Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Ю. А. Макаричев, А. В. Стариков, И. С. Ткаченко, Дискретная математическая модель цифровой системы управления электромагнитным подвесом ротора, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2007, выпуск 2(), 186–188

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu557>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.207.199.55

26 апреля 2023 г., 12:56:26

УДК 621.52

Ю. А. Макаричев, А. В. Стариков, И. С. Ткаченко

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЦИФРОВОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОДВЕСОМ РОТОРА

Рассмотрена дискретная математическая модель цифровой системы управления электромагнитным подвесом ротора. Приведены структурные схемы системы с учётом квантования сигналов по времени. Применён математический аппарат z -преобразований для определения дискретных передаточных функций отдельных элементов и системы управления в целом.

Для исследования цифровых систем широкое распространение получило z -преобразование [1]. Этот математический аппарат учитывает квантование по времени, характерное для цифровых систем. Квантованием по уровню из-за высокой разрядности современных цифровых устройств можно пренебречь.

Одним из возможных вариантов структурного построения системы управления электромагнитным подвесом ротора является применение принципов подчинённого регулирования координат [2]. Структурная схема одного канала такой цифровой системы управления электромагнитным подвесом ротора с учётом импульсного характера передачи сигналов представлена на рис. 1. Здесь ИЭ1 — импульсный элемент первого рода, который непрерывную функцию времени превращает в решетчатую. ИЭ2 — идеальный импульсный элемент второго рода, преобразующий дискретную последовательность $N_0[n]$ в последовательность δ -функций $N^*[n]$, т. е. последовательность бесконечных по высоте и бесконечно коротких импульсов. Экстраполятор Э превращает эти импульсы в постоянные в течение такта значения $N(t)$, которые воздействуют на объект управления. Передаточную функцию объекта управления (процесса перемещения ротора в поле электромагнитов) без учёта положительной обратной связи по перемещению можно представить в виде [3]:

$$W_{\text{ОУ}}(p) = \frac{k_{\text{ШИМ}} U}{k_E \left[\frac{mU}{k_E k_{\text{ЭМ}}} T_{\text{Э}} p^2 + \frac{mU}{k_E k_{\text{ЭМ}}} p + 1 \right] p},$$

где $k_{\text{ШИМ}}$ — коэффициент передачи широтно-импульсного модулятора; U — опорное напряжение широтно-импульсной модуляции; $T_{\text{Э}} = \frac{L}{R}$ — электромагнитная постоянная времени обмоток электромагнитов; L — индуктивность, а R — активное сопротивление обмоток электромагнитов; $k_{\text{ЭМ}}$ — коэффициент передачи, связывающий приращение силы притяжения магнитов с изменением соотношения токов в их обмотках; m — масса ротора, приходящаяся на один радиальный электромагнитный подшипник; k_E — коэффициент, связывающий наводимую в обмотках электромагнитов э.д.с. со скоростью перемещения ротора в магнитном поле.

Введение в структурную схему идеального импульсного элемента второго рода сделано с целью формального изображения экстраполятора в виде динамического звена с передаточной функцией $W_{\text{Э}}(p)$. Цифровое управляющее устройство представлено дискретными передаточными функциями регуляторов $W_{\text{РП}}(z)$, $W_{\text{РС}}(z)$, сравнивающими устройствами и передаточной функцией обратной связи по скорости $W_{\text{ОСС}}(z)$.

При переходе к z -изображениям структурная схема одного канала системы управления

Рис. 1. Структурная схема одного канала цифровой системы управления электромагнитным подвесом ротора с учётом импульсного характера передачи воздействий

Рис. 2. Структурная схема одного канала цифровой системы управления электромагнитным подвесом ротора с учётом дискретных передаточных функций

электромагнитного подвеса ротора принимает вид, представленный на рис. 2.

Дискретная передаточная функция регулятора скорости, производящего вычисление производной сигнала рассогласования как первой обратной разности, а интеграла — как полной суммы, имеет следующий вид:

$$W_{PC}(z) = \frac{T_D(z-1)}{Tz} + k_{\Pi} + \frac{Tz}{T_I(z-1)} = \frac{z^2 - \frac{2T_D T_I + k_{\Pi} T T_I}{T_D T_I + k_{\Pi} T T_I + T^2} z + \frac{T_D T_I}{T_D T_I + k_{\Pi} T T_I + T^2}}{\frac{T T_I}{T_D T_I + k_{\Pi} T T_I + T^2} z(z-1)},$$

где T — период квантования (период дискретизации); $z = e^{pT}$; $T_D = \frac{mUT_{\Sigma}}{2k_1 T_{\mu}}$; $k_{\Pi} = \frac{mU}{2k_1 T_{\mu}}$; $T_I = 2k_1 T_{\mu}$, с учётом того, что апериодическая составляющая в регуляторе не вычисляется, а её роль выполняет динамическая модель процесса квантования по времени $T_{\mu} = \frac{T}{2}$.

Дискретная передаточная функция регулятора положения записывается в виде:

$$W_{RP}(z) = k_{RP} = \frac{k_{OCC}}{4T_{\mu}} = \frac{k_{OCC}}{2T}. \quad (1)$$

Дискретная передаточная функция непрерывной части системы (объекта управления) с учётом экстраполятора нулевого порядка имеет следующий вид:

$$W_0(z) = Z \{ W_{\Sigma}(p) W_{MY}(p) \} = \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{W_{OY}(p)}{p} \right\}.$$

Разлагая выражение $\frac{W_{OY}(p)}{p}$ на элементарные дроби и переходя от изображений Лапласа к z -преобразованиям, получим дискретную передаточную функцию объекта управления с учётом экстраполятора нулевого порядка вида

$$W_0(z) = \frac{k_{OY} H(z)}{(z-1)(z^2 - 2zd \cos \beta T + d^2)}, \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} H(z) &= az^2 + bz + c; \quad a = T - 2\xi T_1 + 2\xi T_1 d \cos \beta T - \frac{1-2\xi^2}{\beta} d \sin \beta T; \quad d = e^{-\xi \frac{T}{T_1}}; \\ b &= 2\xi T_1 (1-d^2) + \frac{2(1-2\xi^2)}{\beta} d \sin \beta T - 2Td \cos \beta T; \quad \beta = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T_1}; \quad T_1 = \sqrt{\frac{mU}{k_E k_{\Sigma M} T_{\Sigma}}}; \\ c &= d^2 (T + 2\xi T_1) - \frac{1-2\xi^2}{\beta} d \sin \beta T - 2\xi T_1 d \cos \beta T d = e^{-\xi \frac{T}{T_1}}; \quad \xi = \frac{1}{2\sqrt{\frac{k_E k_{\Sigma M} T_{\Sigma}}{mU}}}. \end{aligned}$$

Регулятор скорости предназначен для компенсации полюсов передаточной функции (2), вызванных комплексно-сопряжёнными корнями, поэтому примем

$$z^2 - \frac{2T_d T_{II} + k_{II} T T_{II}}{T_d T_{II} + k_{II} T T_{II} + T^2} z + \frac{T_d T_{II}}{T_d T_{II} + k_{II} T T_{II} + T^2} = z^2 - 2zd \cos \beta T + d^2.$$

С учётом (2) дискретная передаточная функция замкнутого контура скорости запишется так:

$$W_{3C}(z) = \frac{k_2 z H(z)}{T^2 k_{OCC} k_{ДП} (z-1) [z^3 - z^2 + k_2 H(z)]},$$

где $k_2 = T_d T_{II} + k_{II} T T_{II} + T^2$.

Дискретная передаточная функция системы управления электромагнитного подшипника по отношению к задающему воздействию $x(z)$ с учётом выражения (1) имеет вид

$$W(z) = \frac{x(z)}{x(z)} = \frac{b_1 z^3 + b_2 z^2 + b_3 z}{a_0 z^4 + a_1 z^3 + a_2 z^2 + a_3 z + a_4}, \quad (3)$$

где $a_0 = 1$; $a_1 = -\left(2 - \frac{3k_2 a}{2T^3}\right)$; $a_2 = 1 + \frac{k_2(3b-2a)}{2T^3}$; $a_3 = -\frac{k_2(2b-3c)}{2T^3}$; $a_4 = -\frac{k_2 c}{T^3}$; $b_1 = \frac{k_2 a}{2k_{ДП} T^3}$; $b_2 = \frac{k_2 b}{2k_{ДП} T^3}$; $b_3 = \frac{k_2 c}{2k_{ДП} T^3}$.

Дискретная передаточная функция (3) позволяет исследовать устойчивость цифровой системы управления радиального электромагнитного подшипника, а также её динамические характеристики по отношению к управляющему воздействию.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Микропроцессорные системы автоматического управления [Текст] / В. А. Бесекерский, Н. Б. Ефимов, С. И. Зигатдинов и др.; под общ. ред. В. А. Бесекерского. — Л.: Машиностроение, 1988. — 365 с. — ISBN 5-217-00176-3.
2. Рапопорт, Э. Я. Системы подчинённого регулирования электроприводов постоянного тока [Текст] / Э. Я. Рапопорт. — Куйбышев: КПИ, 1985. — 56 с.
3. Макаричев, Ю. А. Математическая модель радиального электромагнитного подшипника как объекта управления [Текст] / Ю. А. Макаричев, Ал.-р. В. Стариков, Ал.-й. В. Стариков / Электротехнические системы и комплексы: Межвуз. сб. науч. тр. — Магнитогорск: МГТУ, 1998. — С. 80–86.