Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

М. Н. Саушкин, О. С. Афанасьева, Е. В. Дубовова, Е. А. Просвиркина, Схема расчета полей остаточных напряжений в цилиндрическом образце с учетом организации процесса поверхностного пластического деформирования, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2008, выпуск 1(), 85–89

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu577>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.85.5.30

26 апреля 2023 г., 12:24:06

УДК 539.376 + 621.81.004.67(075.8)

М. Н. Саушкин, О. С. Афанасьева, Е. В. Дубовова, Е. А. Просвиркина

СХЕМА РАСЧЁТА ПОЛЕЙ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ОБРАЗЦЕ С УЧЁТОМ ОРГАНИЗАЦИИ ПРОЦЕССА ПОВЕРХНОСТНОГО ПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ

Предложена схема расчёта полей остаточных напряжений и пластических деформаций в поверхностно-упрочнённом слое цилиндрического образца по схеме сложного напряжённого состояния после процедуры поверхностно-пластического деформирования в зависимости от технологических факторов процедуры упрочнения. Сделан анализ проведённых расчётов.

Введение. Для увеличения прочностных характеристик поверхностного слоя разработан ряд упрочняющих технологий, при этом повышение эксплуатационных характеристик (сопротивление усталости, длительная прочность, коррозионное растрескивание и другие эффекты) обусловлены, главным образом, наличием в поверхностном слое сжимающих остаточных напряжений. Однако при повышенных температурах вследствие ползучести остаточные напряжения релаксируют и их положительное влияние снижается.

В настоящей работе развивается и обобщается феноменологический метод расчёта полей остаточных напряжений по схеме сложного напряжённого состояния после применения поверхностного пластического деформирования (ППД) для цилиндрического образца по одной экспериментально измеренной компоненте остаточных напряжений, предложенный в [1–3]. Задача решается на основании уравнений равновесия, совместности деформаций и гипотезы пластической несжимаемости материала. В качестве основной идеи предложенного в [1–3] метода является гипотеза, согласно которой напряжения в упрочнённом слое на поверхности конструкции формируются так же, как на плоскости полупространства, так как поверхностно упрочнённый слой достаточно тонкий и проникает на глубину лишь до нескольких сотен микрон.

Однако процесс наведения остаточных напряжений в поверхностном слое цилиндра, например при «бомбардировке» микрошариками в специальной камере (рис. 1), может быть организован по-разному. В частности, в работах [1–3] считалось, что распределение полей окружной и осевой компонент остаточных пластических деформаций (в цилиндрической системе координат) после процедуры ППД по глубине слоя не отличаются, т. е. $q_\theta(r) = q_z(r)$. Этот случай возможен, если, например, бомбардировать поверхность изделия большим количеством микрошариков по направлению нормали к поверхности (радиус шарика значительно меньше радиуса цилиндрического изделия), тогда деформации будут наводиться так же, как в полупространстве — распределение окружной и осевой компонент остаточных пластических деформаций после процедуры ППД по глубине слоя не отличаются: $q_z = q_\theta$ (рис. 2, а).

Если процесс организовать так, чтобы поток микрошариков составлял с образующей цилиндра в плоскости rOz некий угол φ , то осевые и окружные пластические деформации будут связаны соотношением $q_\theta = \alpha \cdot q_z$, где $0 < \alpha < 1$ (рис. 2, б). Если же поток микрошариков будет составлять некоторый угол с касательными к цилиндру в плоскости, ортогональной оси цилиндра, то осевые и окружные пластические деформации будут связаны соотношением $\alpha \cdot q_\theta = q_z$, где $0 < \alpha < 1$ (рис. 2, в). Очевидно, что оба этих соотношения можно объединить в одно: $q_z = \alpha \cdot q_\theta$, причём, если $1 < \alpha < \infty$, то будет реализован случай наведения остаточных деформаций как на рис. 2, б, если $0 < \alpha < 1$ — как на рис. 2, в. В случае, когда $\alpha = 1$, процесс ППД на цилиндрической поверхности реализуется как на плоскости (рис. 2, а), и подробно рассмотрен в работах [1–3].

Следует отметить, что определение параметра α в настоящей работе не рассматривается, так как выходит за рамки настоящей — чисто теоретической работы. Кроме этого, параметру α не обязательно приписывать какую-либо трактовку, связанную именно с процессом наведения остаточных деформаций, достаточно считать, что этот параметр отражает лишь величину соотношения между компонентами тензора остаточных пластических деформаций в цилиндрическом образце после процедуры ППД. В такой трактовке «граничные» значения (0 и ∞) параметра α означают равенство нулю компоненты q_z при $\alpha = 0$ или равенство нулю компоненты q_θ при $\alpha = \infty$.

Рис. 1. Схема «бомбардировки» поверхности цилиндрического образца шариками

Рис. 2. Схема «бомбардировки» поверхности цилиндрического образца шариками: а — нормально касательной плоскости к цилиндрической поверхности $\varphi = 90^\circ$ ($q_z = q_\theta$); б — шариками в плоскости rOz под углом $\varphi < 90^\circ$ к касательной плоскости ($q_\theta = \alpha \cdot q_z$, $0 < \alpha < 1$); в — шариками в плоскости $rO\theta$ под углом $\varphi < 90^\circ$ к касательной плоскости ($\alpha \cdot q_\theta = q_z$, $0 < \alpha < 1$)

Методика расчёта напряжённо-деформированного состояния в поверхностно упрочнённом слое цилиндрического изделия после процедуры ППД. Методика расчёта напряжённо-деформированного состояния в поверхностно упрочнённом слое цилиндрического изделия с учётом гипотезы $q_z = q_\theta$ подробно изложена в работах [1–3] и полностью повторяется в случае $q_z = \alpha q_\theta$.

Предполагается, что в результате упрочнения методом поверхностного пластического деформирования в поверхностном слое цилиндрического образца наведены остаточные напряжения таким образом, что касательные остаточные напряжения либо отсутствуют, либо они являются малыми по сравнению с нормальными напряжениями, и ими можно пренебречь. Вводя стандартную цилиндрическую систему координат r, θ, z , обозначим остаточные напряжения в упрочнённом слое цилиндрического образца следующим образом: $\sigma_\theta^{\text{res}}$ — окружное остаточное напряжение, σ_r^{res} — радиальное остаточное напряжение, σ_z^{res} — осевое остаточное напряжение. Считается, что из этих напряжений экспериментально определена $\sigma_\theta^{\text{res}}$.

Из уравнения равновесия

$$r \frac{d\sigma_r^{\text{res}}}{dr} + \sigma_r^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}} \quad (1)$$

и условия

$$\sigma_r^{\text{res}} \Big|_{r=a} = 0, \quad (2)$$

которое означает, что цилиндрический образец находится в естественном ненагруженном состоянии (здесь a — радиус цилиндрического образца), нетрудно выразить σ_r^{res} через $\sigma_\theta^{\text{res}}$:

$$\sigma_r^{\text{res}}(r) = \frac{1}{r} \int_0^r \sigma_\theta^{\text{res}}(z) dz. \quad (3)$$

Формула (3) позволяет вычислить $\sigma_r^{\text{res}}(r)$ по измеренным значениям функции $\sigma_\theta^{\text{res}}(r)$. Отметим, что

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_r^{\text{res}}(r) = \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_\theta^{\text{res}}(r). \quad (4)$$

Величина $\sigma_z^{\text{res}}(r)$ может быть вычислена лишь с учётом остаточных пластических деформаций.

Пусть полная деформация цилиндрического образца ε_i^0 , приобретённая в результате поверхностного упрочнения, представлена в виде

$$\varepsilon_i^0 = e_i^0 + q_i \quad (i = r, \theta, z), \quad (5)$$

где e_i^0 — тензор упругих деформаций, а q_i — тензор остаточных пластических деформаций.

Считаем, что осевые и окружные пластические деформации связаны соотношением

$$q_z = \alpha q_\theta, \quad (6)$$

где $0 < \alpha < \infty$. С помощью условия несжимаемости при пластическом деформировании $q_\theta + q_z + q_r = 0$ и гипотезы (6) легко установить, что

$$q_r = -q_\theta (1 + \alpha) \quad (7)$$

и получить дифференциальное уравнение для окружной компоненты:

$$r \frac{dq_\theta^0}{dr} + q_\theta (2 + \alpha) = e_r^0 - e_\theta^0 - r \frac{de_\theta^0}{dr}. \quad (8)$$

Входящие в (8) упругие деформации нетрудно выразить через остаточные напряжения из закона Гука:

$$\begin{aligned} E e_r^0 &= \sigma_r^{\text{res}} - \nu (\sigma_\theta^{\text{res}} + \sigma_z^{\text{res}}), \\ E e_\theta^0 &= \sigma_\theta^{\text{res}} - \nu (\sigma_r^{\text{res}} + \sigma_z^{\text{res}}), \end{aligned} \quad (9)$$

где ν — коэффициент Пуассона, E — модуль Юнга для рассматриваемого материала. В соотношениях Гука с уже известными напряжениями $\sigma_\theta^{\text{res}}$ и σ_r^{res} находится неизвестная величина σ_z^{res} . Для определения осевых напряжений введём гипотезу плоских сечений для цилиндрического образца. Согласно этой гипотезе плоские поперечные сечения цилиндрического образца до упрочнения остаются плоскими и после него, что характерно для не слишком коротких цилиндров. При этом очевидно $\varepsilon_z^0 = e_z^0 + q_z$ ($\varepsilon_z^0 = \text{const}$, $r \in [0; a]$). Гипотеза может нарушаться лишь вблизи свободных торцов цилиндра.

Выражая упругую осевую деформацию через закон Гука и подставляя её в формулу полных осевых деформаций, найдём:

$$\sigma_z^{\text{res}}(r) = E (\varepsilon_z^0 - q(r)) + \nu (\sigma_r^{\text{res}}(r) + \sigma_\theta^{\text{res}}(r)). \quad (10)$$

С помощью полученного соотношения в законе Гука можно исключить $\sigma_z^{\text{res}}(r)$:

$$\begin{aligned} E e_r^0 &= (1 + \nu) \left[(1 - \nu) \sigma_r^{\text{res}} - \nu \sigma_\theta^{\text{res}} \right] - E \nu (\varepsilon_z^0 - q_z), \\ E e_\theta^0 &= (1 + \nu) \left[(1 - \nu) \sigma_\theta^{\text{res}} - \nu \sigma_r^{\text{res}} \right] - E \nu (\varepsilon_z^0 - q_z). \end{aligned} \quad (11)$$

Обозначим правую часть дифференциального уравнения (8) через f и преобразуем её с учётом (6) и (11), тогда

$$f = e_r^0 - e_\theta^0 - r \frac{de_\theta^0}{dr} = \frac{1 + \nu}{E} \left[\sigma_r^{\text{res}} - \nu \sigma_\theta^{\text{res}} \right] - r \frac{1 + \nu}{E} \left[(1 - \nu) \frac{d\sigma_\theta^{\text{res}}}{dr} - \nu \frac{d\sigma_r^{\text{res}}}{dr} \right] - r \alpha \nu \frac{dq_\theta}{dr}. \quad (12)$$

С учётом (12) дифференциальное уравнение (8) запишется так:

$$\frac{1 + \alpha \nu}{1 + \nu} r \frac{dq_\theta^0}{dr} + \frac{(2 + \alpha)}{1 + \nu} q_\theta = g, \quad (13)$$

$$\text{где } g(r) = \frac{[\sigma_r^{\text{res}}(r) - \nu \sigma_\theta^{\text{res}}(r)]}{E} - \frac{r}{E} \left[(1 - \nu) \frac{d\sigma_\theta^{\text{res}}(r)}{dr} - \nu \frac{d\sigma_r^{\text{res}}(r)}{dr} \right].$$

Решение дифференциального уравнения (13) с учётом граничного условия $\lim_{r \rightarrow 0} q_\theta(r) = 0$ имеет вид

$$\begin{aligned} q_\theta(r) &= \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{E(1 + \alpha \nu)^2} r^{-\frac{2 + \alpha}{1 + \alpha \nu}} \int_0^r z^{\frac{1 + \alpha - \alpha \nu}{1 + \alpha \nu}} \left[\sigma_r^{\text{res}}(z) + (1 + \alpha) \sigma_\theta^{\text{res}}(z) \right] dz - \\ &\quad - \frac{1 + \nu}{E(1 + \alpha \nu)} \left[(1 - \nu) \sigma_\theta^{\text{res}}(z) - \nu \sigma_r^{\text{res}}(z) \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

Следует отметить, что выражение (14), в частном случае при $\alpha = 1$, совпадает с соответствующей формулой работы [2], полученной при использовании гипотезы $q_\theta = q_z$.

Теперь можно полностью восстановить поля остаточных пластических деформаций: согласно (14) вычисляется $q_\theta(r)$, а затем в соответствии с (6) и (7) — $q_z(r)$ и $q_r(r)$.

Для определения последней неизвестной величины $\sigma_z^{\text{res}}(r)$ согласно (10) достаточно найти ε_z^0 :

$$\varepsilon_z^0 = \frac{2}{a^2} \int_0^a r \left\{ q_z(r) - \frac{\nu}{E} [\sigma_r^{\text{res}}(r) + \sigma_\theta^{\text{res}}(r)] \right\} dr, \quad (15)$$

которая находится, исходя из условия нулевого суммарного осевого усилия, действующего на образец:

$$\int_0^a r \sigma_z^{\text{res}}(r) dr = 0.$$

Вычислив согласно (15) величину ε_z^0 , можно в соответствии с (10) однозначно определить функцию $\sigma_z^{\text{res}}(r)$.

Заметим, что для восстановления НДС цилиндрического образца после процедуры ППД необходимо иметь экспериментальные данные для компоненты $\sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ и значение параметра α . Экспериментальные данные для $\sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ можно для удобства аппроксимировать либо гладкой, либо кусочно-непрерывной функциями.

В частности, в работе [2] предложено для этой цели использовать следующую функцию:

$$\sigma_\theta^{\text{res}}(r) = \sigma_0 - \sigma_1 \exp\left(-\frac{(a-r)^2}{b^2}\right), \quad (16)$$

Рис. 3. Эпюры остаточных напряжений $\sigma_\theta^{\text{res}}(h)$ (сплав ЖС6КП): сплошная линия — расчёт по аппроксимации (16); точки — экспериментальные данные [4]

Рис. 4. Эпюры остаточных напряжений $\sigma_r^{\text{res}}(h)$

где σ_0 , σ_1 и b — параметры определяющиеся исходя из характерных точек (значений) эпюры $\sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ (подробнее см. [2]).

На рис. 3 точками представлены экспериментальные значения для сплава ЖС6КП компоненты остаточных напряжений $\sigma_\theta^{\text{res}}$ по глубине h ($h = a - r$) упрочнённого слоя, а также их расчётные значения, вычисленные по аппроксимации вида (16) (сплошная линия на рис. 3). Материал ЖС6КП имеет следующие механические параметры: $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $\nu = 0,3$. Радиус рассматриваемого цилиндрического образца — $a = 3,76$ мм. Значения параметров аппроксимации: $\sigma_0 = 11,58$ МПа, $\sigma_1 = 611,58$ МПа, $b = 0,00803345$ мм.

Выполним качественный и количественный анализ полей остаточных напряжений σ_z^{res} и σ_r^{res} и остаточных деформаций q_r , q_θ и q_z по исходной информации в виде эпюры для $\sigma_\theta^{\text{res}}$ (на примере сплава ЖС6КП) и оценим влияние на них параметра α в гипотезе (6).

Во-первых, как следует из (3), при заданной постановке задачи и любом допустимом распределении остаточных напряжений $\sigma_\theta^{\text{res}}(h)$ по глубине слоя ($h = a - r$) остаточные напряжения $\sigma_r^{\text{res}}(r)$ не зависят от параметра α . На рис. 4 показан характер функции $\sigma_r^{\text{res}}(h)$ при заданном $\sigma_\theta^{\text{res}}(h)$ (см. рис. 3).

Из анализа рис. 3 и 4 следует, что максимальные по модулю значения величин σ_r^{res} и $\sigma_\theta^{\text{res}}$ отличаются почти на два порядка.

Во-вторых, величина α существенно влияет на распределение осевой компоненты тензора остаточных напряжений $\sigma_z^{\text{res}}(h)$ при одной и той же зависимости для $\sigma_\theta^{\text{res}}(h)$ (см. рис. 5).

Из представленной на рис. 5 информации видно, что при $0 < \alpha < 1$ (при наведении остаточных напряжений как на рис. 2, б) максимальная величина осевых сжимающих напряжений σ_z^{rez} (на поверхности цилиндрического образца) может быть существенно ниже максимальной величины окружных остаточных напряжений $\sigma_\theta^{\text{res}}$, причём в предельном случае при $\alpha = 0$ она меньше практически в три раза. Следует отметить, что при $\alpha = 1$ (при наведении ППД как на плоскости) максимальные величины осевых и окружных сжимающих напряжений практически одинаковы.

При $\alpha > 1$ (при наведении ППД по схеме рис. 2, в) максимальная величина осевых сжимающих напряжений σ_z^{res} , наоборот, может быть существенно выше максимальной величины окружных остаточных напряжений $\sigma_\theta^{\text{res}}$ и, в предельном случае, при $\alpha = \infty$, величина σ_z^{res} на поверхности цилиндрического образца практически в три раза больше $\sigma_\theta^{\text{res}}$.

Выводы. Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы. Если возможно технически реализовать упрочнение цилиндрического образца по схеме второго случая (рис. 2, б) или, что, в принципе, то же самое, создать соответствующее поле остаточных деформаций, то можно существенно увеличить максимальную величину осевой компоненты сжимающих напряжений (рис. 5). В силу того, что эффективность упрочнения в условиях усталости и ползучести материала растягиваемого цилиндра определяется именно этой компонентой, то такой способ упрочнения может значительно повысить эффективность процедуры ППД.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 07-01-00478-а)

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Радченко, В. П. Ползучесть и релаксация остаточных напряжений в упрочнённых конструкциях [Текст] / В. П. Радченко, М. Н. Саушкин. — М.: Машиностроение-1, 2005. — 226 с. — ISBN 5-94275-244-3.
2. Радченко, В. П. Расчёт релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое цилиндрического изделия в условиях ползучести [Текст] / В. П. Радченко, М. Н. Саушкин // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. — 2001. — № 12. — С. 61–72. — ISBN 5-7964-0229-3.
3. Радченко, В. П. Математические модели восстановления и релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое цилиндрических элементов конструкций при ползучести [Текст] / В. П. Радченко, М. Н. Саушкин // Изв. вузов. Машиностроение. — 2004. — № 11. — С. 3–17. — ISSN 0536-1044.
4. Гриневич, Е. В. Исследование полей остаточных напряжений при поверхностном упрочнении цилиндрических изделий [Текст] / Е. В. Гриневич, О. В. Колотникова / В сб.: Прочность и долговечность элементов конструкций. — Куйбышев: КИТИ, 1983. — С. 88–97.

Самарский государственный технический университет, г. Самара
msaushkin@pm.samgtu.ru, afa@pm.samgtu.ru

Поступила 28.03.2007

В окончательном варианте
11.02.2008

M. N. Saushkin, O. S. Afanasieva, E. V. Dubovova, E. A. Prosvirkina

THE SCHEME CALCULATION FIELDS OF RESIDUAL STRESSES IN THE CYLINDRICAL SAMPLE WHEN THE PROCESS OF SURFACE PLASTIC DEFORMATION INTO ACCOUNT TAKEN

The scheme fields of residual stresses and plastic deformation in the surface layer of cylindrical samples calculations offered. Technological factors hardening procedures taken into account. Analysis of the held calculations completed.

Samara State Technical University, Samara, Russia
msaushkin@pm.samgtu.ru, afa@pm.samgtu.ru

Received 28.03.2007

Рис. 5. Распределение остаточных напряжений $\sigma_z^{\text{res}}(h)$ в зависимости от параметра α