Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Ю. И. Кадашевич, А. М. Пейсахов, С. П. Помыткин, Расширенный вариант теории неупругости, учитывающей микроразрушения, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2008, выпуск 1(), 33–35

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu569>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.209.52.79

26 апреля 2023 г., 14:31:53

УДК 539.374

Ю. И. Кадашевич, А. М. Пейсахов, С. П. Помыткин

РАСШИРЕННЫЙ ВАРИАНТ ТЕОРИИ НЕУПРУГОСТИ, УЧИТЫВАЮЩЕЙ МИКРОРАЗРУШЕНИЯ

В рамках структурной модели среды в развитие идей В. В. Новожилова излагается взгляд авторов на проблему использования концепции «микроразрушений» в теории пластического течения.

В работах [1, 2] была предложена новая теория неупругости, учитывающая микроразрушения. Теория принадлежала к классу структурных моделей среды. В недавно опубликованной статье [3] тоже был представлен вариант теории пластичности, учитывающей микроразрушения (для одномерного случая). В [3] не содержатся какие-либо ссылки на работы [1, 2], хотя в перечисленных публикациях имеется ряд общих черт. Во избежание неверной трактовки предложений [1, 2] здесь представляются некоторые разъяснения основных положений, опубликованных в [1, 2]. Опубликованные варианты теории [1, 2] имели следующий вид:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{ij}^{(1)} &= \rho_1 \frac{d\sigma_{ij}^{f_1}}{d\mu_1} + \frac{\sigma_{ij}^{f_1}}{m_1}, & \sigma_{ij} &= 2G_1 \varepsilon_{ij}^{(1)} - \sigma_{ij}^{f_1}, \\
 \sigma_{ij} &= \tau \frac{d\varepsilon_{ij}^H}{d\lambda} + q_1 \varepsilon_{ij}^H, & \varepsilon_{ij}^{(2)} &= \frac{\sigma_{ij}}{2G_2} + \varepsilon_{ij}^H, \\
 \rho_1 &= \Psi_1(\rho_1^0, \dot{\sigma}_i^{f_1}), & \tau &= \Psi_2(\tau_0, \dot{\varepsilon}_i^H), \\
 \dot{\sigma}_i^{f_1} &= \sqrt{\frac{d\sigma_{ij}^{f_1}}{dt} : \frac{d\sigma_{ij}^{f_1}}{dt}}, & \dot{\varepsilon}_i^H &= \sqrt{\frac{d\varepsilon_{ij}^H}{dt} : \frac{d\varepsilon_{ij}^H}{dt}}, \\
 d\mu_1 &= \sqrt{d\sigma_{ij}^{f_1} : d\sigma_{ij}^{f_1}}, & d\lambda &= \sqrt{d\varepsilon_{ij}^H : d\varepsilon_{ij}^H}, \\
 \langle \varepsilon_{ij}^H \rangle &= \int_0^\infty \int_0^\infty \varepsilon_{ij}^H d\Phi_1(\rho_1^0) d\Phi_2(\tau_0), & \langle \sigma_{ij} \rangle &= \int_0^\infty \int_0^\infty \sigma_{ij} d\Phi_1(\rho_1^0) d\Phi_2(\tau_0), \\
 \varepsilon_{ij}^{(1)} + \varepsilon_{ij}^{(2)} &= \langle \varepsilon_{ij} \rangle.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Теория (1) содержит одну локальную поверхность текучести с радиусом τ и одну локальную поверхность микроразрушения с радиусом ρ ; $\varepsilon_{ij}^{(1)}$ — девиатор деформации, отвечающий значению ρ , при котором произошёл разрыв упругих связей. При достижении девиатором напряжений $\sigma_{ij}^{f_1}$ величины $2G_1 \varepsilon_{ij}^{(1)}$ происходит локальный разрыв упругих связей и $\sigma_{ij} = 0$. Таким образом, в теории (1) фактически и учитывается хрупкий разрыв упругих связей. $\Phi_1(\rho_1^0)$ и $\Phi_2(\tau_0)$ — независимые друг от друга интегральные функции распределения пределов разрушения и текучести. В основе теории (1) лежала (в одномерном случае) локальная модель [4], приведённая на рис. 1.

А. Ю. Ишлинский [5] предложил называть разрыв внешних пружин (k_1) — хрупким разрушением материала, а разрыв внутренних пружин (k_2) — вязким разрушением. В [6] также подчёркивалось, что разрушение материала, несомненно, связано с микронапряжениями s_{ij} (то есть с разрывом внутренних пружин). В [2] хотя и указывалась возможность разрыва внутренних элементов моделей, но соответствующие определяющие соотношения приведены не были. Ясно, что обобщённые определяющие уравнения теории будут иметь существенно более сложный вид.

Учитывая, что формулировка общего критерия прочности конструкционных материалов должна включать все возможные случаи развития деформации, приведём определяющие соотношения теории, которые содержат две локальные поверхности разрушения — поверхности хрупкого и вязкого разрушения. Предположим, что кроме поверхности разрушения, связанной с упругими деформациями, существует поверхность разрушения, связанная с неупругими деформациями. Тогда

Рис. 1

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{ij}^{(H)} &= \rho_2 \frac{d\sigma_{ij}^{f_2}}{d\mu_2} + \frac{\sigma_{ij}^{f_2}}{m_2}, & s_{ij} &= 2G_2 \varepsilon_{ij}^{(H)} - \sigma_{ij}^{f_2}, \\
d\mu_2 &= \sqrt{d\sigma_{ij}^{f_2} : d\sigma_{ij}^{f_2}}, & \rho_2 &= \Psi_2(\rho_2^0, \dot{\sigma}_i^{f_2}), \\
\dot{\sigma}_i^{f_2} &= \sqrt{\frac{d\sigma_{ij}^{f_2}}{dt} : \frac{d\sigma_{ij}^{f_2}}{dt}}.
\end{aligned} \tag{2}$$

Соотношения (1) и (2) должны быть в общем случае дополнены условиями осреднения по параметрам ρ_1, ρ_2, τ , считая, что независимые интегральные функции распределения величин ρ_1, ρ_2, τ известны.

Возможны различные случаи взаимосвязи локальных элементов теории при активном нагружении. Выделим три главных случая и проиллюстрируем их в одномерном случае с использованием динамических моделей [4].

I случай (рис. 2 а):

$$\begin{aligned}
k_0 &= E_1, & \text{если } \varepsilon &\leq \rho_1; \\
k_0 &= E_1 - m_1 + \frac{m_1 \rho_1}{\varepsilon}, & \text{если } \varepsilon &\geq \rho_1.
\end{aligned}$$

II случай (рис. 2 б):

$$\begin{aligned}
k_0 &= E_1; \\
k_1 &= E_2 - m_2 + \frac{m_2 \rho_2}{\varepsilon^H}, & \text{если } \varepsilon^H &\geq \rho_2.
\end{aligned}$$

III случай (рис. 2 в):

$$\begin{aligned}
k_0 &= E_1 - m_1 + \frac{m_1 \rho_1}{\varepsilon}, & \text{если } \varepsilon &\geq \rho_1; \\
k_1 &= E_2 - m_2 + \frac{m_2 \rho_2}{\varepsilon^H}, & \text{если } \varepsilon^H &\geq \rho_2.
\end{aligned}$$

Отметим, что модель I впервые была приведена в работе [7].

Наличие двух поверхностей разрушения позволяет значительно расширить возможности описания диаграмм связи напряжений и деформаций при простом и сложном нагружениях.

В работе [1] приведён типичный пример (рис. 3) поведения разупрочняющегося материала, когда имеется один ниспадающий участок кривой $\sigma \sim \varepsilon$.

При наличии двух поверхностей не представляет труда описать кривую с двумя ниспадающими участками (рис. 4).

Рис. 2

Рис. 3

Рис. 4

ЗАМЕЧАНИЕ 1. Можно увеличить число случайных параметров в теории, добавив к ρ_1 , ρ_2 и τ коэффициенты k_1 , k_2 и G_1 , но такое расширение теории на данном этапе нецелесообразно, ввиду малого числа экспериментальных данных.

ЗАМЕЧАНИЕ 2. Все рисунки в статье имеют качественный характер.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Кадашев, Ю. И.* Теория пластичности и ползучести, учитывающая микроразрушения [Текст] / Ю. И. Кадашев // Докл. АН СССР. — 1982. — Т. 266, № 6. — С. 79–87.
2. *Новожилов, В. В.* Микронапряжения в конструкционных материалах [Текст] / В. В. Новожилов, Ю. И. Кадашев. — Л.: Машиностроение, 1990. — 224 с.
3. *Стружанов, В. В.* Модификационная модель Мазинга [Текст] / В. В. Стружанов, Вяч. В. Башуров // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. — 2007. — №1 (14). — С. 20–39. — ISSN 1991–8615.
4. *Кадашев, Ю. И.* Теория пластичности, учитывающая остаточные микронапряжения [Текст] / Ю. И. Кадашев, В. В. Новожилов // Прикладная математика и механика. — 1958. — Т. 22, Вып. 1. — С. 78–89.
5. *Ишлинский, А. Ю.* Разрушение не вполне упругих материалов [Текст] / А. Ю. Ишлинский // Учёные записки МГУ. Механика. — 1946. — Т. 1, Вып. 117. — С. 90–108.
6. *Кадашев, Ю. И.* Разрыхление и перспективы построения критерия прочности при сложном нагружении с учётом ползучести [Текст] / Ю. И. Кадашев, В. В. Новожилов, О. Г. Рыбакина // Извест. АН СССР. Механика твёрдого тела. — 1986. — № 5. — С. 108–114.
7. *Кадашев, Ю. И.* О построении критерия прочности при сложном нагружении: материалы конференции [Текст] / Ю. И. Кадашев, А. М. Пейсахов, С. П. Помяткин / Актуальные проблемы прочности: Тр. 46-ой междунаро. конф. (Витебск, 15–17 октября 2007 г.). — Витебск, 2007. — Ч. I. — С. 92–94.

Санкт-Петербургский государственный технологический университет
растительных полимеров, г. Санкт-Петербург
sppom@yandex.ru

Поступила 17.01.2008

Yu. I. Kadashevich, A. M. Peysakhov, S. P. Pomytkin

EXTENDED VARIANT OF NONELASTIC THEORY ACCOUNTING FOR THE MICROFRACTURES

The viewpoint to the application of microfractures in incremental theory of plasticity is presented. The ideas of Novozhilov are developed in the frameworks of structural model of solids.

St. Petersburg State Technological University of Plant Polymers,
St. Petersburg, Russia
sppom@yandex.ru

Received 17.01.2008