Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

К. А. Дрозденко, А. П. Котенко, Применение метода динамического программирования в стохастических задачах распределения ресурсов, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2007, выпуск 2(), 184–185

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu556>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.85.73.92

26 апреля 2023 г., 17:17:08

УДК 519.876.2

К. А. Дрозденко, А. П. Котенко

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ В СТОХАСТИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ

Для стохастической задачи распределения ресурсов определены основные зависимости эффективности планирования производства от параметров задачи и разработан программный комплекс. Сформулировано условие оптимальности математического ожидания суммарного эффекта.

Постановка задачи. Рассматривается динамическая система со стохастическими параметрами, состоящая из I процессов, между которыми распределяется ограниченное количество C ресурсов с целью максимизации суммарного эффекта за дискретное время T . Так как задача имеет стохастические условия, то максимизируется математическое ожидание эффекта.

Задачу распределения ресурсов в стохастических условиях с учётом ряда ограничений формулируется следующим образом [1, 2]:

$$\begin{cases} \max m = \max \sum_{i=1}^I m_i, \\ m_i = \sum_{t=1}^T Z_t^* P(Z_t^*), \\ Z_t^*(S_{t-1}) = \max_{X_i} \{f_t(S_{t-1}, X_i) + Z_{t+1}^*(S_t)\}, \\ \sum_{t=1}^T P(Z_t^*) = 1, \\ \sum_{i=1}^I X_i = C, \end{cases}$$

где m — математическое ожидание эффекта (прибыли), подлежащее максимизации; t — дискретный момент времени; m_i — математическое ожидание эффекта при состоянии системы S_t в момент t ; $Z_t^*(S_{t-1})$ — экономический эффект в момент t при состоянии системы S_{t-1} (в предыдущий момент времени); $f_t(S_{t-1}, X_i)$ — эффект перехода системы из состояния S_{t-1} в S_t при управлении X_i ; $P(Z_t^*)$ — вероятность получения эффекта в момент t ; C — общее количество ресурсов.

Исследование. Для решения данной задачи разработан программный комплекс, позволивший исследовать зависимость математического ожидания суммарного эффекта от параметров задачи: шага дискретизации интервала ресурса (числа уровней T дискретизации ресурсов), числа процессов I , числа спектральных точек распределения функций эффекта, вида распределения функций эффекта.

Под функцией эффекта здесь понимается функция прибыли, приносимой i -тым процессом при выделении ему ресурсов.

Анализ влияния вида функций эффектов и распределения стохастических параметров позволил установить общий вид зависимости математического ожидания суммарного эффекта от числа уровней дискретизации ресурса и числа спектральных точек распределения функций эффектов (рис. 1). Для биномиального и геометрического распределения вид графиков сохраняется.

Рис. 1. Зависимости математического ожидания суммарного эффекта (m) от числа уровней дискретизации ресурса (t) и числа спектральных точек равномерного распределения функций эффекта (p): 1 — линейные функции эффекта; 2 — показательные функции эффекта; 3 — логарифмические функции эффекта

Установлено, что число процессов (функций эффектов) не влияет на методику расчёта,

поэтому подробное исследование проводилось только для двух процессов. Важно отметить, что вычислительная сложность данной задачи растёт экспоненциально и не позволяет провести полный анализ при большем числе процессов.

Влияние на результаты расчёта фактически оказывают два параметра: число уровней дискретизации ресурсов p и число спектральных точек распределения функций эффекта t . Влияние данных параметров было исследовано подробно. Зависимости математического ожидания суммарного эффекта от данных параметров представлены на рис. 2.

Рис. 2. Зависимости математического ожидания суммарного эффекта (m) от числа уровней дискретизации ресурса аргумента (t) при различном числе точек спектра функций распределения эффекта (p)

Выводы. На данных, представленных на рис. 2, наблюдается следующая зависимость: параметр p увеличивает значение математического ожидания суммарного эффекта, а t — уменьшает.

Можно сформулировать следующее условие оптимальности расчёта: если t — число уровней дискретизации ресурса, а p — число спектральных точек распределения функций эффекта, то математическое ожидание суммарного эффекта $m = m_{tp}$ достигает своего оптимального значения m^* , когда t и p стремятся к бесконечности: $m_{tp} \xrightarrow{t \rightarrow \infty, p \rightarrow \infty} m^*$. Физический смысл полученного условия заключается в том, что непрерывная модель будет наиболее точно соответствовать действительности.

Тем не менее, на практике всегда рассматривается дискретная модель. При решении данной задачи на ЭВМ возникают значительные трудности, связанные с экспоненциальным ростом числа операций при увеличении значений параметров t и p . Поэтому возникает задача о нахождении максимального отклонения рассчитанного математического ожидания суммарного эффекта от его оптимального значения. Погрешность расчёта измеряется относительной разностью наименьшего и наибольшего возможных расчётных значений. Для всех случаев она не превышает 10%, что говорит о хорошем приближении для данного класса задач.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Юдин, Д. Б. Задачи и методы стохастического программирования [Текст] / Д. Б. Юдин. — М.: Сов. радио, 1979. — 392 с.
2. Светлов, Н. М. Стохастическая постановка задачи динамического программирования и её применение для оптимизации севооборота [Текст] / Н. М. Светлов / Тр. Независимого Аграрно-Экономического Общества России. — М.: МСХА, 2002. — Вып. I: Проблемы формирования аграрного рынка России. — С. 1–3.