Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Е. В. Башкинова, Математическое моделирование длительной прочности толстостенных труб на основе концепции интегрально-среднего эквивалентного напряжения, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2008, выпуск 1(), 157–160

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu590>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 34.239.49.27

26 апреля 2023 г., 13:15:43

Механика деформируемого твёрдого тела

УДК 539.376

Е. В. Баикинова

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЛИТЕЛЬНОЙ ПРОЧНОСТИ ТОЛСТОСТЕННЫХ ТРУБ НА ОСНОВЕ КОНЦЕПЦИИ ИНТЕГРАЛЬНО-СРЕДНЕГО ЭКВИВАЛЕНТНОГО НАПРЯЖЕНИЯ

Предложена обобщённая модель длительной прочности элементов конструкций на основе интегрально-средних эквивалентных напряжений. Показано, что интегрально-средние эквивалентные напряжения в процессе ползучести являются практически инвариантными величинами в процессе деформирования трубы от упругого (упругопластического) состояния вплоть до разрушения. Приведены результаты построения обобщённых моделей для толстостенных труб при ползучести для однопараметрического нагружения с использованием различных видов интегрально-средних эквивалентных напряжений. Выполнена проверка адекватности данных расчёта экспериментальным данным.

Критерий длительной прочности на основе концепции эквивалентного напряжённого состояния позволяет установить эквивалентные напряжённые состояния, приводящие к разрушению за одно и то же время t_* , а также даёт возможность определить значение t_* с помощью самого простого испытания: при чистом растяжении. В работах [1, 2] было доказано, что величина интегрально-средних эквивалентных напряжений в процессе ползучести толстостенных труб (вплоть до разрушения) является близкой к инвариантной при заданных внешних нагрузках и при этом не зависит от показателя нелинейности установившейся ползучести n в достаточно широком диапазоне изменения величины $\beta = \frac{b}{a}$, где b и a — внешний и внутренний радиусы. Поэтому характеристики неоднородного напряжённого состояния, определяемые, например, в результате решения задачи об установившейся ползучести толстостенной трубы, заменяются интегрально-средними по поперечному сечению (радиусу) значениями. Таким образом, практически вводятся некоторые эффективные по объёму интегрально-средние эквивалентные напряжения и по отношению к ним применяется концепция длительной прочности на основе эквивалентных напряжённых состояний. В настоящей работе рассмотрены следующие виды эквивалентных напряжений:

$$\sigma_{\varepsilon 1} = \sigma_{\max}, \quad \sigma_{\varepsilon 2} = \sigma_{\max} - \sigma_{\min},$$

$$\sigma_{\varepsilon 3} = \frac{1}{2}(\sigma_{\varepsilon 1} + \sigma_{\varepsilon 4}), \quad \sigma_{\varepsilon 4} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_r - \sigma_z)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2}. \quad (1)$$

Интегрально-среднее значение эквивалентных напряжений рассчитывалось при осреднении по поперечному сечению или по радиусу по следующим формулам:

$$\bar{\sigma}_{\varepsilon i}^1 = \frac{1}{b^2 - a^2} \int_a^b r \sigma_{\varepsilon i}(r) dr, \quad \bar{\sigma}_{\varepsilon i}^2 = \frac{1}{b - a} \int_a^b \sigma_{\varepsilon i}(r) dr \quad (i = 1, 2, 3, 4). \quad (2)$$

Полученный анализ кинетики интегрально-средних эквивалентных напряжений для элементов конструкций в условиях ползучести от начального упругого (упругопластического) состояния до состояния, соответствующего разрушению элемента конструкции, позволил сделать вывод о неизменности величины среднего интегрального значения интенсивности напряжения для толстостенной трубы в процессе ползучести от момента $t = 0$ вплоть до разрушения (с погрешностью не более 1,5 %) для широкого диапазона изменения n и β .

Были проведены исследования задач для толстостенных трубы и сферы под действием внутреннего давления, для бесконечно длинной трубы под действием внутреннего давления (гипотеза $\varepsilon_z = 0$ не выполняется), для толстостенной трубы при действии внутреннего давления и растягивающей осевой нагрузки. Во всех случаях полученные результаты позволили сделать вывод, что, во-первых, интегрально-среднее значение эквивалентного напряжения можно рассчитывать по упругому (упругопластическому) решению, не привлекая для этого решение краевой задачи для установившейся ползучести, как это рекомендовалось ранее. Во-вторых, длительную прочность толстостенной трубы можно спрогнозировать по любой одноосной теории ползучести и длительной прочности, заменив

в соответствующей модели номинальное напряжение на интегрально-среднее значение эквивалентного напряжения, рассчитанное по упругому (упругопластическому) решению при заданном режиме нагружения.

Если в одноосном случае обозначить номинальное напряжение через σ_0 , интегрально-среднее эквивалентное напряжение элемента конструкции при $t = 0$ в упругом (упругопластическом) состоянии через $\bar{\sigma}^y$, то возможны два варианта оценки длительной прочности. Первый связан с расчётом $\bar{\sigma}^y$ и проведением эксперимента над образцом при напряжении $\sigma_0 = \bar{\sigma}^y$. Второй вариант предполагает наличие одноосной теории ползучести и длительной прочности. В этом случае достаточно выполнить расчёт на основании любой одноосной модели при рассчитанном значении $\sigma_0 = \bar{\sigma}^y$. В настоящей работе использовался энергетический вариант одноосной теории ползучести и длительной прочности (без учёта первой стадии) вида [3]:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= e + e^p + p, & e &= \frac{\sigma}{E}, \\ \dot{e}^p &= \begin{cases} 0, & \sigma(t) \leq \sigma_{\text{пр}}, \\ \lambda [a(\sigma(t) - \sigma_{\text{пр}})^{n_1} - e^p(t)], & a(\sigma(t) - \sigma_{\text{пр}})^{n_1} > e^p(t), \\ 0, & a(\sigma(t) - \sigma_{\text{пр}})^{n_1} \leq e^p(t), \quad \sigma(t) > \sigma_{\text{пр}}, \end{cases} \\ \dot{p} &= c \left(\frac{\sigma(t)}{\sigma_*} \right)^n, \\ \sigma &= \sigma_0 (1 + \omega), \\ \dot{\omega} &= \gamma \sigma \dot{e}^p + \alpha \sigma \dot{p}, \\ \gamma &= \gamma_1 (e^p)^{m_2}, \quad \alpha = \alpha_1 (\sigma_0)^{m_1}, \end{aligned} \quad (3)$$

где ε — полная деформация; e и e^p — упругая и пластическая деформации, соответственно; p — деформация ползучести; E — модуль Юнга; $c, n, \sigma_*, \gamma_1, m_2, \alpha_1, m_1, a, \lambda, n_1$ — константы модели; ω — параметр повреждённости; σ_0 и σ — соответственно истинное и номинальное напряжения. В качестве критерия разрушения используется следующее интегральное соотношение энергетического типа:

$$\int_0^{t_*} \frac{\sigma de^p}{A_*^p} + \int_0^{t_*} \frac{\sigma dp}{A_*^c(\sigma_0)} = 1, \quad (4)$$

где $A_*^c = \alpha_A (\sigma_0)^{m_A}$ (α_A, m_A и A_*^p — постоянные характеристики материала), t_* — время разрушения материала.

Модель (3)–(4) при замене напряжения σ_0 на интегрально-среднее $\bar{\sigma}^y$ в дальнейшем будем называть обобщённой моделью ползучести и длительной прочности элемента конструкции.

Были выполнены расчёты на основе обобщённой модели (3)–(4) с различными выражениями для эквивалентных напряжений, рассчитанных по формулам (1), (2), и проведён анализ адекватности данных расчёта длительной прочности по обобщённой модели экспериментальным данным для толстостенных труб из стали 12ХМФ ($T = 590^\circ\text{C}$), стали 20 ($T = 500^\circ\text{C}$) и сплава ЭИ694 ($T = 700^\circ\text{C}$), представленными в [2, 4]. Кроме этого, был выполнен сравнительный анализ с данными прямого численного решения краевой задачи ползучести и разрушения толстостенной трубы [4].

Для сравнения результатов расчёта по модели (3)–(4) с экспериментальными данными и данными численного решения краевой задачи для трубы использовалась величина среднего относительного отклонения данных расчёта от экспериментальных:

$$\Delta_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left| \frac{t_{*j} - t_{ij}}{t_{ij}} \right| \quad (i = 1, 2),$$

где t_{*j} — экспериментальные, t_{ij} — расчётные данные (j — номер реализации); N — количество экспериментов ($i = 1$ соответствует отклонению расчётных данных, полученных по обобщённой модели (3)–(4); $i = 2$ — отклонению численного решения краевой задачи);

$$\Delta_3 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left| \frac{t_{2j} - t_{1j}}{t_{1j}} \right|,$$

где t_{1j} и t_{2j} — расчётные значения времени разрушения для того и другого методов для j -ой реализации, N — количество реализаций.

В качестве примера в табл. 1 приведены экспериментальные и расчётные значения времени до разрушения при $\bar{\sigma}_{\Sigma 2}^y$ для труб из стали 12ХМФ ($T = 590^\circ\text{C}$). Здесь b , a — значения наружного и внутреннего радиусов, β — их отношение; t_* — экспериментальные значения длительной прочности труб; t_1 , t_2 — расчётные значения, полученные по обобщённой модели (3)–(4) при $\bar{\sigma}_{\Sigma 2}^y$ и на основе решения краевой задачи при внутреннем давлении $q = 28$ МПа, соответственно.

В табл. 2 приведены средние значения отклонения расчётных данных по обобщённой модели Δ_1 и численного решения краевой задачи Δ_2 от экспериментальных данных для толстостенных труб из сталей 12ХМФ, стали 20 и сплава ЭИ694; Δ_3 — среднее отклонение данных расчёта по обобщённой модели (3)–(4) от данных численного решения краевой задачи. Видно, что величина Δ_3 имеет приемлемую (для процесса длительной прочности) величину того же порядка, что и Δ_1 и Δ_2 . Отсюда следует, что величину интегрально-среднего значения интенсивности напряжений $\bar{\sigma}_{\Sigma 2}^2$ можно рассчитывать по упругому (упруго-пластическому) решению и использовать для оценки времени разрушения в обобщённых теориях длительной прочности типа (3)–(4), не прибегая к решению краевых задач.

Таким образом, имея одноосную модель для материала и упругое (упругопластическое) решение для напряжений можно достаточно надёжно прогнозировать длительную прочность элементов конструкций на основе интегрально-средних напряжений, не прибегая к решению краевых задач ползучести.

В табл. 3 приведены результаты подробного исследования соответствия данных расчёта длительной прочности по обобщённой модели (3)–(4) при этом в качестве интегрально-средних напряжений принимались их всевозможные реализации (1), (2). Здесь Δ_1^* , Δ_2^* — величины средних отклонений расчётных данных длительной прочности от экспериментальных при $\bar{\sigma}_{\Sigma 2}^1$ и $\bar{\sigma}_{\Sigma 2}^2$, соответственно.

Приведённые результаты показывают, что осреднение по радиусу и поперечному сечению дают близкие (в смысле математической статистики) погрешности. Однако в определённом смысле осреднение по радиусу даёт всё же лучшие результаты, чем осреднение по сечению.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Башкинова, Е. В. К обоснованию концепции «эталонного» напряжения в задачах длительной прочности толстостенных трубы и сферы [Текст] / Е. В. Башкинова / Актуальные проблемы современной науки: Тез. третьей международ. конф-ции молодых учёных. — Самара: СамГТУ, 2002. — Ч. 1. — С. 48–49.
2. Радченко, В. П. Об одном подходе к оценке длительной прочности толстостенных труб на основе интегрально-средних напряжённых состояний [Текст] / В. П. Радченко, Е. В. Башкинова, С. Н. Кубышкина // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. — 2002. — № 16. — С. 96–104. — ISBN 5-7964-0355-9.
3. Радченко, В. П. Реологическое деформирование и разрушение материалов и элементов конструкций [Текст] / В. П. Радченко, Ю. А. Ерёмин. — М.: Машиностроение-1, 2004. — 265 с. — ISBN 5-94275-111-0.
4. Радченко, В. П. Математическая модель реологического деформирования и разрушения толстостенной трубы [Текст] / В. П. Радченко, С. Н. Кубышкина // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. — 1998. — № 6. — С. 23–35. — ISBN 5-7964-0084-3.

Таблица 1

Экспериментальные и расчётные значения времени до разрушения для труб из стали 12ХМФ ($T = 590^\circ\text{C}$) при внутреннем давлении $q = 28$ МПа

№ п/п	b , мм	a , мм	β	$\bar{\sigma}_{\Sigma 2}^y$, МПа	t_* , ч	t_1 , ч	t_2 , ч
1	14,85	13,05	1,138	190,89	247	167,7	179,3
2	15,34	13,24	1,159	166,98	452	429,5	488,9
3	16,37	13,87	1,18	148,63	1131	915	1098,3
4	16,51	13,91	1,187	143,42	1463	1145	1371,1
5	16,68	13,98	1,22	123,32	1612	2895	1168,1

Таблица 2

Значения среднего отклонения расчётных данных длительной прочности

Материал труб	Δ_1 , %	Δ_2 , %	Δ_3 , %
Сталь 12ХМФ	29,64	18,60	24,04
Сталь 20	22,87	30,01	19,57
Сплав ЭИ694	37,89	41,56	6,67

Таблица 3

Значения среднего отклонения расчётных данных длительной прочности в зависимости от выбора интегрально-среднего значения эквивалентных напряжений

Материал	$\sigma_{\Sigma i}$	Δ_1^* , %	Δ_2^* , %
Сталь 12ХМФ	$\sigma_{\Sigma 1}$	20,38	16,77
	$\sigma_{\Sigma 2}$	47,24	71,07
	$\sigma_{\Sigma 3}$	20,87	21,79
	$\sigma_{\Sigma 4}$	24,04	35,04
Сталь 20	$\sigma_{\Sigma 1}$	22,87	30,01
	$\sigma_{\Sigma 2}$	22,04	61,56
	$\sigma_{\Sigma 3}$	49,66	47,27
	$\sigma_{\Sigma 4}$	19,57	49,95

*E. V. Bashkinova***MATHEMATICAL MODELING OF LONG DURABILITY OF THICK-WALLED PIPES ON THE BASIS OF CONCEPT THE INTEGRAL-AVERAGE EQUIVALENT PRESSURE**

The generalized model of long durability construction's elements on the basis of integral-average equivalent stresses is offered. It is shown, that integral-average equivalent stresses are practically invariant sizes during deformation of a pipe from elastic (elastoplastic) conditions down to fracture. Results developed a generalized model for thick-walled pipes are resulted at creep for one-parametrical loading with use of various kinds integral-average equivalent stress are given. Check of adequacy calculation's data to experimental data is executed.

Samara State Technical University, Samara, Russia

Received 12.12.2007

УДК 539.3*В. В. Стружанов***ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНКРЕМЕНТАЛЬНЫХ МОДУЛЕЙ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИСПЫТАНИЙ НА РАСТЯЖЕНИЕ С ПОСТРОЕНИЕМ ПОЛНОЙ ДИАГРАММЫ**

Формулируются требования к эксперименту на растяжение, выполнение которых необходимо для определения инкрементальных модулей как на стадии упрочнения, так и на стадии разупрочнения материала. Приводятся экспериментальные данные для серого чугуна, полученные на специальной установке с переменной жёсткостью, и реализуется их пересчёт в зависимости инкрементальных модулей от продольной деформации.

В работе [1] показано, что для определения инкрементальных модулей материала на всех стадиях деформирования необходимо иметь зависимости условных напряжений и поперечных деформаций от продольных деформаций как при упрочнении, так и при разупрочнении. Тогда

$$E^p = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}, \quad \nu^p = -\frac{d\varepsilon^\nu}{d\varepsilon}, \quad K^p = \frac{E^p}{1 - 2\nu^p}, \quad G^p = \frac{E^p}{2(1 + \nu^p)}. \quad (1)$$

Здесь E^p , K^p , G^p — соответственно инкрементальные (мгновенные, касательные) модули: продольный, объёмный и сдвига; σ — условное напряжение растяжения, ε — продольная деформация, ν^p — мгновенный коэффициент поперечной деформации, ε^ν — поперечная деформация. Указанные зависимости можно получить, используя экспериментальную полную диаграмму деформирования, состоящую из восходящей и ниспадающей до нуля ветвей, а также результаты замеров поперечной деформации. Необходимыми условиями для получения таких экспериментальных данных являются, во-первых, повышенная жёсткость нагружающего устройства, позволяющая избежать динамического разрушения образца при неизбежной локализации деформаций, во-вторых, отсутствие локального сужения в образце, что обеспечивает корректность измерения поперечной деформации.

Первому условию удовлетворяет, например, устройство для растяжения, выполненное по схеме реверсора [2] (рис. 1, а). Она содержит две массивные треугольной формы неподвижные платформы 1, скреплённые тремя стержнями 3, две массивные треугольной формы подвижные платформы 2, скреплённые тремя стержнями 4, червячный редуктор 5, нажимной винт 6, дюралюминиевый стержень 7. При необходимости для увеличения жёсткости установка снабжается двумя упругими стержнями 9 (упругими тягами), расположенными параллельно образцу 8.

При повороте ручки редуктора винт 6, упирающийся в стержень 7, вворачивается в верхнюю подвижную платформу, увеличивая расстояние u (рис. 1, а). Нижняя подвижная платформа, перемещаясь при этом вверх, растягивает образец, увеличивая его длину на величину v_2 . В результате действия возникающих в системе усилий стержни 3 укорачиваются на величину v_1 , а верхний конец стержня 7 перемещается вниз на величину v_7 .

На нижнем захвате 10 (рис. 1, а) наклеен тензометрический мост для измерения усилий в образце. В ходе растяжения измеряется диаметр рабочей части образца с помощью модернизированных тензодатчиков прибора СИП 250. Измерительная система снабжена необходимыми средствами усиления