
5. Бронштейн И. Н. Семендяев К. А. Справочник по математике. М.: Наука, 1981. 720 с.
6. Бугров Я. С., Никольский С. М. Дифференциальное и интегральное исчисление: Учеб. для вузов. М.: Наука, 1984. 432 с.
7. Брычков Ю. А., Маричев О. И., Прудников А. П. Таблицы неопределенных интегралов. М.: Наука, 1986. 192 с.

Поступила 23.08.2006 г.

УДК 519.1

И. Х. Найманова, А. М. Кочкаров

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ РАСПОЗНАВАНИЯ ПРЕДФРАКТАЛЬНОГО ГРАФА

Рассматривается задача распознавания предфрактального графа с непересекающимися старыми ребрами, при этом в качестве затравки выступает регулярный n -вершинный граф степени $s = n - 2$.

Задача распознавания объектов и явлений является актуальной задачей искусственного интеллекта и многих задач в военной области, в связи с этим вызывает интерес ее постановка и исследование.

В данной работе рассматривается задача распознавания предфрактального графа (см. [1]) $G = (V, E)$ с непересекающимися старыми ребрами, когда в качестве затравки $H = (W, Q)$ выступает регулярный n -вершинный граф степени $s = n - 2$.

Пусть множество Q состоит из $q = |Q| = \frac{n(n-2)}{2}$ ребер. Найдем количество ребер данного предфрактального графа

$$m(n, q, L) = q(1 + n + n^2 + \dots + n^{L-1}) = \frac{n(n-2)}{2} \frac{n^L - 1}{n - 1}. \quad (1)$$

Справедливо следующее утверждение.

Теорема 1. Пусть граф $G = (V, E)$ является таким (n, L) -графом, в котором старые ребра не пересекаются и его затравка $H = (W, Q)$ является однородным графом степени $\deg H = n - 2$. Тогда его множество вершин V разбивается на два подмножества V_1 и V_2 , где V_1 составляют вершины, степень которых равна $n - 1$, а V_2 составляют вершины, степень которых равна $n - 2$. При этом мощности этих множеств определяются соотношениями:

$$|V_1| = \frac{n(n-2)(n^{L-1} - 1)}{n - 1}, \quad (2)$$

$$|V_2| = \frac{n^L - 1}{n - 1} + n - 1. \quad (3)$$

Доказательство. По условию теоремы старые ребра в графе G не пересекаются. Это значит, что какая-либо из вершин $v \in V$ либо инцидентна одному старому ребру, либо не инци-

дентна ни одному из старых ребер. В первом случае — вершина инцидентна одному старому ребру и, в силу однородности $H = (W, Q)$, s ребрам затравки, т.е. степень этой вершины равна $s + 1$. Во втором случае вершина v инцидентна только ребрам затравки и, следовательно, ее степень равна s . Таким образом, множество вершин V можно разбить на два подмножества V_1 и V_2 , где V_1 составляют вершины, степень которых равна $s + 1$, а V_2 составляют вершины, степень которых равна s .

Докажем теперь вторую часть теоремы.

Подмножество V_1 составляют только те вершины, которые инцидентны старому ребру.

Используем формулу (1) для вычисления количества старых ребер $m(n, q, L - 1) = q \frac{n^{L-1} - 1}{n - 1}$ и учитывая, что каждому старому ребру инцидентны две вершины, получим $|V_1| = 2q \frac{n^{L-1} - 1}{n - 1}$, т.е. соотношение (2) доказано.

Подмножества V_1 и V_2 образуют разбиение множества V , тогда верно, что $V_2 = V \setminus V_1$, а мощность $|V_2| = n^L - |V_1|$. Итак, формула (3) доказана. Теорема доказана.

Лемма 1. Пусть в предфрактальном графе $G = (V, E)$ две вершины v_1 и v_2 принадлежат одной затравке $H = (W, Q)$ ($v_1, v_2 \in W$) и имеют смежность с некоторой вершиной $v \in V$, тогда вершина v также принадлежит этой затравке H .

Доказательство. Допустим, что $v \in V$ не является вершиной данной затравки $H = (W, Q)$, тогда она принадлежит другой затравке $H' = (W', Q')$, т.е. ребра $e = (v_1, v)$ и $e = (v_2, v)$ являются старыми.

Заметим, что два старых ребра $e = (v_1, v)$ и $e = (v_2, v)$ не могут быть инцидентны по обоим вершинам одним и тем же затравкам в силу того, что кратных ребер в траектории предфрактального графа нет. Лемма доказана.

Для решения поставленной задачи распознавания предфрактального графа $G = (V, E)$ с непересекающимися старыми ребрами, когда затравка — регулярный граф степени $n - 2$, предлагается следующий алгоритм α_1 , состоящий из этапов $r = 1, 2, \dots, L - 1$, которые взаимнооднозначно соответствуют текущим графам G_l , ($l = 2, \dots, L$ — траектории). На входе этапа r рассматривается текущий граф G_l , где $l = L - r + 1$. Этап r выделяет в G_l затравки, состоящие из ребер ранга l . После чего, каждая из этих затравок стягивается в вершину. Полученный в результате текущий граф G_{l-1} представляется на вход этапа $l - 1$.

В процессе результативной реализации $L - 1$ этапов алгоритма α_1 получаем последовательность $G_L^*, G_{L-1}^*, \dots, G_1^*$. При этом считаем, что данный граф G , обозначаемый через G_L^* , является предфрактальным каноническим графом тогда, когда последовательность имеет длину L . Причем, каждый представитель этой последовательности удовлетворяет необходимым условиям предфрактальности. Выполнение этих условий проверяется в результате реализации всех операций соответствующего этапа.

Опишем вычислительную схему первого этапа в случае, когда на его вход представлен исходный граф $G = (V, E)$.

Этап $r = 1$ начинает свою работу с проверки выполнения равенства $|V| = n^L$. Если это равенство не выполняется, то алгоритм α_1 заканчивает работу безрезультатно. В случае выполнения этого равенства в графе G выделяются множества V_1 , состоящего из вершин степени $s = n - 1$, и V_2 , состоящего из вершин степени $s = n - 2$. Если разность $V \setminus (V_1 \cup V_2) \neq \emptyset$, то алгоритм заканчивает работу безрезультатно. В противном случае, V_1 и V_2 образуют разбиение множества V , и дальнейшая работа этапа $r = 1$ состоит из m_0 шагов, где m_0 число таких затравок, каждая из которых состоит из новых ребер.

Результатом каждого такого шага является выделенная в графе G очередная затравка. Процедуру выделения этой затравки обозначим через b .

Описание процедуры b . Выделяем во множестве V_2 очередную неотмеченную вершину v_1^* , т.е. вершину, которая не принадлежит какой-либо уже выделенной затравке. Так как вершина $v_1^* \in V_2$, то она имеет степень $n-2$, т.е. смежна с $n-2$ новыми вершинами своей затравки $H = (W, Q)$, которые обозначаем через v_k^* , где $k = 2, 3, \dots, n-1$, и окрашиваем. В результате имеем $n-1$ выделенных вершин n -вершинной затравки, т.е. непомяченной осталась всего одна вершина. Рассмотрим теперь те вершины, которые смежны с выделенными v_k^* ($k = 2, 3, \dots, n-1$), но неокрашены, и выделим среди них ту, которая будет смежной с $n-2$ из уже окрашенных $n-1$ вершин. Согласно лемме 1, эта вершина также будет принадлежать этой затравке. Через W' обозначаем множество всех вершин, отмеченных процедурой b . Если мощность $|W'| = n$, то выделяем и окрашиваем все ребра, у каждого из которых концы представляют собой вершины данного множества W' . Работа процедуры b завершается проверкой: образует ли множество выделенных таким образом вершин и ребер n -вершинный связный однородный граф степени $s = n-2$? Если да, то шаг, включающий в себя описанную процедуру b , завершается результативно, и следует переход к следующему шагу первого этапа. В противном случае шаг считается безрезультатным, и алгоритм a_1 прекращает свою работу.

Этап $r=1$ завершается, когда в данном графе $G = (V, E)$ все вершины множества V окажутся отмеченными.

По окончании первой части алгоритма a_1 осуществляем проверку, все ли вершины исходного графа G оказались отмеченными? Если да, то первый этап алгоритма a_1 заканчивает свою работу следующей процедурой. Исходный граф G обозначается через G_L^* и представляется в качестве первого члена последовательности $G_L^*, G_{L-1}^*, \dots, G_1^*$. Каждая выделенная затравка графа G стягивается в одну вершину. Полученный в результате такого стягивания граф обозначается через G_{L-1}^* . Далее, по отношению к нему реализуем очередной этап алгоритма.

Теорема 2. *Всякий предфрактальный граф $G = (V, E)$ с попарно непересекающимися старыми ребрами и регулярной n -вершинной затравкой $H = (W, Q)$ степени $s = n-2$ является распознаваемым алгоритмом a_1 .*

Доказательство. Каждая новая затравка ранга L либо сохраняет инцидентность только с $n-2$ старыми ребрами ранга $L-1$, либо с $n-2$ ребрами предыдущего ранга $L-1$ и одному ребру ранга $L-1$, $L-2, \dots, 1$. В первом случае новая затравка имеет две вершины минимальной степени $s = n-2$ в силу непересечения старых ребер. Во втором случае новая затравка имеет одну вершину степени $s = n-2$. Таким образом, доказано, что всякая новая затравка имеет хотя бы одну вершину минимальной степени $n-2$, а это обеспечивает распознавание каждой затравки. Теорема доказана.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Емеличев В. А. и др. Лекции по теории графов. М.: Наука, 1990. 432 с.

Поступила 14.08.2006 г.