Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. В. Любимов, Оценка вероятности захвата в резонанс при движении динамически несимметричного твердого тела в атмосфере, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2007, выпуск 2(), 110–115

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu538>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.207.199.55

26 апреля 2023 г., 12:18:46

УДК 629.136

В. В. Любимов

ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТИ ЗАХВАТА В РЕЗОНАНС ПРИ ДВИЖЕНИИ ДИНАМИЧЕСКИ НЕСИММЕТРИЧНОГО ТВЁРДОГО ТЕЛА В АТМОСФЕРЕ

Производится оценка вероятности захвата в длительный резонансный режим при движении в атмосфере твёрдого тела с аэродинамической и инерционной асимметриями. Полученные выражения позволяют найти величины асимметрий в двух противоположных случаях: при реализации гарантированного захвата в резонанс и при вероятности захвата равной нулю.

При движении твёрдого тела с малой асимметрией в атмосфере возможна реализация длительных резонансов. При этом, наблюдается совпадение характерных частот системы и происходит увеличение угла атаки до 90° и более. На практике такие условия полёта космического аппарата являются недопустимыми, так как они приводят к сбоям в работе парашютной системы. Поэтому необходимо оценивать вероятность захвата в резонанс. Известно, что начальные условия движения, приводящие к захвату в резонанс и к прохождению через резонанс, в общем случае, перемешаны на сепаратрисе [1], то в подобных случаях возникает необходимость подсчёта вероятности захвата в резонанс. Оценка вероятности захвата в резонанс для различных конфигураций динамически симметричных твёрдых тел (ТТ) производилась в работах [2, 3].

В данной работе рассматривается задача о вычислении вероятности захвата в резонанс при движении динамически несимметричного ТТ на атмосферном участке.

Квазилинейная система уравнений движения динамически несимметричного ТТ в этом случае имеет следующий вид:

$$\frac{d\omega_x}{dt} = \varepsilon \frac{m^\Delta \omega_{1,2}^2 \alpha^2}{\bar{I}_x} \sin(2\theta + 2\theta_2), \quad (1)$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = \mp \varepsilon \frac{m^\Delta \omega_{1,2} \alpha}{2\omega_a} [2\omega_x - \omega_{1,2}] \sin(2\theta + 2\theta_2) \mp \varepsilon \frac{m^A}{2\omega_a} \cos(\theta + \theta_1) - \varepsilon \frac{\omega \alpha}{2\omega_a^2} \frac{d\omega}{dt}, \quad (2)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_x - \omega_{1,2} \pm \varepsilon \frac{m^A}{2\alpha \omega_a} \sin(\theta + \theta_1) \pm \varepsilon \frac{m^\Delta \omega_{1,2}}{2\omega_a} [2\omega_x - \omega_{1,2}] \cos(2\theta + 2\theta_2), \quad (3)$$

где ω_x — угловая скорость тела относительно продольной оси; α — пространственный угол атаки; $\theta = \varphi_n - \frac{\pi}{2}$, φ_n — аэродинамический угол крена; $\omega = \sqrt{-\frac{1}{I} m_{z1} q S L}$; q — скоростной напор; S и L — характерные площадь и размер тела; m^A , m^Δ , θ_1 , θ_2 — обобщённые параметры асимметрии; $m^A = \sqrt{(m_1^A)^2 + (m_2^A)^2}$; $m^\Delta = \sqrt{(\bar{I}_{yz})^2 + (\bar{\Delta I})^2}$; $m_1^A = -\left[m_{y0}^\Phi \left(1 - \frac{1}{2}\alpha^2\right) + m_{y2}^\Phi \alpha^2\right] \frac{\omega^2}{m_{z1}}$; $m_2^A = -\left[m_{z0}^\Phi \left(1 - \frac{1}{2}\alpha^2\right) + m_{z2}^\Phi \alpha^2\right] \frac{\omega^2}{m_{z1}}$; $\cos 2\theta_2 = -\frac{\bar{\Delta I}}{m^\Delta}$; $\sin 2\theta_2 = -\frac{\bar{I}_{yz}}{m^\Delta}$; $\omega_a = \sqrt{\frac{1}{4} \bar{I}_x^2 \omega_x^2 + \omega^2}$; $\omega_{1,2} = \frac{\bar{I}_x \omega_x}{2} \pm \omega_a$ — частоты «прямой» и «обратной» прецессий; $\omega_x - \omega_{1,2}$ — резонансная расстройка частот; m_{y0}^Φ , m_{z0}^Φ , m_{y2}^Φ , m_{z2}^Φ , m_{z1} — известные коэффициенты разложения аэродинамических характеристик в степенной ряд по углу атаки (первые четыре коэффициента определяют аэродинамическую асимметрию формы тела); $I = \frac{1}{2}(I_y + I_z)$; $\Delta I = \frac{1}{2}(I_z - I_y)$; $\bar{\Delta I} = \frac{\Delta I}{I}$; $\bar{I}_{yz} = \frac{I_{yz}}{I}$; $\bar{I}_x = \frac{I_x}{I}$ — инерционная (динамическая) асимметрия; I_y , I_z — осевые моменты инерции относительно поперечных главных осей инерции.

Величину угловой скорости ω_x при главном резонансе нетрудно получить из уравнения (3), приравняв к нулю резонансную расстройку $\omega_x - \omega_{1,2} = 0$:

$$\omega_x^p = \pm \frac{\omega}{\sqrt{1 - \bar{I}_x}}. \quad (4)$$

Для описания движения в резонансной области уравнения (1)–(3) приводятся к «маятниковой» форме. С этой целью вводится замена переменных $\omega_x \rightarrow \rho = \frac{\Delta}{\sqrt{\varepsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}(\omega_x - \omega_{1,2})$ и изменяется масштаб времени $\tau = \sqrt{\varepsilon} t$. В результате этих замен получаем

$$\frac{d\sigma}{d\tau} = \mu E(\sigma, 0, \theta, 0) + \mu^2, \quad (5)$$

$$\frac{d\rho}{d\tau} = \Delta P(\sigma, 0, \theta, 0) + \mu a + \mu^2, \quad (6)$$

$$\frac{d\theta}{d\tau} = \rho + \mu \Phi_1(\sigma, 0, \theta, 0) + \mu^2, \quad (7)$$

где $\mu = \sqrt{\varepsilon}$, $\sigma = (\alpha, \omega)$, $\varepsilon P = \frac{\partial \Delta}{\partial \omega_x} \frac{d\omega_x}{d\tau} + \frac{\partial \Delta}{\partial \omega} \frac{d\omega}{d\tau} \left(\frac{\partial \Delta}{\partial \alpha} = 0 \right)$, $E = \left\{ \frac{d\alpha}{d\tau}, \frac{d\omega}{d\tau} \right\}$. Функции E , P , D также периодичны по фазе θ с периодом 2π .

Уравнения движения (5)–(7) при $\mu = 0$ можно представить в виде

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = a(\sigma) + c(\sigma) \sin(2\theta + 2\theta_2), \quad (8)$$

где $a(\sigma) = \frac{\partial \Delta}{\partial \omega} \frac{d\omega}{d\tau}$, $c(\sigma) = -\frac{\partial \Delta}{\partial \omega_x} \frac{m^\Delta \omega_{1,2}^2 \alpha^2}{I_x}$. Уравнение (8) описывает движение маятника с постоянным крутящим моментом $a(\sigma)$.

Под вероятностью захвата будем понимать так называемую вероятность по начальным условиям [1]. Определение вероятности захвата в резонанс по начальным условиям движения основывается на использовании величины полной механической энергии, отсчитываемой от сепаратрисы $\tilde{H}$. Данное определение предусматривает ряд вводных замечаний. В пространстве переменных $(\bar{\theta}, \rho, \sigma)$ выделяется точка, для которой $\tilde{H} = \tilde{H}(\bar{\theta}_0, \rho_0, \sigma_0) > 0$ ($\bar{\theta}_0, \rho_0, \sigma_0$ — начальные значения переменных). Пусть R — её малая δ -окрестность. В R выделим подмножество ΔR точек, которые захватываются в колебательную область.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Вероятностью по начальным условиям называется вероятность захвата точки M в колебательную область, которая (вероятность) равна (см. [1])

$$\text{Pr}(M) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \lim_{\mu \rightarrow 0} \frac{\text{mes}(\Delta R)}{\text{mes}(R)}, \quad (9)$$

где $\text{mes}(R)$ — объём в пространстве $(\bar{\theta}, \rho, \sigma)$.

Определение вероятности по начальным условиям (9) является формальным. По данному определению нельзя, например, вычислить вероятность захвата в резонанс для конкретных уравнений задачи движения ТТ в атмосфере.

Для оценки вероятности захвата по начальным условиям при движении ТТ в атмосфере могут быть использованы следующие выражения [1]:

$$\begin{aligned} \text{Pr} &= \frac{\oint_C \left(-\frac{d\tilde{H}}{dt} \right) dt}{2\pi |a| + \frac{1}{2} \oint_C \left(-\frac{d\tilde{H}}{dt} \right) dt}, \quad \text{если} \quad \oint_C \left(-\frac{d\tilde{H}}{dt} \right) dt < 2\pi |a| + \frac{1}{2} \oint_C \left(-\frac{d\tilde{H}}{dt} \right) dt; \\ \text{Pr} &= 1, \quad \text{если} \quad \oint_C \left(-\frac{d\tilde{H}}{dt} \right) dt \geq 2\pi |a| + \frac{1}{2} \oint_C \left(-\frac{d\tilde{H}}{dt} \right) dt; \\ \text{Pr} &= 0, \quad \text{если} \quad \oint_C \left(-\frac{d\tilde{H}}{dt} \right) dt \leq 0, \end{aligned} \quad (10)$$

где интегралы берутся по сепаратрисе C ; $\frac{d\tilde{H}}{dt}$ — полная производная энергии «невозмущённого» маятника (8), вычисленная в силу возмущённых уравнений (5)–(7). Величины, стоящие в числителе и знаменателе первого из выражений (10), имеют тот же смысл, что и соответствующие им члены в соотношении (9).

Предположим, что постоянный крутящий момент в «невозмущённом» уравнении маятника (8) является малым: $a(\sigma) = O(\mu)$. Так как производная интеграла энергий по времени также

мала $\frac{dH}{d\tau} = O(\mu)$, то вероятность захвата, согласно первому выражению (10), имеет в этом случае порядок единицы. Таким образом, используя данное допущение можно оценить критические значения параметров асимметрии, при которых вероятность захвата равна единице.

Пусть на фазовом портрете системы $\dot{\theta} = \dot{\theta}(\theta)$ имеется кроме области вращения ещё и колебательная (резонансная) область. Ограничимся рассмотрением случая, когда на периоде колебаний π располагается одна устойчивая точка типа «центр». Фазовый портрет системы разделяется на области сепаратрисой. По аналогии с работой [1] будем считать, что фазовая траектория пересекает сепаратрису с ненулевым углом, а доля начальных значений, при которых фазовая траектория «сливается» с сепаратрисой, асимптотически мала.

Первым интегралом уравнения маятника (8) является интеграл энергий:

$$H = \frac{\rho^2}{2} + P(\sigma, \bar{\theta}), \quad (11)$$

где P — аналог потенциальной энергии системы (5)–(7) при $\mu = 0$:

$$P = -\int \Delta P d\bar{\theta} = \frac{1}{2} c(\sigma) \cos 2\bar{\theta} = \frac{1}{2} c(\sigma) (2 \cos^2 \bar{\theta} - 1), \quad \bar{\theta} = \theta + \theta_2.$$

Вид функции потенциальной энергии определяет фазовый портрет системы (5)–(7) при $\mu = 0$. Данный фазовый портрет содержит на интервале $[0, \pi]$ два типа особых точек: соответствующих минимуму (центр) и максимуму (седло) потенциальной энергии системы, удовлетворяющих условиям:

$$\frac{\partial P}{\partial \bar{\theta}}(\bar{\theta}_{0,1,2}^*) = 0, \quad \frac{\partial^2 P}{\partial \bar{\theta}^2}(\bar{\theta}_0^*) > 0, \quad \frac{\partial^2 P}{\partial \bar{\theta}^2}(\bar{\theta}_{1,2}^*) < 0. \quad (12)$$

где $\bar{\theta}_0^*$ и $\bar{\theta}_{1,2}^*$ — особые точки типа центра и седла.

Полученное выражение для потенциальной энергии позволяет вычислить её величину на сепаратрисе. При $\bar{\theta}_{*1}$ и $\bar{\theta}_{*2}$ равным 0 или π потенциальная энергия на сепаратрисе $P_*(\sigma, \bar{\theta}_{*1,2}) = \frac{c}{2}$. Найдём полную механическую энергию системы (5)–(7) при $\mu = 0$, отсчитываемую от неустойчивого положения равновесия при условии малости крутящего момента $a(\sigma)$:

$$\tilde{H} = \frac{\rho^2}{2} + P(\sigma, \bar{\theta}) - P_*(\sigma, \bar{\theta}_{*1,2}) = \frac{\rho^2}{2} - c \sin^2 \bar{\theta}. \quad (13)$$

Условие равенства нулю функции (13) позволяет найти уравнение сепаратрисы $\rho_C = \rho_C(\bar{\theta})$. При $\tilde{H} = 0$ имеем: $\frac{\rho_C^2}{2} - c \sin^2 \bar{\theta} = 0$. Отсюда находим:

$$\rho_C^\pm = \pm \sqrt{2c} \sin \bar{\theta}. \quad (14)$$

Здесь ρ_C^+ и ρ_C^- — верхняя и нижняя части сепаратрисы.

Для вычисления интеграла $\oint_C \left(-\frac{d\tilde{H}}{d\tau}\right) dt$ найдём производную полной механической энергии $\frac{d\tilde{H}}{d\tau}$. Продифференцируем функцию $\tilde{H}$ в силу возмущенных уравнений (5)–(7). Полная производная энергии $\tilde{H}$ с учётом (6) и (7) будет равна

$$\frac{d\tilde{H}}{d\tau} = \mu a \rho + \mu \frac{dc}{d\tau} \sin^2 \bar{\theta} \mp \mu c d \sin 2\bar{\theta} \sin(\bar{\theta} + \theta_1 - \theta_2) \mp \mu \frac{c}{2} e \sin 4\bar{\theta}. \quad (15)$$

Здесь $c = \frac{2m^A \omega^2 \alpha^2}{I_x(2 - \bar{I}_x)}$, $e = \frac{m^A \omega}{(2 - \bar{I}_x)(1 - \bar{I}_x)^{1/2}}$, $d = \frac{\bar{m}^A \omega(1 - \bar{I}_x)^{1/2}}{\alpha(2 - \bar{I}_x)}$, $\frac{dc}{d\tau} = \frac{\partial c}{\partial \alpha} \frac{d\alpha}{d\tau} + \frac{\partial c}{\partial \omega} \frac{d\omega}{d\tau}$.

Интеграл $\oint_C \left(-\frac{d\tilde{H}}{d\tau}\right) dt$ вычисляется по участкам сепаратрис l_1 и l_2 , показанных на рисунке.

При вычислении интеграла $\oint_C \left(-\frac{d\tilde{H}}{d\tau}\right) dt$ реализуется замена переменных:

$$d\tau = \pm \frac{d\bar{\theta}}{\sqrt{2c} \sin \bar{\theta}},$$

где знак «+» и «-» соответствуют интегрированию по участкам l_1 и l_2 , соответственно.

При интегрировании по участку сепаратрисы l_1 нижний и верхний пределы интегрирования соответственно равны 0 и π . В итоге получим:

$$\oint_{l_1} \left(-\frac{d\tilde{H}}{dt} \right) dt = I_1(\sigma) + I_2(\sigma) + I_3(\sigma), \quad (16)$$

где $I_1(\sigma) = -\mu\pi a$, $I_2(\sigma) = \frac{\mu}{\sqrt{2c}} \int_0^\pi \frac{dc}{d\tau} \sin\bar{\theta} d\bar{\theta}$, $I_3(\sigma) = \pm \frac{\mu c d}{\sqrt{2c}} \int_0^\pi 2 \cos\bar{\theta} \sin(\bar{\theta} + \theta_1 + \theta_2) d\bar{\theta} \pm \frac{\mu\sqrt{c}e}{2\sqrt{2}} \int_0^\pi \frac{\sin 4\bar{\theta}}{\sin\bar{\theta}} d\bar{\theta}$.

Из выражения (15) следует, что интегралы I_2 и I_3 , так же, как и I_1 , берутся в элементарных функциях.

Аналогичным образом находим значение данного интеграла на границе областей G_2 и G_3 . Нижний и верхний пределы интегрирования в этом случае соответственно равны π и 0. В результате выражение для интеграла $\oint_{l_2} \left(-\frac{d\tilde{H}}{dt} \right) dt$ приобретает следующий вид:

$$\oint_{l_2} \left(-\frac{d\tilde{H}}{dt} \right) dt = I_4(\sigma) + I_5(\sigma) + I_6(\sigma), \quad (17)$$

где $I_4(\sigma) = -I_1(\sigma)$, $I_5(\sigma) = I_2(\sigma)$, $I_6(\sigma) = I_3(\sigma)$.

Учитывая (16) и (17), значение интеграла $\oint_C \left(-\frac{d\tilde{H}}{dt} \right) dt$, вычисленного по всей сепаратрисе, примет вид

$$\oint_C \left(-\frac{d\tilde{H}}{dt} \right) dt = 2I_2 + 2I_3. \quad (18)$$

Рассмотрим движение маятника с положительным малым крутящим моментом $a(\sigma)$. По соотношениям (10) оценим вероятность захвата в резонанс для этого случая. Случай отрицательных $a(\sigma)$ рассматривается аналогично.

Пусть крутящий момент $a(\sigma) > 0$, тогда фаза $\bar{\theta}$ на нерезонансных участках движения возрастает. Фазовый портрет в этом случае (с учётом того, что $a(\sigma) = O(\mu) \neq 0$) принимает вид показанный на рисунке.

Вероятность перехода траектории из области вращения G_2 в колебательную область G_3 (вероятность захвата) в этом случае будет равна

$$\Pr(G_2 \rightarrow G_3) = \frac{2I_2 + 2I_3}{\mu\pi a + I_2 + I_3}. \quad (19)$$

При $a(\sigma) > 0$ кроме перехода $G_2 \rightarrow G_3$ возможен также переход $G_2 \rightarrow G_1$ (проход). Вероятность прохода ищется аналогичным образом. Она равна

$$\Pr(G_2 \rightarrow G_1) = \frac{\mu\pi a - I_2 - I_3}{\mu\pi a + I_2 + I_3}. \quad (20)$$

Окончательно, при малых углах атаки α и положительном постоянном крутящем моменте $a(\sigma) > 0$ для вычисления вероятности захвата (10) получаем соотношения

$$\begin{aligned} \Pr &= \frac{2I_2 + 2I_3}{\pi a + I_2 + I_3}, & \text{если } I_2 + I_3 < \pi|a|; \\ \Pr &= 1, & \text{если } I_2 + I_3 \geq \pi|a|; \\ \Pr &= 0, & \text{если } 2I_2 + 2I_3 \leq 0, \end{aligned} \quad (21)$$

где $I_2 + I_3 = \pm \frac{2\pi\sqrt{1-\bar{I}_x}}{\sqrt{\bar{I}_x(2-\bar{I}_x)^{3/2}}} \omega^2 \sqrt{m^\Delta \bar{m}^A} \cos(\theta_1 - \theta_2) + \frac{4\alpha \frac{d\omega}{dt} \sqrt{m^\Delta}}{\sqrt{\bar{I}_x} \sqrt{2-\bar{I}_x}} \left(1 - \frac{2(1-\bar{I}_x)}{(2-\bar{I}_x)^{3/2}} \right)$, $a = \mp \frac{2(1-\bar{I}_x)^{1/2}}{2-\bar{I}_x} \frac{d\omega}{dt}$. Отметим, что $I_2 + I_3$ выражено через углы: $\sin 2\theta_2 = \frac{\bar{\Delta I}}{m^\Delta}$, $\cos 2\theta_2 = -\frac{\bar{I}_{yz}}{m^\Delta}$.

Проанализируем соотношение для определения вероятности (21), полученное для малых углов атаки. Вероятность захвата в этом случае, как и для динамически симметричного ТТ, максимальна тогда, когда производная $\frac{d\omega}{dt}$ минимальна. Из выражения (21) также следует, что величина вероятности захвата при $\cos(\theta_1 - \theta_2) \approx -1$ увеличивается с ростом параметров асимметрии $\sqrt{m^\Delta}$, $\bar{m}^A$. При малых углах α влияние второго слагаемого в выражении $I_2 + I_3$ на величину вероятности захвата Pr не существенно по сравнению с влиянием первого члена, поэтому при анализе (21) в этом случае можно ограничиться рассмотрением лишь первого слагаемого. Из соотношения (21) также следует, что максимум вероятности захвата по параметру $\theta_1 - \theta_2$ наблюдается, в частности, при $\theta_1 - \theta_2 = \pi$ в случае малых начальных значений продольной угловой скорости $\omega_x(0) = O(\mu) > 0$ и малых углов атаки. При асимметрии вида $\theta_1 - \theta_2 = \frac{\pi}{2}$ или $\theta_1 - \theta_2 = \frac{3\pi}{2}$ первое слагаемое в $I_2 + I_3$ равно нулю и вероятность захвата определяется величиной второго. В этом случае вероятность захвата, вычисляемая по (21), будет расти с увеличением угла атаки α и обобщённого параметра асимметрии $\sqrt{m^\Delta}$.

Остановимся подробнее на двух противоположных случаях: случае прохода через резонанс ($\text{Pr} = 0$) и случае гарантированного захвата в резонанс ($\text{Pr} = 1$).

Величину асимметрии, при которой вероятность захвата равна нулю, также можно найти из необходимого условия существования внутренне устойчивого резонанса $P(\sigma, \bar{\theta}) = 0$. В результате получаем уравнение для определения предельных значений m^Δ , при которых появляется сепаратриса (см. рис.):

$$\frac{|a|}{b} = \frac{2\bar{I}_x(1 - \bar{I}_x)^{3/2}}{2 - 3\bar{I}_x} \frac{\left| \frac{d\omega}{dt} \right|}{\omega^2 m^\Delta \alpha^2} = 1. \quad (22)$$

Для оценки величины параметра асимметрии m^Δ необходимо учесть переменные α , ω , $\frac{d\omega}{dt}$ вычисленные на сепаратрисе в виде [2]:

$$\alpha = \alpha_0 \left(\frac{\bar{I}_x^2 \omega_{x0}^2}{4\omega^2 + \bar{I}_x^2 \omega_{x0}^2} \right)^{1/4}, \quad \omega^2 = \omega_{x0}^2 (1 - \bar{I}_x), \quad \text{при} \quad \frac{d\omega}{dt} = \varepsilon \frac{\omega \tilde{\lambda}}{2}, \quad \tilde{\lambda} = \frac{1}{q} \frac{dq}{dt}. \quad (23)$$

Индекс «0» у переменных обозначает их начальные значения. При оценке критических значений параметров асимметрии предлагается учитывать также максимальную величину амплитуды угла атаки α , вычисленную при проходе через резонанс $\Delta\alpha_{\max}$, которая определяет максимальное отклонение амплитуды относительно её нерезонансного значения.

В итоге величина параметра асимметрии m^Δ при вероятности захвата, равной нулю, определяется следующим образом:

$$m^\Delta = \frac{2 - 3\bar{I}_x}{\bar{I}_x(1 - \bar{I}_x)^{3/2}} \frac{\alpha_{\max}^2 \omega}{\tilde{\lambda}}. \quad (24)$$

Здесь $\alpha_{\max} = \alpha + \Delta\alpha_{\max}$, где α вычисляется согласно (23).

Если $\text{Pr} = 1$, то происходит гарантированный захват в резонанс и тогда согласно (21) с учётом приближённого равенства $\omega_x \approx \omega_x^r$ получаем условие гарантированного захвата:

$$\frac{2\pi\sqrt{1 - \bar{I}_x}}{2 - \bar{I}_x} \left| \frac{d\omega}{dt} \right| \leq \pm \frac{2\pi\sqrt{1 - \bar{I}_x}}{\sqrt{\bar{I}_x}(2 - \bar{I}_x)^{3/2}} \omega^2 \sqrt{m^\Delta \bar{m}^A} \cos(\theta_1 - \theta_2) + \frac{4\alpha \frac{d\omega}{dt} \sqrt{m^\Delta}}{\sqrt{\bar{I}_x} \sqrt{2 - \bar{I}_x}} \left(1 - \frac{2(1 - \bar{I}_x)}{(2 - \bar{I}_x)^{3/2}} \right). \quad (25)$$

В условии (25) α , ω , $\frac{d\omega}{dt}$ вычисляются по (23).

В случае, если влияние параметра $\bar{m}^A \cos(\theta_1 - \theta_2)$ существенно больше влияния, которое оказывает изменение скоростного напора q на величину $\frac{d\omega}{dt}$, то условие (25) принимает вид

$$m^\Delta (\bar{m}^A)^2 \cos^2(\theta_1 - \theta_2) \geq \frac{\bar{I}_x(2 - \bar{I}_x)}{\omega_{x0}^2} \left(\frac{d\omega}{dt} \right)^2.$$

Итак, вероятность попадания траектории в резонансную область определяется величиной параметра $\sqrt{m^\Delta \bar{m}^A} \cos(\theta_1 - \theta_2)$, что следует из (21).

Таким образом, для движения динамически несимметричного твердого тела в атмосфере получена оценка вероятности захвата в резонанс и определены параметры асимметрии, приводящие к гарантированному захвату и захвату с нулевой вероятностью.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Нейштадт, А. И.* Прохождение через сепаратрису в резонансной задаче с медленно изменяющимся параметром [Текст] / А. И. Нейштадт // Прикладная математика и механика. — 1975. — Т. 39, № 4. — С. 621–633.
2. *Бобылев, А. В.* Оценка условий захвата в режим резонансного вращения неуправляемого тела при спуске в атмосферу [Текст] / А. В. Бобылев, В. А. Ярошевский // Космические исследования. — 1999. — Т. 37, № 5. — С. 515–523
3. *Белоконов, В. М.* Оценка вероятности захвата в резонансный режим движения космического аппарата при спуске в атмосферу [Текст] / В. М. Белоконов, М. Ю. Заболотнов // Космические исследования. — 2002. — Т. 40, № 5. — С. 1–12.

Самарский государственный аэрокосмический университет
им. ак. С. П. Королева, г. Самара
vlubimov@mail.ru

Поступила 13.02.2006