Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

М. Н. Саушкин, О. С. Афанасьева, Исследование процесса релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненном слое отверстия диска газотурбинного двигателя, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2007, выпуск 2(), 51–59

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu530>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.196.121.252

26 апреля 2023 г., 16:58:21

УДК 539.376 + 621.787

М. Н. Саушкин, О. С. Афанасьева

**ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА РЕЛАКСАЦИИ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ
В ПОВЕРХНОСТНО УПРОЧНЁННОМ СЛОЕ ОТВЕРСТИЯ ДИСКА
ГАЗОТУРБИННОГО ДВИГАТЕЛЯ**

Описана общая методика расчёта релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое цилиндрического концентратора в элементах конструкций для случая плоской задачи в условиях ползучести. Решена задача о релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое концентратора типа кругового отверстия для диска газотурбинного двигателя. Отмечено, что остаточные напряжения в течение некоторого времени оказывают «благоприятное» воздействие, сохраняя свой отрицательный знак в упрочнённом слое.

Постановка задачи. Одной из важных задач при обеспечении надёжности машин является повышение эксплуатационных показателей их деталей. Зачастую эти показатели определяются параметрами качества поверхностного слоя. Часто при изготовлении изделий энергетического, транспортного машиностроения и авиастроения в их поверхностном слое наводятся остаточные сжимающие напряжения. Это связано с тем, что наличие сжимающих остаточных напряжений в поверхностном слое создаёт дополнительные трудности для развития различного рода деградационных процессов в материале, которые, как правило, происходят с поверхности. К таким процессам относятся: рассеянное накопление микроповреждений, объёмное растрескивание материала, зарождение и развитие микротрещин, влияние агрессивных сред и связанные с этим диффузионные процессы и многие другие эффекты.

Вибрация, высокая температура и некоторые другие процессы, присутствующие при эксплуатации изделий, приводят к релаксации остаточных напряжений — уменьшению сжимающих напряжений (по модулю). При этом по сохранившимся остаточным напряжениям можно судить о степени исчерпания ресурса по параметру величины остаточных напряжений в поверхностном слое [1–3].

В связи с этим становится актуальной задача оценки изменения остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое элементов конструкций при ползучести, так как по величине сжимающих остаточных напряжений можно судить об эффективности упрочнения деталей, работающих при повышенных температурах и, в конечном итоге, о степени исчерпания ресурса изделия.

В настоящей работе предлагается метод расчёта релаксации остаточных напряжений в поверхности упрочнённого слоя цилиндрического концентратора для случая плоской задачи в условиях ползучести. Здесь под плоской задачей понимается такая задача, для которой напряжённо-деформированное состояние (НДС) в любом сечении вдоль одной из осей координат не зависит от её координаты. Этот метод является обобщением метода, разработанного для случая цилиндрического образца [4–6] и случая кругового концентратора для плоской задачи (толстостенной трубы) [6, 7].

Задача о релаксации остаточных напряжений в упрочнённом слое элемента конструкции сводится к декомпозиции конструкции на два элемента: упрочнённый слой и конструкцию без этого слоя. В основе декомпозиции лежит гипотеза [6], согласно которой упрочнённый слой не влияет на жёсткость конструкции (играет роль тонкой «плёнки», наклеенной на его поверхность) и деформируется вместе с ней под действием внешних нагрузок в режиме «жёсткого» нагружения.

Согласно такой декомпозиции основная задача разбивается на три самостоятельные: 1) восстановление начального напряжённо-деформированного состояния (после процедуры поверхностного пластического упрочнения, далее ППД) в поверхностно упрочнённом слое по одной из экспериментально замеренной компоненте тензора остаточных напряжений по толщине слоя; 2) расчёт НДС всей конструкции при ползучести без учёта упрочнённого слоя; 3) расчёт кинетики остаточных напряжений в поверхностном слое в режиме «жёсткого» нагружения (при заданных значениях компонент тензора деформаций на поверхности элемента конструкции, которые определяются из второй краевой задачи).

Методика решения первой задачи — восстановления начального НДС в поверхностно упрочнённом слое по одной из экспериментально замеренной компоненте тензора остаточных напря-

жений по толщине слоя — в настоящей работе не приводится, так как она полностью описана в монографии [6] и здесь используется без изменений.

В процессе решения второй задачи определяется НДС всей конструкции при ползучести без учёта поверхностного упрочнённого слоя. Данная задача для сложных конструкций, как правило, решается методом конечных элементов (МКЭ). Из решения этой задачи определяется кинетика тензора деформаций ε_{ij} от времени на поверхности. Компоненты ε_{ij} являются входными для решения третьей задачи о релаксации остаточных напряжений вследствие ползучести в тонком поверхностном слое.

В качестве основной реологической модели в настоящей работе используется теория неполной обратимости деформаций ползучести [6, 8–10] — один из вариантов кинетической теории ползучести.

Общая методика расчёта релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое концентратора напряжений с произвольной границей для плоской задачи в условиях ползучести. Рассмотрим некоторый конструктивный элемент, занимающий область Ω , на границе которой L приложены распределённые $\alpha_i(x, y, t)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) и сосредоточенные $P_j(x_j, y_j, t)$ ($j = 1, 2, \dots, n$) силы ($x, y, x_j, y_j \in L$). Координату z направим перпендикулярно плоскости xOy . И пусть в этой области имеется концентратор (в виде сквозного отверстия), ограниченный контуром L_1 (рис. 1). Относительно границы L_1 предполагается, что она принадлежит классу C^2 . Считается, что вдоль координаты z , перпендикулярной плоскости, линейный размер тела достаточно большой. Полагается, что в любом сечении, перпендикулярном оси z , НДС является одинаковым (гипотеза плоских сечений). При этом предполагается, что могут действовать и равномерно распределённые нагрузки, нормальные к плоскости рис. 1.

Рис. 1. Схема к математической модели релаксации остаточных напряжений в концентраторе в виде отверстия для плоской задачи

Предположим, что поверхность концентратора предварительно подверглась поверхностному пластическому упрочнению. Задача состоит в оценке релаксации наведенных остаточных напряжений в процессе ползучести в любой точке контура L_1 при действии заданных нагрузок.

Здесь возникают два варианта: точка лежит на вогнутом и выпуклом участках L_1 (соответственно точки B и A на рис. 1). Имея аналитическое уравнение контура, заданное либо а priori, либо полученное одним из интерполяционных многочленов приближённо, нетрудно построить соприкасающуюся окружность в каждой из точек A и B с радиусами R_1 и R_2 , определяемыми по формуле $R = [1 + (y')^2]^{3/2} / |y''|$, и центрами в точках O_1 и O_2 (см. рис. 1). Далее оценка релаксации остаточных напряжений в поверхностном слое точки B по нормали $\mathbf{n}_2$ может быть выполнена как для поверхностно упрочненного цилиндра радиуса R_2 по методике, изложенной в [4–6]. Релаксацию же остаточных напряжений в поверхностном слое точки A в направлении нормали $\mathbf{n}_1$ можно оце-

нить, как для цилиндрического кругового отверстия радиуса R_1 в бесконечной плите, по методике, изложенной в [6, 7].

При расчёте НДС конструкции могут возникнуть следующие ситуации.

Если контур L_1 свободен от нагрузок в плоскости xOy , то в любой его точке реализуется:

1) одноосное напряжённое состояние (при отсутствии равномерно распределённых нормальных нагрузок вдоль оси Oz) в локальной системе координат с центром в точке O_1 либо O_2 , определяемое напряжением σ_θ ;

2) плоское напряжённое состояние (при наличии равномерно распределённых нормальных

нагрузок вдоль оси Oz) в этой же локальной систем координат, определяемое напряжениями σ_θ и σ_z .

Поэтому в первом случае исходной информацией для расчёта релаксации остаточных напряжений является величина $\varepsilon_\theta(t)$, которая может быть найдена из решения соответствующей краевой задачи. Величины же $\varepsilon_r(t)$ и $\varepsilon_z(t)$ вычисляются по соответствующим формулам исходя из пуассоновского сжатия—растяжения материала через $\varepsilon_\theta(t)$. Во втором случае исходной информацией являются величины ε_θ и ε_z , которые также определяются из решения краевой задачи, а ε_r вычисляется по соответствующим формулам через величины ε_θ и ε_z .

Если же вдоль контура L_1 в плоскости xOy действуют нормально распределённые к контуру нагрузки (типа внутреннего давления), то в любой точке контура реализуется сложное напряжённое состояние, определяемое напряжениями σ_θ , σ_r , σ_z в той же локальной цилиндрической системе координат. В этом случае исходной информацией являются величины ε_θ , ε_r и ε_z , которые определяются также из решения соответствующей краевой задачи.

Таким образом, благодаря декомпозиции решение поставленной задачи сводится к склеиванию решений следующих двух краевых задач:

1) расчёт НДС в области Ω при заданных нагрузках с целью нахождения деформации $\varepsilon_\theta(t)$, $\varepsilon_r(t)$, $\varepsilon_z(t)$ в заданных точках контура L_1 ;

2) расчёт релаксации остаточных напряжений в поверхностном слое по заданным значениям $\varepsilon_\theta(t)$, $\varepsilon_r(t)$, $\varepsilon_z(t)$.

На основании декомпозиции тензор полной деформации ε_{ij} в поверхностно упрочнённом слое концентратора можно представить в виде (условие «склейки» краевых задач):

$$\varepsilon_{ij}(t) + \varepsilon_{ij}^0(r) = q_{ij}(r) + e_{ij}^{\text{res}}(r, t) + p_{ij}^{\text{res}}(r, t) + e_{ij}^{p\text{res}}(r, t) \quad (i, j = r, \theta, z). \quad (1)$$

Здесь $\varepsilon_{ij}(t)$ — тензор полной деформации на поверхности концентратора, определяемый из решения краевой задачи о напряжённо-деформированном состоянии конструкции (берётся из решения второй задачи); $\varepsilon_{ij}^0(r)$, $q_{ij}(r)$ — тензоры полных и остаточных пластических деформаций в поверхностно упрочнённом слое концентратора после процедуры ППД, определяемые по методике решения первой задачи; $e_{ij}^{\text{res}}(r, t)$, $p_{ij}^{\text{res}}(r, t)$ и $e_{ij}^{p\text{res}}(r, t)$ — тензоры упругой деформации, деформации ползучести и пластичной деформации в упрочнённом слое, рассчитываемые согласно схеме сложного напряжённого состояния [6, с. 112–115] через напряжения $\sigma_{ij}^{\text{res}}(r, t)$ в поверхностном слое.

Выражая главные компоненты e_r^{res} , e_z^{res} , e_θ^{res} тензора упругой деформации через главные напряжения σ_r^{res} , σ_z^{res} , $\sigma_\theta^{\text{res}}$ в поверхностном слое по закону Гука, из (1) получаем

$$\begin{cases} \sigma_r^{\text{res}}(r, t) - \nu \sigma_z^{\text{res}}(r, t) - \nu \sigma_\theta^{\text{res}}(r, t) = E [g_r(r, t) - f_r(r, t)], \\ -\nu \sigma_r^{\text{res}}(r, t) + \sigma_z^{\text{res}}(r, t) - \nu \sigma_\theta^{\text{res}}(r, t) = E [g_z(r, t) - f_z(r, t)], \\ -\nu \sigma_r^{\text{res}}(r, t) - \nu \sigma_z^{\text{res}}(r, t) + \sigma_\theta^{\text{res}}(r, t) = E [g_\theta(r, t) - f_\theta(r, t)], \end{cases}$$

откуда

$$\sigma_i^{\text{res}}(r, t) = \frac{A_i(r, t)}{1 + \nu} + \nu \frac{A_r(r, t) + A_z(r, t) + A_\theta(r, t)}{(1 - 2\nu)(1 + \nu)}, \quad (2)$$

где введены функции $A_i(r, t) = E [g_i(r, t) - f_i(r, t)]$, $g_i(r, t) = \varepsilon_i(t) + \varepsilon_i^0(r) - q_i(r)$, $f_i(r, t) = p_i^{\text{res}}(r, t) + e_i^{p\text{res}}(r, t)$ ($i, j = r, \theta, z$).

Соотношения (2) позволяют следить за процессом релаксации остаточных напряжений в упрочнённом слое при ползучести.

Соотношения МКЭ для решения плоской задачи теории ползучести. В соответствии с предложенной схемой решения поставленной задачи о релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое концентраторов напряжений необходимо иметь информацию о НДС концентратора при ползучести без учёта упрочнённого слоя. Для этого необходимо решить краевую задачу о реологическом деформировании и разрушении элементов конструкций.

Задача о НДС для элементов конструкций с концентраторами решается МКЭ для схемы плоского напряжённого состояния.

Для двумерной задачи упругости используется основное расчётное соотношение МКЭ в виде [11]:

$$[K^{(n)}] \{U^{(n)}\} = \{F_S^{(n)}\}. \quad (3)$$

Здесь $\{U^{(n)}\} = \{u_i \ v_i \ u_j \ v_j \ u_k \ v_k\}^T$ — вектор узловых перемещений элемента (рис. 2); $[K^{(n)}]$ — матрица жесткости; $\{F_S^{(n)}\}$ — вектор узловых сил. Символ T здесь и далее означает операцию транспонирования.

Рис. 2. Плоский конечный элемент с компонентами узловых перемещений

Матрица жёсткости $[K^{(n)}]$ n -ного конечного элемента может быть вычислена по формуле

$$[K^{(n)}] = [D^{(n)}]^T [b^{(n)}] [D^{(n)}] \cdot A^{(n)} \cdot h^{(n)}, \quad (4)$$

где $[D^{(n)}]$ — матрица градиентов; $[b^{(n)}]$ — матрица упругих характеристик; $A^{(n)}$ — площадь элемента; $h^{(n)}$ — толщина элемента. В развернутой форме зависимость (4) можно представить в виде

$$[K^{(n)}] = \frac{h^{(n)}}{4A^{(n)}} \begin{bmatrix} b_i & 0 & c_i \\ 0 & c_i & b_i \\ b_j & 0 & c_j \\ 0 & c_j & b_j \\ b_m & 0 & c_m \\ 0 & c_m & b_m \end{bmatrix} [b^{(n)}] \begin{bmatrix} b_i & 0 & c_i \\ 0 & c_i & b_i \\ b_j & 0 & c_j \\ 0 & c_j & b_j \\ b_m & 0 & c_m \\ 0 & c_m & b_m \end{bmatrix}^T, \quad (5)$$

где коэффициенты b_k, c_k находятся по известным формулам следующим образом:

$$\begin{cases} b_i = y_j - y_m, \\ c_i = x_m - x_j, \end{cases} \quad \begin{cases} b_j = y_m - y_i, \\ c_j = x_i - x_m, \end{cases} \quad \begin{cases} b_m = y_i - y_j, \\ c_m = x_j - x_i. \end{cases} \quad (6)$$

Здесь (x_k, y_k) — координаты k -того узла (см. рис. 2).

В результате решения упругой задачи определяются узловые перемещения $\{U^{(n)}\}$, а затем упругие деформации $\{e^{(n)}\}$ и напряжения $\{\sigma^{(n)}\}$ для треугольных элементов:

$$\{e^{(n)}\} = [D^{(n)}] \{U^{(n)}\}, \quad \{\sigma^{(n)}\} = [b^{(n)}] [D^{(n)}] \{U^{(n)}\}. \quad (7)$$

Здесь $\{e^{(n)}\} = \{e_x \ e_y \ e_{xy}\}^T$, $\{\sigma^{(n)}\} = \{\sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_{xy}\}^T$, $[b^{(n)}] = \frac{E}{1-\mu^2} \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu}{2} \end{bmatrix}$ — матрица упругих коэффициентов для плоского напряжённого состояния.

Задача реологического деформирования и разрушения (для простоты изложения без учёта пластических деформаций) для элементов конструкций решается следующим образом. Пусть известно НДС конструкции в момент времени t_i . Предполагается, что за время $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ НДС конструкции не изменится, а изменится лишь в момент времени t_{i+1} скачком. Вычисляется деформация ползучести, накапливаемая за время Δt . При этом используются реологические соотношения теории неполной обратимости деформации ползучести [6, с. 112–115], которые для МКЭ (без упругой деформации $\{e^{(n)}\}$) запишутся следующим образом:

$$\{p^{(n)}\} = \{u^{(n)}\} + \{v^{(n)}\} + \{w^{(n)}\}, \quad (8)$$

где $\{\varepsilon^{(n)}\} = \{\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_{xy}\}^T$, $\{p^{(n)}\} = \{p_x \ p_y \ p_{xy}\}^T$, $\{u^{(n)}\} = \{u_x \ u_y \ u_{xy}\}^T$, $\{v^{(n)}\} = \{v_x \ v_y \ v_{xy}\}^T$, $\{w^{(n)}\} = \{w_x \ w_y \ w_{xy}\}^T$;

$$\begin{cases} \{u^{(n)}(t_{s+1})\} = \sum_k \{u_k^{(n)}(t_s)\} + \sum_k \{\Delta u_k^{(n)}(t_s)\}, \\ \{\Delta u_k^{(n)}(t_s)\} = \lambda_k \left(a_k S^{n_2-1} [N_{\mu'_k}] \{\sigma^{(n)}\}^T - \{u_k^{(n)}(t_s)\} \right) \Delta t_s; \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} \{v^{(n)}(t_s)\} = [L^{(n)}] [M_{\mu''_k}] \{\beta^{(n)}(t)\}^T, \quad \{\beta^{(n)}(t)\} = \sum_k \{\beta_k^{(n)}(t)\}, \\ \{\beta_k^{(n)}(t_{s+1})\} = \{\beta_k^{(n)}(t_s)\} + \{\Delta \beta_k^{(n)}(t_s)\}, \\ \{\Delta \beta_k^{(n)}(t_s)\} = \begin{cases} \lambda_k \left(b_k \left(\frac{S}{\sigma^*} \right)^{n_2-1} \cdot \frac{1}{\sigma^*} \{\bar{\sigma}^{(n)}\} - \{\beta_k^{(n)}(t_s)\} \right) \Delta t_s, & (\dots) \{\bar{\sigma}^{(n)}\}^T > 0, \\ 0, & (\dots) \{\bar{\sigma}^{(n)}\}^T \leq 0; \end{cases} \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} \{w^{(n)}(t_{s+1})\} = \{w^{(n)}(t_s)\} + \{\Delta w^{(n)}(t_s)\}, \\ \{\Delta w^{(n)}(t_s)\} = \frac{c}{\sigma^*} \left(\frac{S}{\sigma^*} \right)^{m_1-1} [N_{1/2}] \{\sigma^{(n)}\}^T \Delta t_s; \end{cases} \quad (11)$$

$$\{\sigma^{(n)}(t_s)\} = \{\sigma^{0(n)}(t_s)\} \{1 + \omega(t_s)\}; \quad (12)$$

$$\Delta\omega(t_s) = \alpha(S_0) \{\sigma^{(n)}(t_s)\} \{\Delta p^{(n)}(t_s)\}^T. \quad (13)$$

Здесь $\{u^{(n)}\}$, $\{v^{(n)}\}$, $\{w^{(n)}\}$ — вязкоупругая, вязкопластическая и вязкая составляющие вектора деформаций ползучести $\{p^{(n)}\}$ для n -ного конечного элемента; $\{\sigma^{(n)}\}$, $\{\sigma^{0(n)}\}$ — соответственно векторы истинных и номинальных компонент тензора напряжений; S , S_0 — соответственно интенсивности истинных и номинальных напряжений; $\{\bar{\sigma}^{(n)}\} = \{\sigma_1 \sigma_2\}^T$ — вектор главных напряжений внутри конечного элемента; $\{\beta^{(n)}\} = \{\beta_1 \beta_2\}^T$ — вектор активных вязкопластических деформаций элемента в главных осях; λ_k , a_k , b_k , c , n_2 , m_1 , σ^* — константы модели, при помощи которых описываются первая и вторая стадии ползучести материала и её обратимая после разгрузки часть; μ'_k , μ''_k — коэффициенты Пуассона для обратимой и необратимой компонент деформаций ползучести; $\alpha(S_0)$ задаётся степенной аппроксимацией вида

$$\alpha(S_0) = \alpha_1 \cdot S_0^{m_3}, \quad (14)$$

где α_1 , m_3 — константы модели, контролирующие процессы разупрочнения материала при деформации ползучести; ω — скалярный параметр повреждённости.

В соотношениях (8)–(13) используются следующие матрицы:

$$[N_k] = \begin{bmatrix} 1 & -\kappa & 0 \\ -\kappa & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1+\kappa \end{bmatrix}, \quad [M_k] = \begin{bmatrix} 1 & -\kappa \\ -\kappa & 1 \end{bmatrix}, \quad [L^{(n)}] = \frac{1}{k_2} \begin{bmatrix} 1 & k_1^2 \\ k_1^2 & 1 \\ k_1 & -k_1 \end{bmatrix}, \quad k_1 = \frac{\sigma_1 - \sigma_x}{\sigma_{xy}}, \quad k_2 = 1 + k_1^2.$$

Для прогнозирования времени разрушения конечного элемента t_* используется критерий разрушения вида

$$\Omega(t_*) = \int_0^{t_*} \frac{\{\sigma^{(n)}\} d\{p^{(n)}\}^T}{A_*^c(S_0)} = 1, \quad (15)$$

где $A_*^c(S_0)$ — критическая величина работы разрушения истинного напряжения на деформации ползучести. При этом материал находится в неразрушенном состоянии, если $\Omega(t) < 1$, и разрушается при выполнении условия $\Omega(t_*) = 1$ хотя бы в одной точке конструкции, изготовленной из данного материала. В общем случае величина $A_*^c(S_0)$ имеет степенную аппроксимацию вида

$$A_*^c(S_0) = \alpha_A S_0^{m_A}, \quad (16)$$

где α_A , m_A — константы материала.

Все параметры модели (8)–(16) могут быть определены по результатам одноосных испытаний. Методика идентификации этих параметров подробно изложена в монографии [10]. Значения этих параметров для ряда конструктивных материалов приведены в работах [6, 10], а для материала ЭИ 698 при $T = 700^\circ\text{C}$ в таблице.

Значения параметров модели (8)–(16) для описания деформации ползучести сплава ЭИ 698 при $T=700^\circ\text{C}$

σ^* , МПа	k	λ_k , ч ⁻¹	a_k , $\times 10^{-4}$	b_k , $\times 10^{-4}$	c , $\times 10^{-5}$	n_2	m_1	α_1 , МПа ^{-1-m_1}	m_3	α_A , МПа ^{-1-m_A}	m_A
490,5	1	0,2	2,96	4,44	2,51	2,9	10,96	$9,56 \cdot 10^3$	-2,03	12,2	0

Задача ползучести решается методом начальных деформаций [12]:

$$[K^{(n)}] \{U^{(n)}\} = [D^{(n)}]^T [b^{(n)}] \{p^{(n)}(t_{s+1})\} + \{F_S^{(n)}\}. \quad (17)$$

В результате её решения определяется НДС конструкции с помощью соотношений для треугольных элементов:

$$\{\varepsilon^{(n)}\} = [D^{(n)}] \{U^{(n)}\}, \quad \{\sigma^{(n)}\} = [b^{(n)}] (\{\varepsilon^{(n)}\} - \{p^{(n)}\}).$$

Если в некоторый момент времени t' изменится внешняя нагрузка, происходит пересчёт напряжённо-деформированного состояния с новой нагрузкой $\{F_S^{(n)1}\}$ по формулам

$$\begin{aligned} [K^{(n)}]\{U^{(n)}\} &= [D^{(n)}]^T [b^{(n)}]\{p^{(n)}(t')\} + \{F_S^{(n)1}\}; \\ \{\varepsilon^{(n)}\} &= [D^{(n)}]\{U^{(n)}\}, \quad \{\sigma^{(n)}\} = [b^{(n)}](\{\varepsilon^{(n)}\} - \{p^{(n)}\}). \end{aligned}$$

Численная реализация расчёта кинетики НДС во времени и разрушения конструкции в условиях ползучести осуществляется «шагами по времени». Временной интервал разбивается на малые отрезки времени $[t_i, t_{i+1}]$ с шагом Δt_i , внутри которого внутреннее и внешнее напряжённые состояния для каждого конечного элемента считались постоянными и соответствующими моменту $t = t_i$. Основное уравнение МКЭ (17) решается с помощью обратной матрицы. Время до разрушения в соответствии с (15) определяется следующим образом: расчёт продолжается до того момента времени $t = t_*$, при котором в каком-либо конечном элементе выполняется условие $\Omega(t_*) = 1$.

Расчёт процесса релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое отверстия диска газотурбинного двигателя (ГТД). Предложенную общую схему оценки кинетики напряжённо-деформированного состояния в поверхностно упрочнённом слое концентратора можно применить и для реальных элементов конструкций, например для диска ГТД с круговым концентратором.

Следуя общей схеме расчёта релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое, проведём следующие этапы: 1) расчёт НДС диска без поверхностного упрочнённого слоя; 2) восстановление полей остаточных напряжений в концентраторе после процесса ППД; 3) расчёт релаксации остаточных напряжений в тонком поверхностно упрочнённом слое в режиме «жёсткого» нагружения.

Рассмотрим первую задачу — расчёт НДС диска с 8 симметрично расположенными концентраторами в виде круглых отверстий в условиях ползучести при постоянной нагрузке. Температура диска принималась переменной по радиусу и изменяющейся по линейному закону от ступицы до обода. Вследствии симметрии диска для изучения достаточно выделить лишь один сектор (см. рис. 3). Расчёт ползучести диска при постоянной нагрузке осуществляется МКЭ в перемещениях. Соответствующее конечно-элементное разбиение сектора диска представлено на рис. 3. Первоначально решалась упругая задача. Для этого использовалось основное соотношение МКЭ

$$[K]\{U\} = \{F_{\varepsilon_0}\} + \{F_S\}, \quad (18)$$

где $[K]$ — глобальная матрица жёсткости; $\{U\}$ — вектор узловых перемещений, $\{F_S\}$ — вектор нагрузок; $\{F_{\varepsilon_0}\}$ — вектор узловых сил, обусловленных начальной (температурной) деформацией ε_0 .

Для узлов, лежащих на границе, выполняются условия: узловые перемещения L_3L_4 и L_5L_6 вдоль оси Oy равны нулю; узлы на линии L_1L_2 перемещаются только вдоль этой линии; на границе L_2L_3 задана постоянная распределённая нагрузка; узлы на границах L_4L_5 и L_1L_6 свободны от внешней нагрузки; касательные напряжения для границ L_1L_2 , L_3L_4 , L_5L_6 равны нулю.

После нахождения вектора узловых перемещений $\{U\}$ можно определить деформации

$$\{\varepsilon\} = [D]\{U\}$$

и напряжения

$$\{\sigma\} = [b]([D]\{U\} - \{\varepsilon_0\}) = [b](\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_0\}),$$

где $[D]$ — матрица градиентов, $[b]$ — матрица упругих характеристик; $\{\varepsilon_0\}$ — вектор начальной деформации. В качестве начальной деформации рассматривается температурная деформация.

Затем решается задача ползучести методом начальных деформаций с использованием итерационного процесса. Для $(i+1)$ -го шага можно получить следующие соотношения

$$\begin{aligned} \{p(t_{i+1})\} &= \{p(t_i)\} + \{\Delta p(t_i)\}; \\ [K]\{U\} &= \{F_{\varepsilon_0}\} + \{F_S\} + \{p(t_{i+1})\}; \\ \{\varepsilon(t_{i+1})\} &= [D]\{U\}; \\ \{\sigma(t_{i+1})\} &= [b](\{\varepsilon(t_{i+1})\} - \{\varepsilon_0\} - \{p(t_{i+1})\}), \end{aligned}$$

Рис. 3. Профиль и конечно-элементное разбиение сектора диска ГТД

где $\{\epsilon\}$ — вектор, описывающий тензор полной деформации; $\{\Delta p(t_i)\}$ — вектор, описывающий приращение тензора деформаций ползучести за промежуток времени $\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$, рассчитываемое на основании соотношений (8)–(11).

В результате решения задачи о ползучести диска становится известным НДС в каждый момент t_i на исследуемом промежутке времени. Анализ конечно-элементного решения показал, что представленное на рис. 3 конечно-элементное разбиение может быть использовано для решения поставленной задачи — определение НДС диска без поверхностного упрочнённого слоя.

Решение второй и третьей задач — восстановление полей остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое отверстия диска ГТД и расчёт релаксации остаточных напряжений в упрочнённом слое осуществлялось по выше указанным методикам. В качестве исходных данных для восстановления полей остаточных напряжений использовалась экспериментальная информация, представленная на рис. 4.

В качестве примера был рассчитан процесс релаксации остаточных напряжений в районе концентратора напряжений для диска из сплава ЭИ 698. Радиус центрального отверстия диска 80 мм, радиус обода диска 375 мм, радиус отверстия в полотно диска 8 мм.

На рис. 4 приведены экспериментальные значения остаточных напряжений $\sigma_\theta^{\text{res}}$ из этого сплава, а также аппроксимирующая кривая, восстановленная по разработанной методике.

Расчёт выполнен для диска, вращающегося с угловой скоростью $\omega = 3630$ об/мин, с равно-

Рис. 4. Экспериментальные значения остаточных напряжений $\sigma_\theta^{\text{res}}$ (точки) по глубине слоя h и их аппроксимация (линия) для поверхностно упрочнённого слоя отверстия диска из сплава ЭИ 698

мерно распределённой по ободу диска нагрузкой (контур $L_2 - L_3$, см. рис. 3), равной 168 МПа. Температура T по радиусу изменялась по линейному закону от 600 °С на ступице до 856 °С на ободу диска. В районе концентратора напряжений температура составила 700 °С. Модуль упругости E в указанном температурном диапазоне полагался линейно зависящим от температуры (от $E = 17400$ МПа при $T = 600$ °С до $E = 16248$ МПа при $T = 856$ °С). Значения констант, входящих в соотношения (8)–(13), для сплава ЭИ 698 при $T = 700$ °С приведены в таблице. Для диапазона температур 700–775 °С по экспериментальным данным (см. табл. 3.2 в [6] или табл. 3.2 в [10]) для параметров модели (8)–(13) строилась аппроксимация, которая затем экстраполировалась на весь температурный диапазон.

На рис. 5–6 представлены эпюры остаточных напряжений $\sigma_z^{\text{res}}(r, t)$, $\sigma_\theta^{\text{res}}(r, t)$ в точке А отверстия диска (см. рис. 3) при заданном режиме нагружения.

Анализ кинетики релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое отверстия диска ГТД из сплава ЭИ 698 показал, что процесс релаксации значительно зависит от приложенной к диску нагрузки.

Отмечено, что при температуре $T = 700$ °С в концентраторе процесс релаксации остаточных напряжений протекает интенсивно в первые 200 ч и уже к моменту времени $t = 200$ ч происходит существенная релаксация остаточных напряжений. После чего процесс релаксации замедляется. Однако в поверхностном слое они значительно ниже напряжений в прилегающих к поверхностному слою областях. В этом плане можно говорить об эффективности метода ППД для концентратора диска из сплава ЭИ 698 при указанной температуре, несмотря на то, что остаточные напряжения становятся растягивающими.

Выводы. В работе представлен общий метод оценки релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое сквозного концентратора с границей произвольной формы

Рис. 5. Эпюры остаточных напряжений $\sigma_z^{\text{res}}(r, t)$ в точке А отверстия диска ГТД (рис. 3) при ползучести. Метки: 0 – $t = 0$ ч, 20 – $t = 20$ ч, 100 – $t = 100$ ч, 150 – $t = 150$ ч

Рис. 6. Эпюры остаточных напряжений $\sigma_\theta^{\text{res}}(r, t)$ в точке А отверстия диска ГТД (рис. 3) при ползучести. Метки: 0 – $t = 0 + 0$ ч, 20 – $t = 20$ ч, 50 – $t = 50$ ч, 100 – $t = 100$ ч, 150 – $t = 150$ ч. Штриховая линия – $t = 0 - 0$ ч (после процедуры ППД до приложения нагрузки)

при ползучести в плоской задаче. С помощью предложенной методики решена задача о релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое кругового концентратора диска ГТД из сплава ЭИ 698 при $T = 700^{\circ}\text{C}$. Отмечено, что процесс релаксации существенно зависит от приложенной нагрузки и в течении определённого времени остаточные напряжения оказывают «благоприятное» воздействие, сохраняя свой отрицательный знак.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 07-01-00478-а)

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Колотникова, О.В. Эффективность упрочнения методами поверхностного пластического деформирования деталей, работающих при повышенных температурах [Текст] / О.В. Колотникова // Проблемы прочности. — 1983. — № 2. — С. 112–114.
2. Коновалов, Г.В. Назначение режимов накатывания высокоресурсных резьбовых деталей по критерию остаточных напряжений [Текст] / Г.В. Коновалов, Б.В. Минин, В.Ф. Павлов // Авиационная пром-сть. — 1993. — № 2. — С. 6–8.
3. Мрочек, Ж.А. Остаточные напряжения [Текст]: учебное пособие / Ж.А. Мрочек, С.С. Макаревич, Л.М. Кожуро и др. — Мн.: УП «Технопринт», 2003. — 352 с. — ISBN 985-464-347-6.
4. Радченко, В.П. Расчёт релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое цилиндрического изделия в условиях ползучести [Текст] / В.П. Радченко, М.Н. Саушкин // Вестн. Сам. госуд. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. — 2001. — № 12. — С. 61–72. — ISBN 5-7964-0229-3.
5. Радченко, В.П. Математические модели восстановления и релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое цилиндрических элементов конструкций при ползучести [Текст] / В.П. Радченко, М.Н. Саушкин // Изв. вузов. Машиностроение. — 2004. — № 11. — С. 3–17. — ISSN 0536-1044.
6. Радченко, В.П. Ползучесть и релаксация остаточных напряжений в упрочнённых конструкциях [Текст] / В.П. Радченко, М.Н. Саушкин. — М.: Машиностроение-1, 2005. — 226 с. — ISBN 5-94275-244-3.
7. Саушкин, М.Н. Расчёт релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое толстостенной трубы при ползучести [Текст] / М.Н. Саушкин, Е.Ю. Овсянкин // Вестн. Сам. госуд. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. — 2002. — № 16. — С. 62–72. — ISBN 5-7964-0355-9.
8. Самарин, Ю.П. Обобщённые модели в теории ползучести конструкций [Текст] / Ю.П. Самарин, Я.М. Клебанов. — Самара: СамГТУ, 1994. — 196 с.
9. Радченко, В.П. Математическая модель неупругого деформирования и разрушения металлов при ползучести энергетического типа [Текст] / В.П. Радченко // Вестн. Сам. госуд. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. — 1996. — № 4. — С. 43–63.
10. Радченко, В.П. Реологическое деформирование и разрушение материалов и элементов конструкций [Текст] / В.П. Радченко, Ю.А. Ерёмин. — М.: Машиностроение-1, 2004. — 264 с. — ISBN 5-94275-111-0.
11. Сегерлинд, Л. Применение метода конечных элементов [Текст] / Л. Сегерлинд. — М.: Мир, 1979. — 392 с.
12. Зенкевич, О. Метод конечных элементов в технике [Текст] / О. Зенкевич. — М.: Наука, 1975. — 542 с.