Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. В. Бельков, А. С. Евдокимов, С. В. Пономарёв, Д. Б. Усманов, Компьютерное моделирование перспективных космических рефлекторов, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2008, выпуск 2(), 161–170

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu609>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 34.229.108.108

26 апреля 2023 г., 06:56:05

Математическое моделирование

УДК 539.3:621.396.67

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРСПЕКТИВНЫХ КОСМИЧЕСКИХ РЕФЛЕКТОРОВ

А. В. Бельков¹, А. С. Евдокимов¹, С. В. Пономарев¹, Д. Б. Усманов²

¹ НИИ прикладной математики и механики при Томском государственном университете, 634050, г. Томск, пр-т Ленина, 36.

² ОАО «Информационные спутниковые системы им. ак. М. Ф. Решетнева», 662972, г. Железногорск, ул. Ленина, 52.

E-mails: khirurg@sibmail.com, eas1985@mail.ru, psvh@psy.tsu.ru

Рассматривается комплексная методика компьютерного моделирования ободных рефлекторов, основанная на связанных постановках задач механики деформированного твердого тела и электродинамики, а также компьютерного моделирования напряжённно-деформированного состояния надувной конструкции космического рефлектора.

Ключевые слова: *напряжённно-деформированное состояние, метод конечных элементов, трансформируемый сетчатый рефлектор, диаграмма направленности, надувная антенна, коэффициент направленного действия.*

Введение. Для современной спутниковой связи требуются крупногабаритные антенны с высокой точностью формы зеркала рефлектора. Использование трикотажного металлического сетеполотна в качестве отражающей поверхности позволяет получить улучшенные удельные массовые характеристики для больших габаритов конструкций рефлекторов. Рассматривается трансформируемый космический рефлектор с силовой схемой, включающей ферменный обод, вантовую систему и отражающую поверхность. Ферменный обод представляет собой стержневую конструкцию, собранную из жёстких углепластиковых элементов.

Варианты методик расчёта радиотехнических характеристик крупногабаритных рефлекторов рассматривались в работах J. Ruze (см., например, [1]). В монографии М. В. Гряника [2] приводится расчёт для зонтичных конструкций, однако учёт искажений отражающей поверхности производился на основе экспериментальных измерений.

1. Механическое моделирование. Особенность подобных конструкций и необходимость учёта температурных деформаций при эксплуатации в кос-

Бельков Алексей Викторович — младший научный сотрудник НИИ прикладной математики и механики при Томском государственном университете.

Евдокимов Александр Семёнович — младший научный сотрудник НИИ прикладной математики и механики при Томском государственном университете.

Пономарев Сергей Васильевич — зав. лаб. НИИ прикладной математики и механики при Томском государственном университете, к.ф.-м.н.

Усманов Давид Бисенович — главный специалист ОАО «Информационные спутниковые системы им. ак. М. Ф. Решетнева».

месе требуют общей геометрически нелинейной постановки задачи с учётом предварительной напряжённости элементов конструкции и температурных деформаций. Связь деформаций с перемещениями в элементах конструкции рефлектора рассматривается в виде

$$e_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}(u_{\alpha,\beta} + u_{\beta,\alpha} + u_{\theta,\alpha}u_{\theta,\beta}).$$

Как показывают результаты экспериментов, материалы, используемые при создании элементов конструкций крупногабаритных рефлекторов, являются анизотропными и физически нелинейными. Однако для моделирования механического поведения в напряжённом состоянии, которое возникает в раскрытом рефлекторе, можно использовать упрощенные зависимости между напряжениями и деформациями.

Компоненты тензора напряжений Кирхгофа и компоненты тензора деформаций связаны зависимостью

$$\sigma^{ij} = a^{ij\alpha\beta}(e_{\alpha\beta} - e_{\alpha\beta}^T),$$

где $\alpha^{ijkl} = \alpha^{ijkl}(X, \sigma^{(0)ij})$ — элементы матрицы упругости, зависящие от принадлежности к разнородным элементам конструкции и уровня предварительных напряжений; $e_{\alpha\beta}^T = \vartheta \Delta T \delta_{\alpha\beta}$ — компоненты тензора температурных деформаций; ϑ — коэффициент линейного расширения; $\Delta T = T - T_0$.

Уравнения равновесия для ободной конструкции и для надувной конструкции рассматриваются в виде

$$\begin{aligned} [(\delta_{ij} + u_{i,j})(\sigma^{\theta j} + \sigma^{(0)\theta j})]_{,\theta} + P_i &= \rho \ddot{u}_i, \\ [(\delta_{ij} + u_{i,j})\sigma^{\theta j}]_{,\theta} + P_i &= 0, \end{aligned}$$

где P_i — компоненты вектора массовых сил; ρ — удельная масса материала; $\ddot{u}_i$ — компонента ускорения; $\sigma^{(0)ij}$ — компоненты тензора предварительных напряжений в элементах конструкции. Задание требуемых напряжений в элементах вантовой конструкции необходимо для создания жёсткости, обеспечивающей с достаточной точностью форму отражающей поверхности рефлектора. При этом важно, чтобы форма ответственных элементов напряжённой вантовой конструкции мало отличалась от проектной для реализации требуемых радиотехнических характеристик антенны.

Добавление начальных и граничных условий делает постановку задачи с позиций механики деформируемого твердого тела полной. В результате такой постановки получается нелинейная задача. Граничные условия в перемещениях задаются на части поверхности S_u конструкции рефлектора, где имеет место крепление к космическому аппарату:

$$u_i = \bar{u}_i,$$

на большей части поверхности конструкции S_σ , свободной от нагрузок:

$$\sigma^{\theta j}n_j + \sigma^{(0)kj}n_k u_{\theta,j} = 0.$$

Начальные условия:

$$u_i(X, 0) = \bar{u}_i(0); \quad \dot{u}_i(X, 0) = \bar{\dot{u}}_i(0).$$

Таким образом, задача считается поставленной в замкнутой форме, так как количество определяемых функций перемещений соответствует количеству разрешающих уравнений.

В приведённой постановке исходным состоянием является конфигурация рефлектора, вытекающая из технического задания, с нулевыми напряжениями в элементах конструкции. После задания требуемых напряжений в элементах конструкции получается напряжённая начальная конфигурация, находящаяся в состоянии статического равновесия с требуемой жёсткостью, обеспечивающей с достаточной точностью проектируемую форму отражающей поверхности рефлектора.

Приведённой дифференциальной постановке соответствует эквивалентная вариационная постановка в виде принципа виртуальной работы [3]:

$$\int_V \left\{ (\sigma^{(0)ij} + a^{ij\alpha\beta}(e_{\alpha\beta} - e_{\alpha\beta}^T)) \delta e_{ij} - \mathbf{P} \delta \mathbf{r} + \rho \left(\frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial t^2} \right) \delta \mathbf{r} \right\} dV = 0,$$

где $\delta \mathbf{r}$ — вариация вектора перемещений; $\mathbf{P}$ — вектор массовых сил; t — время. На части поверхности S_u заданы нулевые перемещения, что соответствует закреплению конструкции. Аналитическое решение подобных задач не представляется возможным.

Для получения численного решения задачи о напряжённо-деформированном состоянии рефлектора использовался метод конечных элементов [4]. Решение проводилось методом конечных элементов, реализованным в программном комплексе ANSYS. Средствами ANSYS была построена геометрическая и конечно-элементная модели космического рефлектора с фермой натяжения (рис. 1).

Рис. 1. Конечно-элементная модель рефлектора

Влияние температурных нагрузок на напряжённо-деформированное состояние конструкции моделировалось через зависимость напряжений от деформаций внутри каждого конечного элемента. Решение подобной нелинейной задачи позволяет получить равновесную форму отражающей поверхности и напряжённо-деформированное состояние. Методика решения нелинейной задачи основывалась на ранее разработанной методике для зонтичных рефлекторов [5].

В качестве обобщённой меры отклонения отражающей поверхности рефлектора в равновесном состоянии использовалось среднеквадратическое значение отклонений (СКО) полученной расчётной поверхности в узлах конечно-элементной сетки от поверхности соответствующего параболоида.

2. Электродинамическое моделирование. Определение основных радиотехнических характеристик антенн связано с получением выражения для электромагнитного поля в дальней зоне, когда источниками поля являются заданные сторонние токи $\mathbf{j}$ на отражающей поверхности рефлектора [7].

Система уравнений Максвелла имеет вид

$$\begin{aligned}\operatorname{rot} \mathbf{H} &= -i\omega\epsilon \mathbf{E} + \mathbf{j}, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= i\omega\mu \mathbf{H}.\end{aligned}$$

Токовый метод определения направленных свойств антенны базируется на известном распределении поверхностных токов на внутренней поверхности зеркала. Вектор плотности тока с учётом коэффициента отражения в данной точке поверхности зеркала можно определить с учётом ориентации векторов $\mathbf{H}$ в падающей и отраженной волнах по формуле

$$\mathbf{j}_s = [\mathbf{n}_0 \mathbf{H}] R(\sigma),$$

где $\mathbf{j}_s$ — вектор плотности поверхностного тока в данной точке зеркала; $\mathbf{H}$ — вектор напряжённости магнитного поля, создаваемого падающей волной облучателя в данной точке на поверхности зеркала; $\mathbf{n}_0$ — орт нормали к поверхности зеркала в этой же точке; $R(\sigma)$ — коэффициент отражения, зависящий от напряжения σ , реализующегося в отражающей поверхности из сетеполотна.

Напряжённость первичного магнитного поля облучателя определяется по формуле

$$\mathbf{H} = \mathbf{B} \frac{e^{-i\beta r}}{r},$$

где $\mathbf{B}$ — величина, не зависящая от r и характеризующая направленные свойства облучателя; r — расстояние от фазового центра облучателя до точки, в которой определяется поле. Для построения картины токов, возникающих на отражающей поверхности рефлектора под влиянием поля облучателя, необходимо знать распределение вектора $\mathbf{B}$ в пространстве, то есть векторную диаграмму направленности (ДН) облучателя.

Зная распределение тока на поверхности зеркала, можно определить направленные свойства параболической антенны. Для этого необходимо проинтегрировать по всей поверхности зеркала выражение для напряжённости поля, создаваемого элементом поверхности зеркала, рассматривая его как элементарный электрический вибратор.

Поле излучения параболоида можно представить в виде

$$E = -\frac{iZ_b \sin \gamma_x}{2r\lambda} e^{-i\beta r} \int_{S_a} j_{sx} \exp(-iq) dS,$$

где S_a — поверхность параболоида, используемая в качестве антенны; E — напряжённость поля, созданного токами основной поляризации. Угол q определяется относительно луча, идущего прямо от облучателя до точки приёма.

Диаграмма направленности параболической антенны с круглым симметричным относительно фокальной оси раскрывом в секторе направлений, близких к направлению максимального излучения, определяется соотношением

$$F(\theta) = \int_0^{\psi_0} \int_0^{2\pi} j_{sx} \frac{\sin \frac{\psi}{2}}{\cos^4 \frac{\psi}{2}} \exp \left(-i2\beta f \sin \theta \operatorname{tg} \frac{\psi}{2} \cos(\delta - \varphi) \right) d\varphi d\psi.$$

Для расчёта радиотехнических характеристик применялся пакет FEKO — система 3D электромагнитного моделирования. Идеальная и деформированная модели рефлектора были импортированы из программного комплекса ANSYS в программный комплекс FEKO при помощи файла ASCII.

3. Результаты механического и электродинамического анализов. В результате механического моделирования было получено напряжённое деформированное состояние рефлектора, позволяющее говорить о достаточной равномерности натяжения сетеполотна и, соответственно, о возможных незначительных отклонениях величины коэффициента отражения радиоволн от оптимального значения (рис. 2). Полученные результаты согласуются с результатами работы [6].

Рис. 2. Интенсивность напряжения отражающей поверхности, Па

Одной из основных характеристик антенн является диаграмма направленности — зависимость излучаемого поля от положения точки наблюдения. Сечения остронаправленных ДН удобнее и точнее изображать в прямоугольной системе координат, поскольку угловой масштаб здесь может быть выбран произвольно в соответствии с шириной ДН.

На рис. 3 приведены диаграммы направленности идеальной параболической поверхности и расчётной равновесной формы отражающей поверхности для ободного рефлектора. Граничные условия соответствовали закреплению рефлектора в точках соединения со штангой от космического аппарата. Нагружение конструкции производилось температурным полем, которое привело к соответствующему деформированному состоянию отражающей поверхности рефлектора и изменению положения оси рефлектора. В полученных результатах ширина диаграммы направленности антенны для идеальной параболической поверхности равна $0^{\circ} 12' 00''$ при частоте 8,0 ГГц.

Рис. 3. Диаграммы направленности для идеальной параболической поверхности и расчётной равновесной формы отражающей поверхности рефлектора с учётом СКО: 1 — идеальный параболоид; 2 — СКО = 0,5 мм; 3 — СКО = 2,0 мм; 4 — СКО = 6,5 мм

В результате вычислений можно сделать вывод, что при увеличении СКО от параболического профиля диаграмма направленности существенно отличается от идеальной диаграммы.

Во-первых, увеличивается ширина диаграммы направленности от $0^\circ 12' 00''$ до $0^\circ 18' 00''$; во-вторых, возрастают боковые лепестки; в-третьих, происходит смещение главного лепестка относительно центра; в-четвёртых, существенно падает коэффициент усиления с 35 Дб до 25 Дб.

Расчёт диаграммы направленности и других характеристик антенны, основанный на приближённом определении распределения токов на её рабочей поверхности, обеспечивает достаточно точные результаты в пределах главного лепестка антенны и прилегающих к нему боковых лепестков.

В связи с тем, что за рубежом активно развивается направление надувных конструкций, отверждаемых в космосе, была поставлена задача о моделировании таких рефлекторов. Для моделирования в плане конструкции была выбрана проектная модель 50-ти метровой надувной антенны, разрабатываемой L'Garde, Inc., с куполом, под низким давлением, изготовленным из лавсановой пленки толщиной $6,5 \cdot 10^{-6}$ м, торусом под высоким давлением и тремя стойками под высоким давлением. Соединение купола с торусом при помощи растяжек позволило обеспечить требуемые характеристики отражающей поверхности рефлектора.

Следует отметить работы по исследованию подобных конструкций. Задача о колебании обода (торуса) большой космической антенны рассматривается в работах А.В. Лопатина и М.А. Рутковской [8].

4. Краевые условия для надувных конструкций рефлекторов. Для конструкций рефлектора граничные условия в перемещениях задаются на части поверхности S_u конструкции рефлектора, где имеет место крепление к космическому аппарату:

$$u_i = \bar{u}_i;$$

на внешней части поверхности конструкции S_p в условиях космического пространства

$$\sigma^{\theta j} n_j (\delta_{ij} + u_{i,j}) = 0.$$

При моделировании наземных условий использовались соотношения

$$\sigma^{\theta j} n_j (\delta_{ij} + u_{i,j}) = p_a,$$

где p_a — атмосферное давление на поверхности Земли.

Таким образом, при известном температурном поле в элементах конструкции рефлектора задача механики деформируемого твёрдого тела считается поставленной в замкнутой форме, так как количество определяемых функций перемещений соответствует количеству разрешающих уравнений.

Для надувных конструкций на внутренних поверхностях надувных элементов, где действует давление газа p , имеет место краевое условие

$$\sigma^{\theta j} n_j (\delta_{ij} + u_{i,j}) = p_j.$$

В приведённой постановке исходным состоянием является конфигурация рефлектора с нулевыми напряжениями в элементах конструкции. После задания требуемых краевых условий в элементах конструкции получается напряжённая конфигурация, находящаяся в состоянии статического равновесия и обеспечивающая с достаточной точностью проектируемую форму отражающей поверхности рефлектора. Аналитическое решение подобных задач представляется затруднительным. Для получения приближенных численных решений выгоднее опираться на вариационные постановки. Приведенной дифференциальной постановке соответствует эквивалентная вариационная постановка в виде принципа виртуальной работы:

$$\int_V \left\{ (\alpha^{ij\alpha\beta} (e_{\alpha\beta} - e_{\alpha\beta}^T)) \delta e_{ij} - \mathbf{P} \delta \mathbf{r} \right\} dV - \int_{S_p} \mathbf{F} \delta \mathbf{r} = 0,$$

где $\delta \mathbf{r}$ — вариация вектора перемещений; $\mathbf{P}$ — вектор массовых сил; $\mathbf{F}$ — вектор поверхностных сил. На части поверхности S_u заданы нулевые перемещения, что соответствует закреплению конструкции.

5. Моделирование. Для решения поставленной задачи использован метод конечных элементов [4]. Так как основным фактором для зеркальных антенн является форма отражающей поверхности, то основное внимание направлено на центральную купольную часть надувного рефлектора. Построенная в программном комплексе ANSYS конечно-элементная трёхмерная модель купола надувного космического рефлектора даёт возможность оценить перемещения точек отражающей поверхности при надувании купола рефлектора. На рис. 4 приведены графики, на которых изображены перемещения точек отражающей поверхности в зависимости от радиуса конструкции при одинаковом

Рис. 4. Зависимости относительных перемещений u_z точек отражающей поверхности от радиуса r конструкции: ось Y — перемещения, отнесённые к радиусу конструкции; ось X — безразмерный радиус; давление $p = 10$ Па; толщина плёнки — $h = 0,0009$ м; a — радиус конструкции

Рис. 5. Краевые искажения отражающей поверхности надувного рефлектора при внутреннем давлении 10 Па (для наглядности перемещения увеличены в 2 раза)

Рис. 6. Зависимость напряжений в надувном куполе от приложенной в радиальном направлении растягивающей силы в двумерном случае

значении давления в куполе и одинаковой толщине материала, из которого он изготовлен.

При надувании подобных конструкций в материале возникают сжимающие напряжения, приводящие к искажению формы отражающей поверхности на краю купола, что показано на рис. 5. Чтобы избежать искажения отражающей поверхности по периметру надувного купола, в радиальном направлении прикладывается внешняя растягивающая сила F , которая в реальной конструкции есть силовое воздействие от окружающего тора.

При введении данной силы видно, что напряжения в материале купола стали уменьшаться, что и проиллюстрировано на рис. 6. Здесь напряжения отнесены к модулю упругости E с целью обезразмеривания величины.

6. Результаты моделирования. Результаты компьютерного моделирования показывают, что для оболочечных надувных конструкций имеет место масштабный фактор. Одной стороной его проявления является то, что при увеличении диаметра рефлектора мы наблюдаем увеличение перемещений точек купола рефлектора (рис. 4), приводящее к увеличению отклонений от заданной формы. Другой стороной масштабного фактора является рост напряжений в материале купола при увеличении размеров конструкции, что ведет к большей потере формы, особенно по краю купола (рис. 5). Ввиду таких изменений формы отражающей поверхности приходим к выводу, что необходим учёт этих факторов при раскрое и создании купола для обеспечения требуемых геометрических параметров. С этой же целью введена внешняя радиальная погонная сила, моделирующая силовое воздействие окружающего тора. Проведенный анализ необходимой величины этой силы для формирования нужных растягивающих напряжений позволяет получить требуемую форму отражающей поверхности.

Заключение. На основе связанной задачи механики деформируемого твердого тела и электродинамики реализована комплексная методика компьютерного моделирования ободных трансформируемых космических рефлекторов, позволяющая более точно учитывать форму и напряжённость отражающей сетчатой поверхности. Компьютерное моделирование позволяет сократить объём экспериментальных работ при создании оптимальных конструкций космических рефлекторов и прогнозировать эффективность функционирования их в условиях космического пространства.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Ruze, J. Antenna Tolerance Theory — A Review [Text] / J. Ruze // Proc. of the IEEE. — 1966. — Vol. 54. — P. 633–640.
2. Гряник, М. В. Развертываемые зеркальные антенны зонтичного типа [Текст] / М. В. Гряник, В. И. Ломан. — М.: Радио и связь, 1987. — 72 с.
3. Сахаров, А. С. Метод конечных элементов в механике твердых тел [Текст] / А. С. Сахаров, И. Альтенбах. — Киев: Вища школа, 1982. — 480 с.
4. Зенкевич, О. Метод конечных элементов в технике [Текст] / О. Зенкевич. — М.: Мир, 1975. — 541 с.
5. Моделирование температурных деформаций рефлекторов космических аппаратов [Текст] / В. Г. Бутов, С. В. Пономарев [и др.] // Физика. — 2004. — № 10. (Приложение) — С. 10–18.
6. Усманов, Д. Б. Моделирование напряжённо-деформированного состояния крупногабаритного трансформируемого рефлектора: Диссерт. ... к.ф.-м.н. — Томск, 2006. — 179 с.
7. Дмитриев, В. И. Численные методы решения задач синтеза излучающих систем [Текст] / В. И. Дмитриев, Н. И. Березина. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1986. — 112 с.
8. Лопатин, А. В. Оценка жёсткости обода большой космической антенны [Текст] / А. В.

Лопатин, М. А. Рутковская / В сб.: Королевские чтения. Тез. докл. Всерос. молодеж. науч. конф. — Самара: СНЦ РАН, 2003. — Т. 1. — С. 22–23.

Поступила в редакцию 29/VI/2008;
в окончательном варианте — 17/X/2008.

MSC: 74K25, 74K35, 74S05

COMPUTER MODELING OF ADVANCED SPACE REFLECTORS

A. V. Bel'kov¹, A. S. Evdokimov¹, S. V. Ponomarev¹, D. B. Usmanov²

¹ Scientific Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics
by Tomsk State University,
634050, Tomsk, Lenina prosp., 36.

² JSC "Information Satellites Systems Reshetnev Company",
662972, Zheleznogorsk, Lenin str., 52.

E-mails: khirurg@sibmail.com, eas1985@mail.ru, psvh@psy.tsu.ru

Complex technique of computer modeling for truss-tension reflectors, based on the interconnection of tasks of deformed firm body mechanics and electrodynamics, and also computer modeling of intensively-deformed condition of an expandable construction of a space reflector.

Key words: computer modelling, reflector, method of final elements, intense-deformed condition, pattern, gain.

Original article submitted 29/VI/2008;
revision submitted 17/X/2008.

Bel'kov Alexey Viktorovich, Younger Scientific Researcher of the Scientific Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics by Tomsk State University.

Evdokimov Alexandr Semenovich, Younger Scientific Researcher of the Scientific Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics by Tomsk State University.

Ponomarev Sergey Vasil'evich, Ph. D. (Phis. & Math.), Scientific Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics by Tomsk State University.

Usmanov David Bisenovich, Main Expert of the JSC "Information Satellites Systems Reshetnev Company".