Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Н. Н. Попов, С. А. Забелин, Решение пространственной нелинейной задачи ползучести для среды со случайными реологическими характеристиками, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2008, выпуск 1(), 79–84

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu576>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.80.181.102

26 апреля 2023 г., 14:25:23

УДК 539.376

Н. Н. Попов, С. А. Забелин

РЕШЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧИ ПОЛЗУЧЕСТИ ДЛЯ СРЕДЫ СО СЛУЧАЙНЫМИ РЕОЛОГИЧЕСКИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

На основе линеаризации определяющего уравнения ползучести и применения метода спектральных представлений получено решение пространственной задачи о напряжённо-деформированном состоянии стохастически неоднородной среды. Определяющее уравнение ползучести, взятое в виде степенной функции от интенсивности напряжений, сформулировано в стохастической форме. Проведён статистический анализ случайных полей напряжений и скоростей деформаций.

Аналитические методы решения стохастических задач достаточно хорошо разработаны только для линейно упругих сред [1]. В условиях ползучести разработка аналитических методов решения стохастических краевых задач сталкивается с серьезными трудностями, основными из которых являются физическая и статистическая нелинейности определяющих уравнений. Отмеченные сложности приводят к тому, что аналитические решения стохастических краевых задач ползучести получены лишь для одномерных и плоских задач, на основе линеаризации по методу малого параметра [2–5].

В данной работе приводится решение пространственной задачи о нелинейной ползучести стохастически неоднородной среды, при этом упругие деформации считаются малыми и ими допустимо пренебречь. Частный случай этой задачи, когда пространство растягивалось вдоль осей x_1 и x_2 одинаковыми напряжениями, рассматривался в работе [6].

Пусть компоненты тензора напряжений σ_{ij} удовлетворяют уравнениям равновесия

$$\sigma_{ij,j} = 0 \quad (i, j = 1, 2, 3), \quad (1)$$

а компоненты тензора скоростей деформаций $\dot{p}_{ij}$ — условиям совместности:

$$\Lambda_{ijk}\Lambda_{lmn}\dot{p}_{km,jn} = 0, \quad (2)$$

где Λ_{ijk} — единичный антисимметричный псевдотензор. По повторяющимся индексам производится суммирование от 1 до 3.

Уравнения (1) и (2) замыкаются определяющим соотношением, которое принимается в соответствии с нелинейной теорией вязкого течения в стохастической форме [6]

$$\dot{p}_{ij} = cs^{n-1} \left(\sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{kk} \right) (1 + \alpha U(x_1, x_2, x_3)), \quad (3)$$

где $s^2 = \frac{1}{2}(3\sigma_{ij}\sigma_{ij} - \sigma_{ii}\sigma_{jj})$ — интенсивность напряжений; δ_{ij} — символ Кронекера; c, n — постоянные материала. С помощью случайной однородной функции $U(x_1, x_2, x_3)$, статистические характеристики которой известны ($\langle U \rangle = 0$, $\langle U^2 \rangle = 1$), описываются возмущения реологических свойств материала, а число α ($0 < \alpha < 1$) играет роль коэффициента вариации этих свойств.

Соотношения (1)–(3) задают стохастическую задачу ползучести, которую будем решать приближенно на основе метода линеаризации относительно напряжений σ_{ij} .

Пусть компоненты тензоров напряжений и деформаций представлены в виде суммы детерминированного слагаемого и флуктуации:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= \sigma_{ij}^0 + \sigma_{ij}^*, & \langle \sigma_{ij} \rangle &= \sigma_{ij}^0, & \langle \sigma_{ij}^* \rangle &= 0, \\ p_{ij} &= p_{ij}^0 + p_{ij}^*, & \langle p_{ij} \rangle &= p_{ij}^0, & \langle p_{ij}^* \rangle &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

В дальнейшем, для упрощения задачи, предполагается, что детерминированные составляющие касательных напряжений $\sigma_{12}^0, \sigma_{13}^0$ и σ_{23}^0 равны нулю, а составляющие нормальных напряжений $\sigma_{11}^0, \sigma_{22}^0$ и σ_{33}^0 являются постоянными.

Статистическая линеаризация соотношения (3) относительно флуктуаций σ_{ij}^* выполняется с учётом возможности пренебрегать произведениями вида $\sigma_{ij}^* \sigma_{kl}^*, \alpha U \sigma_{ij}^*$. С целью физической линеаризации функция s^{n-1} разлагается в степенной ряд, и в этом разложении учитываются только линейные члены:

$$s^{n-1} = (s_0^2 + s_*)^{\frac{n-1}{2}} \approx s_0^{n-1} + \frac{n-1}{2} s_0^{n-3} s_*, \quad (5)$$

где $s_0^2 = \sigma_{11}^{02} + \sigma_{22}^{02} + \sigma_{33}^{02} - \sigma_{11}^0 \sigma_{22}^0 - \sigma_{11}^0 \sigma_{33}^0 - \sigma_{22}^0 \sigma_{33}^0$, $s^* = \sigma_{11}^* l_1 + \sigma_{22}^* l_2 + \sigma_{33}^* l_3$, $l_\beta = 3\sigma_{\beta\beta}^0 - \sigma_{ii}^0$ (по греческому индексу β здесь и в дальнейшем суммирование не производится).

В итоге флуктуации тензора скоростей деформаций $\dot{p}_{ij}^*$ согласно (3)–(5) имеют вид

$$\dot{p}_{\beta\beta}^* = \frac{1}{3} c s_0^{n-1} (3\sigma_{\beta\beta}^* - \sigma_{ii}^* + k l_\beta s^* + \alpha U l_\beta), \quad \dot{p}_{\beta\nu}^* = c s_0^{n-1} \sigma_{\beta\nu}^* \quad (\beta \neq \nu), \quad (6)$$

где $k = \frac{n-1}{2s_0^2}$.

Если в уравнения совместности для флуктуаций скоростей деформаций

$$\Lambda_{ijk} \Lambda_{lmn} \dot{p}_{km,jn}^* = 0$$

подставить соотношения (6), то можно получить систему линейных дифференциальных уравнений в частных производных относительно флуктуаций σ_{ij}^* :

$$\begin{aligned} \sigma_{11,12}^* (-1 + k l_1 l_3) + \sigma_{22,12}^* (-1 + k l_2 l_3) + \sigma_{33,12}^* (2 + k l_3^2) + \alpha U_{,12} l_3 &= 3(\sigma_{13,23}^* + \sigma_{23,13}^* - \sigma_{12,33}^*), \\ \sigma_{11,13}^* (-1 + k l_1 l_2) + \sigma_{22,13}^* (2 + k l_2^2) + \sigma_{33,13}^* (-1 + k l_2 l_3) + \alpha U_{,13} l_2 &= 3(\sigma_{23,12}^* + \sigma_{12,23}^* - \sigma_{13,22}^*), \\ \sigma_{11,23}^* (2 + k l_1^2) + \sigma_{22,23}^* (-1 + k l_1 l_2) + \sigma_{33,23}^* (-1 + k l_1 l_3) + \alpha U_{,23} l_1 &= 3(\sigma_{12,13}^* + \sigma_{13,12}^* - \sigma_{23,11}^*). \end{aligned} \quad (7)$$

К этой системе необходимо добавить уравнения равновесия для флуктуаций напряжений

$$\sigma_{ij,j}^* = 0. \quad (8)$$

Пусть функция $U(x_1, x_2, x_3)$, с помощью которой задаётся случайное поле возмущений реологических свойств материала, является однородной и изотропной. Тогда она допускает спектральное представление в виде интеграла Фурье—Стилтьеса [7]:

$$U(x_1, x_2, x_3) = \int \int \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega_k x_k} d\varphi(\omega_1, \omega_2, \omega_3), \quad (9)$$

причём для случайного дифференциала $d\varphi(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ выполняется условие стохастической ортогональности:

$$\langle d\varphi(\omega_1, \omega_2, \omega_3) \overline{d\varphi(\omega'_1, \omega'_2, \omega'_3)} \rangle = S_U(\omega_1, \omega_2, \omega_3) \delta(\omega_1 - \omega'_1) \delta(\omega_2 - \omega'_2) \delta(\omega_3 - \omega'_3) d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3 d\omega'_1 d\omega'_2 d\omega'_3,$$

где $S_U(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ — спектральная плотность поля $U(x_1, x_2, x_3)$, $\delta(x)$ — дельта-функция Дирака, черта означает комплексное сопряжение.

При быстро изменяющемся случайном поле микронеоднородностей $U(x_1, x_2, x_3)$ решение линеаризованной задачи (7), (8) также будет однородным, и его можно искать в виде

$$\sigma_{mn}^* = \int \int \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega_k x_k} \beta_{mn}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) d\varphi(\omega_1, \omega_2, \omega_3), \quad (10)$$

где $\beta_{mn}(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ — неизвестные весовые функции, которые можно вычислить из системы линейных уравнений, которая получается подстановкой представлений (9), (10) в соотношения (7), (8):

$$\begin{aligned} \omega_1 \beta_{11} + \omega_2 \beta_{12} + \omega_3 \beta_{13} &= 0, & \omega_1 \beta_{12} + \omega_2 \beta_{22} + \omega_3 \beta_{23} &= 0, & \omega_1 \beta_{13} + \omega_2 \beta_{23} + \omega_3 \beta_{33} &= 0, \\ \omega_1 \omega_2 [(-1 + k l_1 l_3) \beta_{11} + (-1 + k l_2 l_3) \beta_{22} + (2 + k l_3^2) \beta_{33}] - & & & & & \\ & - 3\omega_3 (\omega_2 \beta_{13} + \omega_1 \beta_{23} - \omega_3 \beta_{12}) & & & & = -\omega_1 \omega_2 \alpha l_3, \\ \omega_1 \omega_3 [(-1 + k l_1 l_2) \beta_{11} + (2 + k l_2^2) \beta_{22} + (-1 + k l_2 l_3) \beta_{33}] - & & & & & \\ & - 3\omega_2 (\omega_1 \beta_{23} + \omega_3 \beta_{12} - \omega_2 \beta_{13}) & & & & = -\omega_1 \omega_3 \alpha l_2, \\ \omega_2 \omega_3 [(2 + k l_1^2) \beta_{11} + (-1 + k l_1 l_2) \beta_{22} + (-1 + k l_1 l_3) \beta_{33}] - & & & & & \\ & - 3\omega_1 (\omega_3 \beta_{12} + \omega_2 \beta_{13} - \omega_1 \beta_{23}) & & & & = -\omega_2 \omega_3 \alpha l_1. \end{aligned} \quad (11)$$

Решая систему (11), можно получить

$$\begin{aligned}
 \beta_{11} &= -\frac{\alpha \left(2l_1(\omega_2^2 + \omega_3^2)^2 + l_2(\omega_3^2\omega^2 + 2\omega_1^2\omega_2^2) + l_3(\omega_2^2\omega^2 + 2\omega_1^2\omega_3^2) \right)}{\Delta}, \\
 \beta_{22} &= -\frac{\alpha(l_1(\omega_3^2\omega^2 + 2\omega_1^2\omega_2^2) + 2l_2(\omega_1^2 + \omega_3^2)^2 + l_3(\omega_1^2\omega^2 + 2\omega_2^2\omega_3^2))}{\Delta}, \\
 \beta_{33} &= -\frac{\alpha(l_1(\omega_2^2\omega^2 + 2\omega_1^2\omega_3^2) + l_2(\omega_1^2\omega^2 + 2\omega_2^2\omega_3^2) + 2l_3(\omega_1^2 + \omega_2^2)^2)}{\Delta}, \\
 \beta_{12} &= \frac{\alpha\omega_1\omega_2(2l_1(\omega_2^2 + \omega_3^2) + 2l_2(\omega_1^2 + \omega_3^2) + l_3(\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2))}{\Delta}, \\
 \beta_{13} &= \frac{\alpha\omega_1\omega_3(2l_1(\omega_2^2 + \omega_3^2) + l_2(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2) + 2l_3(\omega_1^2 + \omega_2^2))}{\Delta}, \\
 \beta_{23} &= \frac{\alpha\omega_2\omega_3(l_1(-\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2) + 2l_2(\omega_1^2 + \omega_3^2) + 2l_3(\omega_1^2 + \omega_2^2))}{\Delta},
 \end{aligned} \tag{12}$$

где

$$\begin{aligned}
 \Delta &= 3\omega^4 + \frac{n-1}{s_0^2} \left[l_1^2(\omega_2^2 + \omega_3^2)^2 + l_2^2(\omega_1^2 + \omega_3^2) + l_3^2(\omega_1^2 + \omega_2^2)^2 + \right. \\
 &\quad \left. + l_1l_2(\omega_3^2\omega^2 + 2\omega_1^2\omega_2^2) + l_1l_3(\omega_2^2\omega^2 + 2\omega_1^2\omega_3^2) + l_2l_3(\omega_1^2\omega^2 + 2\omega_2^2\omega_3^2) \right], \quad \omega^2 = \omega_i\omega_i.
 \end{aligned}$$

Таким образом, формулы (10), (12) задают точное решение линеаризованной задачи (7), (8).

Важнейшими характеристиками случайного поля напряжений являются его одноточечные моменты второго порядка:

$$D_{ijkl} = \langle \sigma_{ij}^* \bar{\sigma}_{kl}^* \rangle. \tag{13}$$

Как известно, формула (13) при $i = k, j = l$ задает дисперсию случайной функции σ_{ij}^* , а при $i \neq k, j \neq l$ — корреляционный момент связи между функциями σ_{ij}^* и σ_{kl}^* . При помощи формул (10), (13) можно получить следующее выражение для моментов второго порядка:

$$D_{ijkl} = \iiint_{-\infty}^{\infty} S_U(\omega_1, \omega_2, \omega_3) \beta_{ij}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) \overline{\beta_{kl}(\omega_1, \omega_2, \omega_3)} d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3. \tag{14}$$

Спектральная плотность S_U изотропного скалярного поля U зависит только от модуля волнового вектора $\omega = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2}$, а для дисперсии имеет место соотношение [7]:

$$D_U = 4\pi \int_0^{\infty} S(\omega) \omega^2 d\omega = 1. \tag{15}$$

Интеграл (14) после перехода к сферическим координатам

$$\omega_1 = \omega \sin \varphi \cos \theta, \quad \omega_2 = \omega \sin \varphi \sin \theta, \quad \omega_3 = \omega \cos \varphi$$

с учётом (15) приводится к виду

$$D_{ijkl} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} R_{ijkl}(\varphi, \theta) d\varphi d\theta,$$

где R_{ijkl} — известная рациональная функция переменных $\sin \varphi, \cos \varphi, \sin \theta, \cos \theta$.

Моменты второго порядка случайного поля напряжений зависят от коэффициента вариации реологических свойств материала α , показателя нелинейности n и компонент девиатора детерминированных напряжений $l_1/3$, $l_2/3$. Третья компонента $l_3/3$ девиатора и интенсивность напряжений s_0 , входящие в (12), могут быть выражены через l_1 и l_2 :

$$l_3 = -(l_1 + l_2), \quad s_0^2 = \frac{l_1^2 + l_2^2 + l_1 l_2}{3}.$$

На рисунке представлены результаты численного вычисления дисперсий нормальных напряжений при $n = 4$ (на рисунке цифры без штрихов) и $n = 8$ (цифры со штрихами):

$$D_{1111}^0 = \frac{D_{1111}}{\alpha s_0^2}, \quad D_{2222}^0 = \frac{D_{2222}}{\alpha s_0^2}, \quad D_{3333}^0 = \frac{D_{3333}}{\alpha s_0^2}$$

в виде графиков в зависимости от отношения $l = l_1/l_2$.

График функции D_{2222}^0 симметричен относительно прямой $l = -\frac{1}{2}$, а для двух других дисперсий имеет место соотношение

$$D_{1111}^0(l) = D_{3333}^0(-l - 1).$$

Дисперсии имеют экстремумы: D_{1111}^0 в точке $l = 0$ (max), D_{3333}^0 в точке $l = -1$ (min) и D_{2222}^0 при $l = -\frac{1}{2}$ (max). По мере удаления от точек экстремума они достаточно быстро приближаются к своим асимптотическим значениям, при этом

$$\begin{aligned} D_{1111}^0(\infty) &= D_{3333}^0(\infty) = D_{2222}^0(0), \\ D_{2222}^0(\infty) &= D_{1111}^0(0) = D_{3333}^0(-1). \end{aligned}$$

В табл. 1 представлены значения величины $\sqrt{D_{2222}}/s_0$ (в процентах), характеризующей разброс напряжений в зависимости от переменных α и n в точке максимума $l = -\frac{1}{2}$.

Как видно из табл. 1, для материалов с высоким показателем нелинейности ($n = 9$) величина $\sqrt{D_{2222}}/s_0$ находится в пределах от 0,831% ($\alpha = 0,1$) до 4,153% ($\alpha = 0,5$). В случае низких показателей нелинейности, когда возможна полная линеаризация закона ползучести ($n = 1$) разброс напряжений значительно больше. Здесь значения $\sqrt{D_{2222}}/s_0$ заключаются в пределах от 5,113% ($\alpha = 0,1$) до 25,564% ($\alpha = 0,5$).

Выполним теперь исследование стохастических полей скоростей деформации ползучести. Линеаризованные соотношения для флуктуаций скоростей деформаций ползучести согласно (6) можно

Таблица 1

Значения величин $\sqrt{D_{2222}}/s_0$ (в процентах)									
$\alpha \backslash n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,1	5,113	2,990	2,145	1,685	1,393	1,187	1,039	0,927	0,831
0,2	10,225	5,980	4,289	3,370	2,786	2,375	2,078	1,854	1,661
0,3	15,338	8,970	6,434	5,056	4,178	3,562	3,118	2,782	2,492
0,4	20,450	11,960	8,579	6,741	5,571	4,750	4,157	3,709	3,322
0,5	25,564	14,950	10,724	8,426	6,964	5,937	5,196	4,637	4,153

представить в виде:

$$\begin{aligned}
 \dot{p}_{11}^* &= \frac{1}{3}cs_0^{n-1} \left[(2 + kl_1^2)\sigma_{11}^* + (-1 + kl_1l_2)\sigma_{22}^* + (-1 + kl_1l_3)\sigma_{33}^* + \alpha Ul_1 \right], \\
 \dot{p}_{22}^* &= \frac{1}{3}cs_0^{n-1} \left[(-1 + kl_1l_2)\sigma_{11}^* + (2 + kl_2^2)\sigma_{22}^* + (-1 + kl_2l_3)\sigma_{33}^* + \alpha Ul_2 \right], \\
 \dot{p}_{33}^* &= \frac{1}{3}cs_0^{n-1} \left[(-1 + kl_1l_3)\sigma_{11}^* + (-1 + kl_2l_3)\sigma_{22}^* + (2 + kl_3^2)\sigma_{33}^* + \alpha Ul_3 \right], \\
 \dot{p}_{ij}^* &= \frac{1}{3}cs_0^{n-1}\sigma_{ij}^*, \quad i \neq j.
 \end{aligned} \tag{16}$$

На основании (16) для дисперсий скоростей деформаций получим

$$\begin{aligned}
 D[\dot{p}_{11}] &= \frac{1}{9}c^2s_0^{2n-2}D \left[(2 + kl_1^2)\sigma_{11}^* + (-1 + kl_1l_2)\sigma_{22}^* + (-1 + kl_1l_3)\sigma_{33}^* + \alpha Ul_1 \right], \\
 D[\dot{p}_{22}] &= \frac{1}{9}c^2s_0^{2n-2}D \left[(-1 + kl_1l_2)\sigma_{11}^* + (2 + kl_2^2)\sigma_{22}^* + (-1 + kl_2l_3)\sigma_{33}^* + \alpha Ul_2 \right], \\
 D[\dot{p}_{33}] &= \frac{1}{9}c^2s_0^{2n-2}D \left[(-1 + kl_1l_3)\sigma_{11}^* + (-1 + kl_2l_3)\sigma_{22}^* + (2 + kl_3^2)\sigma_{33}^* + \alpha Ul_3 \right], \\
 D[\dot{p}_{ij}] &= \frac{1}{9}c^2s_0^{2n-2}D[\sigma_{ij}^*], \quad i \neq j.
 \end{aligned}$$

Запишем в развёрнутом виде $D[\dot{p}_{22}]$:

$$\begin{aligned}
 D[\dot{p}_{22}] &= \frac{1}{9}c^2s_0^{2n-2} \left((-1 + kl_1l_2)^2 D_{1111} + (2 + kl_2^2)^2 D_{2222} + (-1 + kl_2l_3)^2 D_{3333} + \right. \\
 &\quad + 2(-1 + kl_1l_2)(2 + kl_2^2) D_{1122} + 2(-1 + kl_1l_2)(-1 + kl_2l_3) D_{1133} + 2(-1 + kl_1l_2)(2 + kl_2^2) D_{2233} + \\
 &\quad \left. + \alpha^2 l_2^2 + 2(-1 + kl_1l_2)\alpha l_2 \langle \sigma_{11}^* U \rangle + 2(2 + kl_2^2)\alpha l_2 \langle \sigma_{22}^* U \rangle + 2(-1 + kl_2l_3)\alpha l_2 \langle \sigma_{33}^* U \rangle \right),
 \end{aligned}$$

где

$$\langle \sigma_{ij}^* U \rangle = \iiint_{-\infty}^{\infty} S_U(\omega_1, \omega_2, \omega_3) \beta_{ij}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3.$$

Эти величины вычисляются, как и дисперсии напряжений, переходом к сферической системе координат с учётом формулы (15).

В силу громоздкости, развёрнутый вид дисперсий $D[\dot{p}_{11}]$ и $D[\dot{p}_{33}]$ здесь не приведён.

В табл. 2 приведены значения коэффициента вариации $\sqrt{D[\dot{p}_{22}]} / \langle \dot{p}_{22} \rangle$ в процентах в зависимости от α и n при $l = -\frac{1}{2}$. Математическое ожидание $\langle \dot{p}_{22} \rangle$ определяется формулой:

$$\langle \dot{p}_{22} \rangle = \dot{p}_{22}^0 = \frac{1}{3}cs_0^{n-1}l_2.$$

Таблица 2

Значения коэффициента вариации $\sqrt{D[\dot{\rho}_{22}]} / \langle \dot{\rho}_{22} \rangle$ в процентах в зависимости от α и n при $l = -1/2$

$\alpha \backslash n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,1	0,5667	0,5695	0,5848	0,6000	0,6133	0,6247	0,6343	0,6425	0,6496
0,2	0,7528	0,7547	0,7647	0,7746	0,7831	0,7904	0,7964	0,8016	0,8060
0,3	7,5279	7,5465	7,6472	7,7460	7,8313	7,9038	7,9643	8,0156	8,0598
0,4	15,0559	15,0930	15,2944	15,4919	15,6627	15,8076	15,9286	16,0312	16,1196
0,5	22,5838	22,6396	22,9417	23,2379	23,4940	23,7114	23,8929	24,0468	24,1793

Как видно из табл. 2, коэффициент вариации скорости деформации $\dot{\rho}_{22}$ с возрастанием n меняется незначительно, а зависимость этого коэффициента от параметра α является линейной (что естественно, так как в задаче была произведена линеаризация относительно α).

Максимально возможное отклонение напряжений и скоростей деформаций от среднего значения характеризуется утроенным коэффициентом вариации (правило «трёх сигм»). Отсюда ясно, что стохастические неоднородности материала способны оказывать существенное влияние на оценку работоспособности элементов конструкций.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Ломакин, В. А. Статистические задачи механики твердых деформируемых тел [Текст] / В. А. Ломакин. — М.: Наука, 1970. — 137 с.
2. Должковой, А. А. Решение стохастической краевой задачи установившейся ползучести для толстостенной трубы методом малого параметра [Текст] / А. А. Должковой, Н. Н. Попов, В. П. Радченко // ПМТФ. — 2006. — Т. 47, № 1. — С. 166–171. — ISSN 0869–5032.
3. Попов, Н. Н. Построение аналитического решения двумерной стохастической задачи установившейся ползучести для толстостенной трубы [Текст] / Н. Н. Попов, В. Н. Исуткина // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. — 2007. — № 2(15). — С. 90–94. — ISSN 1991–8615.
4. Радченко, В. П. Статистические характеристики полей напряжений и деформаций при установившейся ползучести стохастически неоднородной плоскости [Текст] / В. П. Радченко, Н. Н. Попов // Изв. вузов. Машиностроение. — 2006. — № 2. — С. 3–11. — ISSN 0869–5032.
5. Попов, Н. Н. Решение нелинейной стохастической задачи методом малого параметра при плоском напряжённом состоянии [Текст] / Н. Н. Попов, С. А. Забелин // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. — 2006. — № 43. — С. 106–112. — ISBN 5–7964–0877–1.
6. Попов, Н. Н. Пространственная задача стационарной ползучести стохастически неоднородной среды [Текст] / Н. Н. Попов, Ю. П. Самарин // ПМТФ. — 1985. — № 2. — С. 150–155. — ISSN 0869–5032.
7. Свешников, А. А. Прикладные методы теории случайных функций [Текст] / А. А. Свешников. — М.: Наука, 1968. — 464 с.

Самарский государственный технический университет, г. Самара
nial@mail.ru

Поступила 30.11.2007

N. N. Popov, S. A. Zabelin

THE NONLINEAR CREEP'S PROBLEM'S DECISION FOR MEDIUM WITH CASUAL REOLOGICAL CHARACTERISTICS

The spatial problem's decision stress-strain stochastically inhomogeneous's state medium based of linearization the creep's equations with using the spectral representations is received. The determining creep's equation, taken in the form of power function from intensity of stress, in the stochastic form is formulated. A statistical analysis of random fields stresses and deformations speeds is completed.

Samara State Technical University
nial@mail.ru

Received 30.11.2007