Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

О. И. Гревцев, Матричный метод классификации объектов при нечетной исходной информации, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2000, выпуск 9, 197–200

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu52>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.92.164.108

26 апреля 2023 г., 18:11:53

Тогда, учитывая зависимости (1) и (5), получим

$$Z_q(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} z_q(t) \delta(t) dt = \sum_{\eta=0}^r c_{\eta q} \Phi_r(p), \quad (5)$$

где $z(p)$ - изображение по Лапласу элемента матрицы регулируемой величины $z(t)$.

Используя систему дифференциальных уравнений в области интегрального преобразования Лапласа (2) и правило Крамера, определим матрицу искомой регулируемой величины многомерной системы в комплексной области

$$\bar{Z} = [Z_1, Z_2, \dots, Z_q, \dots, Z_n], \quad Z_q = \frac{\Delta_{\sigma} Y_{\sigma}}{\Delta},$$

где Y_{σ} - изображение по Лапласу управляющего воздействия.

Элементы матрицы моментов регулируемой величины μ_q определяются по элементам матрицы

$$\mu_{qi} = Z_q(p) \Big|_{p=0,1,2,\dots}, \quad \bar{\mu}_j = [\mu_{1j}, \mu_{2j}, \dots, \mu_{\xi j}, \dots], \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (6)$$

Подставив (6) в (5), для каждого элемента матрицы и получим матрицу с ортогональной системной характеристикой $\bar{C}_i$, по которой, используя равенство (3), окончательно получим матрицу искомой регулируемой величины.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Реш Е.А. Применение функции Хаара для исследования динамических систем // Сб. науч. тр. научно-исследовательского института приборостроения. Самара: СГАУ, 1999. Вып. 5. 13-15 с.
2. Диткин В.А., Прудников А.П. Операционные исчисления: М.: Высш. школа, 1966.

УДК 519.7

О.И.Гревцев

МАТРИЧНЫЙ МЕТОД КЛАССИФИКАЦИИ ОБЪЕКТОВ ПРИ НЕЧЕТНОЙ ИСХОДНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Рассматривается метод классификации объектов, характеризующихся нечетко заданными признаками. Введение понятий нечетных множеств снимает проблему качественных описаний признаков объектов и эталонов представленных классов. Решение задачи классификации объектов сводится к нахождению наибольшего значения степени принадлежности объекта определенному классу.

В теории распознавания [1,2] отнесение объекта к определенному классу производится на основании оценок результатов сравнения количественных значений признаков, описывающих объекты и эталоны соответствующих классов. В случае качественного описания признаков проведение подобного сравнения представляет проблему по причине отсутствия количественных оценок признаков и может привести к неверным результатам. Предложенный в работе подход позволяет решить задачу классификации объектов при субъективном качественном оценивании признаков.

Пусть дано универсальное множество X объектов $\{x\}$. Каждый объект $x_j, j=\overline{1, m}$ описывается набором признаков $\{w_i\}, i=\overline{1, n}$. Этот набор признаков один и тот же для всех объектов, рассматриваемых в данной задаче.

В соответствии с накладываемыми ограничениями на объект x в множестве X определено подмножество допустимых решений $D \subset X$. Множество D разбито на конечное число подмножеств классов $L_q, D = \bigcup L_q, q=\overline{1, k}$.

Каждый класс L_q априорно представлен своим эталоном ℓq , который характеризуется тем же набором признаков $\{w_{ij}\}$, что и объекты. Признаки определены качественной оценкой эксперта, в силу чего они не имеют четких количественных значений и рассматриваются как нечеткие множества. Тогда качественные оценки объектов и эталонов относительно признаков можно выразить как степень принадлежности этих элементов нечетким множествам признаков в виде значений функций $\mu_{w_{ij}}(x_j)$ – для объектов x_j и $\mu_{w_{iq}}(\ell q)$ – для эталона ℓq . Нечеткое представление признаков расширяет описание классов, исключая границы класса и вводя понятия нечетного множества [3]. Объект может принадлежать разным классам, но с различной степенью принадлежности каждому классу, определяемой функцией $\mu_{L_q}(x_j) \in [0,1]$. Задача классификации объектов сводится к определению значения функции принадлежности объекта x к каждому классу L_q , $q = \overline{1, k}$. Наибольшее из значений функции принадлежности объекта x классу $\mu_{L_q}(x)$ определяет класс этого объекта. Одной из характеристик объекта и эталона является главный вектор признаков [4]. Каждый из объектов в множестве признаков может быть представлен в виде главного вектора признаков [4]: $W_{\omega_j}(x_j) = (\mu_{\omega_{1j}}(x_j), \dots, \mu_{\omega_{nj}}(x_j))$, $\forall j = \overline{1, m}$, а каждый из эталонов $\ell q \in L_q$ представлен в виде главного вектора признаков эталона: $\overline{W}_{\omega_q}(\ell q) = (\mu_{\omega_{1q}}(\ell q), \dots, \mu_{\omega_{nq}}(\ell q))$, $\forall q = \overline{1, k}$.

Но не все признаки одинаково важны в каждом эталоне. Важность признака эталона зависит от цели классификации. Второй характеристикой эталонов будет являться вектор приоритетов признаков относительно цели классификации: $\overline{PRW}_{L_q} = (PR(w_{1q}), \dots, PR(w_{nq}))$.

В силу нечеткости описания признаков w_{iq} эталонов ℓq приоритеты признаков будут выражать меру важности признака w_i в q классе и определяться как степени принадлежности признака w_i нечеткому множеству соответствующего класса L_q .

При определении степени принадлежности объекта классу L_q происходит отображение нечетких множеств признаков объекта в соответствующий класс L_q . Приоритеты признаков объекта принимаются равными соответствующим приоритетам признаков данного класса. Обобщенную оценку принадлежности объекта классу L_q можно представить как сумму произведений степеней принадлежности объектов нечетким множествам признаков w_i в классе L_q и приоритетов соответствующих признаков данного класса:

$$\mu_{L_q}(x_j) = \sum_{i=1}^n \mu_{w_i}(x_j) \cdot \mu_{L_q}(w_i), \quad (1)$$

$\forall j = \overline{1, m}$, $q = \overline{1, k}$; $\mu_{w_i}(x_j)$ – значение функции принадлежности объекта x_j нечетному множеству признака w_i ; $\mu_{L_q}(w_i)$ – приоритет i признака в q классе.

Для получения формализованных оценок приоритетов признаков эталонов и значений степеней принадлежности объектов нечетким множествам признаков используется матричный способ относительных попарных сравнений важностей этих элементов [5]. Экспертные оценки относительной важности элементов определяются с помощью шкалы сравнения [5,6], определяющей степень превосходства одного элемента по сравнению с другими.

В результате оценок сравнения важностей признаков эталонов класса L_q получим матрицу A размера $n \times n$, элементы которой определяют относительные важности признаков данного класса $a_{ij} = \mu_{L_q}(w_i) / \mu_{L_q}(w_j)$, при этом обеспечивается непротиворечивость суждений эксперта в

виде $a_{ji} = 1/a_{ij}$.

Главный собственный вектор матрицы A вычисляется в результате решения матричного уравнения [5]

$$A \cdot \overline{W}_A = \lambda \max \cdot \overline{W}_A, \quad (2)$$

где $\lambda \max$ – наибольшее собственное значение матрицы A ; $\overline{W}_A$ – собственный вектор матрицы A .

После нормирования собственного вектора матрицы A получим компоненты вектора эталона ℓq : $\overline{PRW}_{L_q} = \{\mu_{L_q}(w_i)\}$, $\forall q = \overline{1, k}$, $i = \overline{1, n}$, определяемые по формуле [7]:

$$\mu_{Lq}(w_i) = \frac{\sqrt[n]{\prod_{j=1}^n a_{ij}}}{\sum_{i=1}^n \sqrt[n]{\prod_{j=1}^n a_{ij}}} \quad (3)$$

Для n признаков и k классов получим матрицу $C = (\mu_{Lq}(w_i))n \times k$, определяющую приоритеты признаков эталонов каждого класса. Определение компонент главного вектора признаков объектов производится аналогично, матричным способом относительных парных сравнений [5] путем попарных сравнений значений функций принадлежности объектов и эталонов, а также объектов между собой и эталонов, относительно нечеткого множества каждого признака.

При m объектах и k эталонов будем иметь для каждого i признака матрицу $B^{(i)}$ размера $(m+k) \times (m+k)$, элементами которой будут $b_{qj}^{(i)} = \frac{\mu_{w_{iq}}(\ell q)}{\mu_{w_{ij}}(x_j)}$, а также $b_{qp}^{(i)} = \frac{\mu_{w_{iq}}(\ell q)}{\mu_{w_{ip}}(\ell p)}$ и

$$b_{rj}^{(i)} = \frac{\mu_{w_{ir}}(x_r)}{\mu_{w_{ij}}(x_j)}, \quad i = \overline{1, n}.$$

В результате решения матричного уравнения

$$B \overline{W}_B = \lambda \max \overline{W}_B \quad (4)$$

и нормирования собственного вектора $\overline{W}_B$ матрицы B находятся компоненты главного вектора признаков объектов $\overline{W}_{w_{ij}}(x_j) = \{\mu_{w_i}(x_j)\}$, выражающие значения функций принадлежности объектов множеству каждого признака. Для m объектов и n признаков получим матрицу $E = (\mu_{w_i}(x_j))m \times n$.

В результате умножения матрицы $E = (\mu_{w_i}(x_j))m \times n$ на матрицу $C = (\mu_{Lq}(w_i))n \times k$ получим матрицу

$$F = \left(\sum_{i=1}^n \mu_{w_i}(x_j) \cdot \mu_{Lq}(w_i) \right) m \times k, \quad (5)$$

$\forall q = \overline{1, k}, j = \overline{1, m}$, каждый элемент которой определяет степень принадлежности объекта x_j классу Lq .

Наибольшее значение функции принадлежности $\mu_{Lq}(x_j)$ из всех k классов каждого объекта определит принадлежность объекта соответствующему классу.

Задачу ранжирования объектов, характеризующихся одним и тем же набором признаков, можно рассматривать как частный случай задачи классификации объектов при отсутствии эталона класса.

В этом случае класс объектов совпадает с областью допустимых решений (объектов) $L = D \subset X$. В зависимости от значений степеней принадлежности объекта x каждому нечетному множеству признака и приоритета этого признака относительно поставленной цели ранжирования определяется обобщенная оценка важности объекта x в данной области D в виде

$$\mu_D(x_j) = \sum_{i=1}^n \mu_{w_i}(x_j) \cdot \mu_D(w_i), \quad (6)$$

где приоритет признака $\mu_D(w_i)$ и степень принадлежности объекта x_j нечетному множеству признака $\mu_{w_i}(x_j)$ определяются соответственно по формуле (3) [7].

Наибольшая из обобщенных оценок степени принадлежности объекта x_j области D определит оптимальное решение задачи ранжирования [8].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Горелик А.Л., Скрипкин В.А. Методы распознавания. М.: Высш. школа, 1989. 232с.
2. Ту Дж., Гансалес Р. Принципы распознавания образов. М.: Мир, 1978. 416 с.
3. Заде Л.А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. М.: Мир, 1976. 168 с.
4. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. М.: Наука, 1982. 254 с.
5. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий. М.: Радио и связь, 1993. 224 с.

6. Борисов А.Н., Алексеев А.В., Меркурьева Г.В. Обработка нечетной информации в системах принятия решений. М.: Радио и связь, 1989. 303 с.
7. Гревцев О.И. Нахождение оптимального решения многокритериальных задач // Вестн. Сам ГТУ. Сер. «Физ.-мат. науки». Вып. 6. Самара: СамГТУ, 1998. С. 135-136.
8. Гревцев О.И. Выбор оптимальных решений многокритериальных задач // Математическое моделирование и краевые задачи: Тр. девятой межвуз. конф. Самара: СамГТУ, 1999. С.31-33.

УДК 62–50

А.И. Данилушкин, О.О. Осипов, И.В. Фрыгин

АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА НЕПРЕРЫВНОГО ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА ЗАГОТОВОК ПОДШИПНИКОВЫХ КОЛЕЦ

Предложена аналитическая модель процесса непрерывного индукционного нагрева кольцевых заготовок, учитывающая тепловые потери с внутренней поверхности и ориентированная на решение задач оптимального проектирования и управления.

Индукционные нагревательные установки непрерывного действия являются необходимой составной частью крупных технологических комплексов по обработке металлов давлением, например, при прессовании, штамповке, раскатке, калибровке и т.д.

В индукторе непрерывного действия располагается одновременно несколько заготовок одной партии, которые нагреваются в процессе их равномерного перемещения от входа к выходу. Темп выдачи заготовок задается деформирующим оборудованием.

Процесс непрерывного индукционного нагрева колец описывается нестационарным уравнением теплопроводности в цилиндрической системе координат [1]

$$\frac{\partial \theta(l, v, \varphi)}{\partial \varphi} = \frac{\partial^2 \theta(l, v, \varphi)}{\partial l^2} + \frac{1}{l} \cdot \frac{\partial \theta(l, v, \varphi)}{\partial l} - \beta(y) \frac{\partial \theta(l, v, \varphi)}{\partial v} + \Phi(l, v, \varphi). \quad (1)$$

Уравнение (1) дополняется начальными

$$\theta(l, v, 0) = \theta_0(l, v) \quad (2)$$

и граничными условиями второго рода

$$\frac{\partial \theta(l, v, \varphi)}{\partial l} = q_1(l, v, \varphi), \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta(l, v, \varphi)}{\partial l} = q_2(l, v, \varphi); \quad (4)$$

$$\theta(l, 0, \varphi) = \theta_0. \quad (5)$$

Здесь относительные значения $\theta(l, v, \varphi)$, $q_1(v, \varphi)$, $q_2(l, \varphi)$ соответственно для температурного поля $T(r, x, t)$ полого цилиндра, потоков тепла $Q_1(R, t, x)$, $Q_2(R_1, x, t)$ с внешней и внутренней поверхностей цилиндра соответственно, а также относительные значения $\Phi(l, v, \varphi)$ источников $\Xi(r, x, t)$ внутреннего тепловыделения вводятся согласно соотношениям [2]

$$\left. \begin{aligned} \theta(l, v, \varphi) &= \frac{\lambda T(r, x, t)}{P_{\max} \cdot R_1^2}, \\ q_1(v, \varphi) &= \frac{Q_1(R_1, t, x)}{P_{\max} \cdot R_1^2}; q_2(l, \varphi) = \frac{Q_2(R_2, t, x)}{P_{\max} \cdot R_1^2}, \\ \Phi(l, v, \varphi) &= \frac{\Xi(r, x, t)}{P_{\max}}, \\ l = \frac{r}{R}; v = \frac{x}{L}; \varphi = \frac{at}{R_2^2}; \alpha(y) &= \frac{\lambda_{\neq}}{\lambda(y)}; \beta(y) = \frac{V \cdot R_1^2}{a \cdot L}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$