Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

М. Н. Саушкин, О. С. Афанасьева, Схема «мягкого нагружения» для расчёта релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое цилиндра при ползучести, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2008, выпуск 2(), 133–142

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu620>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.81.137.203

26 апреля 2023 г., 14:45:42

УДК 539.376:539.4.014.13

СХЕМА «МЯГКОГО НАГРУЖЕНИЯ» ДЛЯ РАСЧЁТА РЕЛАКСАЦИИ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ПОВЕРХНОСТНО УПРОЧНЁННОМ СЛОЕ ЦИЛИНДРА ПРИ ПОЛЗУЧЕСТИ

М. Н. Саушкин, О. С. Афанасьева

Самарский государственный технический университет,
443100, Самара, ул. Молодогвардейская, 244.

E-mails: msaushkin@gmail.com; afa@pm.samgtu.ru

Изложен новый подход к решению задачи о релаксации остаточных напряжений в упрочнённом слое цилиндрического изделия, основанный на непосредственном численном решении возникающей краевой задачи. Получены расчётные формулы, на основании которых изложен алгоритм решения поставленной задачи. Приведены результаты расчёта и их сравнение с результатами, полученными по схеме «жёсткого нагружения».

Ключевые слова: цилиндрический образец, ползучесть, остаточные напряжения, релаксация остаточных напряжений, алгоритм расчёта.

Введение. Одним из способов повышения долговечности многих изделий является наведение сжимающих остаточных напряжений (ОН) в поверхностном слое (упрочнение). При этом повышение сопротивления усталости обусловлено главным образом сжимающими остаточными напряжениями в поверхностном слое [1–3]. Однако в процессе эксплуатации при высоких температурах вследствие ползучести происходит процесс релаксации ОН — уменьшение сжимающих напряжений по модулю на фоне реологического деформирования самой конструкции.

В работах [4, 5] была предложена методика решения этой задачи для растягиваемого упрочнённого цилиндрического образца, основанная на методе декомпозиции цилиндра на тонкий упрочнённый слой и «тело» конструкции и склейке решений краевых задач. При этом релаксация ОН рассчитывается в режиме «жёсткого нагружения» по заданным деформациям на поверхности цилиндра.

В настоящей работе предложен иной подход, основанный на непосредственном численном решении возникающей краевой задачи, для которой в качестве начального тензора ОН используется решение задачи об восстановлении ОН по одной экспериментально замеренной компоненте [3–6]. Кратко идею расчёта по этому подходу (назовём его схемой «мягкого нагружения») в условиях ползучести можно изложить следующим образом. В качестве исходного (первоначального) напряжённо-деформированного состояния используется состояние, возникающее в цилиндре после процедуры поверхностно пластического деформирования.

Далее осуществляется численное решение точной краевой задачи о ползучести растягиваемого стержня с заданными начальными полями остаточных напряжений и пластических деформаций, наведённых в процессе поверхностно пластического упрочнения, по схеме сложного напряжённого состояния.

*Саушкин Михаил Николаевич — доцент кафедры прикладной математики и информатики Самарского государственного технического университета; к.ф.-м.н., доцент.
Афанасьева Ольга Сергеевна — аспирант кафедры прикладной математики и информатики Самарского государственного технического университета.*

1. Основные положения. В любой момент времени t в цилиндрическом образце выполняются следующие соотношения (рассматривается цилиндрическая система координат r, θ, z , введённая естественным образом):

– уравнения равновесия:

$$r \frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} + \sigma_r(r, t) = \sigma_\theta(r, t); \quad (1)$$

$$\int_0^a \sigma_z(r, t) r dr = \frac{F(t)}{2\pi}, \quad (2)$$

где $\sigma_r(r, t)$, $\sigma_\theta(r, t)$, $\sigma_z(r, t)$ — радиальная, окружная и осевая компоненты напряжения в цилиндре; $F(t)$ — приложенная к цилиндрическому образцу продольная сила;

– уравнения совместности деформаций:

$$r \frac{d\varepsilon_\theta(r, t)}{dr} + \varepsilon_\theta(r, t) = \varepsilon_r(r, t), \quad (3)$$

где $\varepsilon_r(r, t)$, $\varepsilon_\theta(r, t)$ — радиальная и окружная компоненты тензора полных деформаций;

– гипотеза плоских сечений:

$$\varepsilon_z(r, t) = \varepsilon_z^0(t), \quad (4)$$

где $\varepsilon_z(r, t)$ — осевая компонента тензора полных деформаций.

Здесь и далее считается, что касательные компоненты у тензоров напряжений и деформаций равны нулю.

В работе используется гипотеза разделимости деформаций [7–9], согласно которой полная деформация ε_{ij} в общем виде представляется следующим образом:

$$\varepsilon_{ij} = e_{ij} + e_{ij}^p + p_{ij},$$

где e_{ij} , e_{ij}^p , p_{ij} — упругая, пластическая деформации и деформация ползучести, соответственно. Необратимые деформации e_{ij}^p и p_{ij} , вообще говоря, можно рассчитывать по любой теории, адекватно описывающей соответствующие экспериментальные данные. В настоящей работе для их расчёта используется энергетический вариант реологических уравнений состояния [7–9], которые в силу своей громоздкости в статье не приводятся.

2. Исходное напряжённо-деформированное состояние цилиндра после поверхностно пластического деформирования. При поверхностно пластическом упрочнении цилиндрического образца в его поверхностном слое наводятся поля пластических деформаций $q_i(r)$ и соответствующие им остаточные напряжения $\sigma_i^{\text{res}}(r)$ ($i = r, \theta, z$).

Будем считать, что сразу после упрочнения к цилиндру приложена продольная растягивающая сила $F_0 = \sigma_{z0}\pi a^2$. Здесь a — радиус цилиндра, σ_{z0} — осевая нагрузка, соответствующая приложенной силе. В этом случае полные деформации $\varepsilon_i(r)$ в цилиндре представляются в виде

$$\begin{aligned} \varepsilon_r(r) &= \frac{\sigma_r^{\text{res}}(r) - \mu(\sigma_\theta^{\text{res}}(r) + \sigma_z^{\text{res}}(r) + \sigma_{z0})}{E} + q_r(r), \\ \varepsilon_\theta(r) &= \frac{\sigma_\theta^{\text{res}}(r) - \mu(\sigma_r^{\text{res}}(r) + \sigma_z^{\text{res}}(r) + \sigma_{z0})}{E} + q_\theta(r), \\ \varepsilon_z(r) &= \frac{\sigma_z^{\text{res}}(r) + \sigma_{z0} - \mu(\sigma_r^{\text{res}}(r) + \sigma_\theta^{\text{res}}(r))}{E} + q_z(r). \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь E — модуль Юнга, μ — коэффициент Пуассона.

Методика восстановления полей ОН $\sigma_i^{\text{res}}(r)$ и пластических деформаций (ПД) $q_i(r)$ ($i = r, \theta, z$) подробно изложена в работах [4–6]. При этом предполагается, что компоненты тензора пластических деформаций связаны следующим образом [4–6]:

$$q_\theta = q_z = -\frac{q_r}{2}. \quad (6)$$

Как было отмечено выше, при $\sigma_{z0} = 0$ величины $\varepsilon_i(r)$ и $\sigma_i^{\text{res}}(r)$ определяют исходное напряжённо-деформированное состояние, обозначаемое моментом времени $t = 0-0$. При ненулевой приложенной нагрузке ($\sigma_{z0} \neq 0$, $t = 0+0$) происходит «упругий скачок» напряжений и деформаций.

3. Напряжённо-деформированное состояние в цилиндре при ползучести.

При высоких температурах и нагрузке в цилиндрическом образце происходит перераспределение наведённых ОН за счёт деформаций ползучести. Для «наблюдения» за процессом релаксации необходимо из соответствующих уравнений состояния выразить компоненты напряжений.

Пусть в момент времени t компоненты тензора полной деформации представляются в виде суммы:

$$\varepsilon_i(r, t) = e_i(r, t) + q_i(r) + p_i(r, t), \quad i = r, \theta, z, \quad (7)$$

где $e_i(r, t)$ — упругая деформация, $q_i(r)$ — остаточная пластическая деформация, $p_i(r, t)$ — деформация ползучести. Для осевой компоненты ε_z из (4) и (7) имеем

$$e_z(r, t) + q_z(r) + p_z(r, t) = \varepsilon_z^0(t). \quad (8)$$

Для упругих деформаций запишем закон Гука:

$$e_r(r, t) = \frac{\sigma_r(r, t) - \mu(\sigma_\theta(r, t) + \sigma_z(r, t))}{E}, \quad (9)$$

$$e_\theta(r, t) = \frac{\sigma_\theta(r, t) - \mu(\sigma_r(r, t) + \sigma_z(r, t))}{E}, \quad (10)$$

$$e_z(r, t) = \frac{\sigma_z(r, t) - \mu(\sigma_r(r, t) + \sigma_\theta(r, t))}{E}. \quad (11)$$

Учитывая (11), из (8) находим

$$\frac{\sigma_z(r, t) - \mu(\sigma_r(r, t) + \sigma_\theta(r, t))}{E} + q_z(r) + p_z(r, t) = \varepsilon_z^0(t),$$

откуда

$$\sigma_z(r, t) = [\varepsilon_z^0(t) - q_z(r) - p_z(r, t)]E + \mu(\sigma_r(r, t) + \sigma_\theta(r, t)). \quad (12)$$

Вычитая из (9) уравнение (10), исключим компоненту σ_z :

$$e_r(r, t) - e_\theta(r, t) = \frac{1 + \mu}{E} [\sigma_r(r, t) - \sigma_\theta(r, t)]. \quad (13)$$

С учётом уравнения (1) соотношение (13) принимает вид

$$e_r(r, t) - e_\theta(r, t) = -\frac{1 + \mu}{E} \left(r \frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} \right). \quad (14)$$

Продифференцируем соотношение (10) по r :

$$\frac{de_\theta(r, t)}{dr} = \frac{1}{E} \left[\frac{d\sigma_\theta(r, t)}{dr} - \mu \left(\frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} + \frac{d\sigma_z(r, t)}{dr} \right) \right]. \quad (15)$$

Исключим теперь из (15) величину $\frac{d\sigma_z}{dr}$, используя (12) и условие $\frac{d\varepsilon_z^0(t)}{dr} = 0$. Тогда из (12) имеем

$$\frac{d\sigma_z(r, t)}{dr} = - \left(\frac{dq_z(r)}{dr} + \frac{dp_z(r, t)}{dr} \right) E + \mu \left(\frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} + \frac{d\sigma_\theta(r, t)}{dr} \right). \quad (16)$$

Подставляя теперь (16) в (15), находим

$$\begin{aligned} \frac{de_\theta(r, t)}{dr} = \frac{1 + \mu}{E} \left[(1 - \mu) \frac{d\sigma_\theta(r, t)}{dr} - \mu \frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} + \right. \\ \left. + \frac{\mu E}{1 + \mu} \left(\frac{dq_z(r)}{dr} + \frac{dp_z(r, t)}{dr} \right) \right]. \quad (17) \end{aligned}$$

Из уравнения (1) имеем

$$\frac{d\sigma_\theta(r, t)}{dr} = 2 \frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} + r \frac{d^2 \sigma_r(r, t)}{dr^2}. \quad (18)$$

Исключим из (17) величину $\frac{d\sigma_\theta}{dr}$ с использованием (18):

$$\begin{aligned} \frac{de_\theta(r, t)}{dr} = \frac{1 + \mu}{E} \left[r(1 - \mu) \frac{d^2 \sigma_r(r, t)}{dr^2} + (2 - 3\mu) \frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} + \right. \\ \left. + \frac{\mu E}{1 + \mu} \left(\frac{dq_z(r)}{dr} + \frac{dp_z(r, t)}{dr} \right) \right]. \quad (19) \end{aligned}$$

Из уравнения (3) с учётом (7) и (14) запишем

$$\begin{aligned} r \frac{de_\theta(r, t)}{dr} = - \frac{1 + \mu}{E} \left(r \frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} \right) + (q_r(r) - q_\theta(r)) + \\ + (p_r(r, t) - p_\theta(r, t)) - r \left(\frac{dq_\theta(r)}{dr} + \frac{dp_\theta(r, t)}{dr} \right). \quad (20) \end{aligned}$$

Подставляя теперь (19) в (20), с учётом (6) получаем обыкновенное дифференциальное уравнение относительно σ_r :

$$r^2 \frac{d^2 \sigma_r(r, t)}{dr^2} + 3r \frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} = g(r, t) \quad (21)$$

с граничными условиями

$$\sigma_r(r, t) \Big|_{r=a} = 0; \quad \lim_{r \rightarrow 0} \frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} \Big|_{r=0} = 0. \quad (22)$$

Здесь

$$g(r, t) = \frac{E}{1 - \mu^2} \left[\frac{3}{2} q_r(r) + p_r(r, t) - p_\theta(r, t) - \right. \\ \left. - r \left(\frac{dp_\theta(r, t)}{dr} + \mu \frac{dp_z(r, t)}{dr} \right) + \frac{r}{2} (1 + \mu) \frac{dq_r(r)}{dr} \right]. \quad (23)$$

Решение (21) с учётом (22) записывается следующим образом:

$$\sigma_r(r, t) = - \int_r^a \frac{1}{\xi^3} \left(\int_0^\xi g(\eta, t) \eta d\eta \right) d\xi. \quad (24)$$

Зная σ_r , из (1) определяем

$$\sigma_\theta(r, t) = \sigma_r(r, t) + r \frac{d\sigma_r(r, t)}{dr}. \quad (25)$$

Для определения $\sigma_z(r, t)$ по (12) необходимо знать величину $\varepsilon_z^0(t)$. Подставляя (12) в (2), получаем уравнение для её определения, из которого имеем

$$\varepsilon_z^0(t) = \frac{1}{E} \sigma_{z0} + \frac{2}{a^2} \int_0^a \left[q_z(r) + p_z(r, t) - \frac{\mu}{E} (\sigma_r(r, t) + \sigma_\theta(r, t)) \right] r dr.$$

Теперь, зная $\varepsilon_z^0(t)$, из (12) находим σ_z :

$$\sigma_z(r, t) = [\varepsilon_z^0 - q_z(r) - p_z(r, t)] E + \mu [\sigma_r(r, t) + \sigma_\theta(r, t)]. \quad (26)$$

Таким образом, получены соотношения (25)–(26), определяющие кинетику напряжений в цилиндрическом образце при ползучести, причём $\sigma_i(r, 0) = \sigma_i^{\text{res}}(r)$ ($i = r, \theta, z$).

Деформации ползучести $p_i(r, t)$ ($i = r, \theta, z$) рассчитываются согласно схеме сложного напряжённого состояния по выбранной теории ползучести по напряжениям $\sigma_i(r, t)$. В момент времени $t = 0 + 0$ (учитывается упругий скачок) деформации рассчитываются по формулам (5).

4. Алгоритм расчёта релаксации остаточных напряжений. Приведём последовательность действий, необходимых для расчёта релаксации ОН, в виде следующего алгоритма.

0. Инициализация. Задаются радиус цилиндра, приложенная нагрузка, экспериментальные данные по ОН, параметры модели ползучести.

1. Радиус цилиндрического образца разбивается на n частей. Генерируется массив радиусов `radius[n+1]`. Рекомендуется использовать не равномерное разбиение, а сгущающееся в области высокого градиента ОН.

2. Выполняется методика восстановления полей ОН и ПД по экспериментальным данным, см. например [6]. Генерируются массивы ОН `sigmaR[n+1]`, `sigmaT[n+1]`, `sigmaZ[n+1]` и массивы остаточных ПД `qR[n+1]`, `qT[n+1]`, `qZ[n+1]`. Значения в массивах соответствуют значениям ОН и ПД, вычисленным по методике в соответствующих точках массива `radius[n+1]`.

3. Для учёта «упругого скачка» ко всем значениям массива `sigmaZ[n+1]` прибавляется величина приложенной к цилиндрическому образцу нагрузки σ_{z0} .

4. По формулам (5) рассчитываются массивы полных деформаций `EpsR[n+1]`, `EpsT[n+1]`, `EpsZ[n+1]`.

5. Создаются и обнуляются массивы деформаций ползучести $PR[n+1]$, $PT[n+1]$, $PZ[n+1]$.
6. Текущий момент времени $t=0$. Осуществляется вывод информации о напряжённом состоянии образца.
7. По напряжениям $\sigma_R[i]$, $\sigma_T[i]$, $\sigma_Z[i]$ в каждой точке дискретизации $radius[i]$ ($i=1, 0, \dots, n$) с шагом по времени dt по схеме сложного напряжённого состояния для выбранной модели ползучести рассчитываются приращения деформации ползучести dPR , dPT , dPZ , которые затем суммируются с деформациями ползучести $PR[i]$, $PT[i]$, $PZ[i]$.
8. Вычисляются значения функции $g(r, t)$ по формуле (23) и помещаются в массив $G[n+1]$.
9. По формуле (24) осуществляется перерасчёт радиальных напряжений, новые значения заносятся в массив $\sigma_R[n+1]$.
10. По формуле (25) осуществляется перерасчёт окружных напряжений, новые значения заносятся в массив $\sigma_T[n+1]$.
11. Вычисляется величина $\varepsilon_z^0(t)$. Затем по формуле (26) осуществляется перерасчёт осевых напряжений, новые значения заносятся в массив $\sigma_Z[n+1]$.
12. Текущий момент времени $t=t+dt$. Осуществляется вывод информации о напряжённом состоянии образца.
13. Выполняются пункты 7–12, пока не выполнится какое-либо условие остановки вычислений.

ЗАМЕЧАНИЕ. В настоящей работе вычисления останавливались, когда выполнялся критерий разрушения материала, предложенный в работе [9]. Согласно этому критерию остановка осуществляется, когда величина работы напряжений на деформациях ползучести становится больше определённой величины (константы материала). Предложенный алгоритм реализован на языке C++.

5. Результаты расчётов. В качестве иллюстрации предложенного алгоритма (по схеме «мягкого нагружения») был просчитан процесс релаксации ОН для цилиндрического образца радиуса $a = 3,76$ мм из сплава ЭИ698 (ХН73МБТЮ) при нескольких режимах нагружения.

В качестве исходной информации для восстановления полей ОН и ПД использовалась экспериментальная информация для значений $\sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ после процедуры упрочнения для цилиндрического образца из сплава ЭИ698 при $T = 20^\circ\text{C}$, представленная точками на рис. 1. Процесс релаксации ОН при $T = 700^\circ\text{C}$ по предложенной схеме осуществлялся по схеме сложного напряжённого состояния с учётом всех трёх стадий ползучести согласно реологической модели, подробно описанной в работах [5, 6, 9]. Реологические характеристики сплава ЭИ698 при $T = 700^\circ\text{C}$ приведены там же.

Характер перераспределения окружных ОН $\sigma_\theta^{\text{res}}(r, t)$ в упрочнённом слое цилиндрического образца при термоэкспозиции образца при $T = 700^\circ\text{C}$ (ненагруженное состояние, т. е. $\sigma_{z0} = 0$) показан на рис. 1. Для осевой компоненты $\sigma_z^{\text{res}}(r, t)$ имеет место тот же характер перераспределения, что и для окружных.

Расчёт образца при постоянной температуре в ненагруженном состоянии (термоэкспозиция) осуществлялся до 3 100 часов. В реальности процесс перераспределения ОН продолжается, пока все остаточные напряжения не станут близкими к нулю (исчезнут).

На рис. 2 показан характер перераспределения радиальной компоненты $\sigma_r^{\text{res}}(r, t)$ в упрочнённом слое цилиндрического образца при термоэкспозиции.

На рис. 3 сплошной линией показаны кривые релаксации ОН $\sigma_\theta^{\text{res}}(a, t)$, $\sigma_z^{\text{res}}(a, t)$ на поверхности цилиндрического образца ($r = a$). Здесь же для сравнения результатов пунктирными линиями показаны кривые релаксации, рассчитанные по схеме «жёсткого нагружения» [6, стр. 140].

Был выполнен расчёт релаксации ОН и для цилиндрического образца,

Рис. 1. Расчётные эпюры остаточных напряжений $\sigma_\theta^{\text{res}}$ в упрочнённом слое цилиндрического образца при термоэкспозиции (сплошные линии) и экспериментальные данные (точки) при $t = 0$ ч

Рис. 2. Расчётные эпюры остаточных напряжений σ_r^{res} в упрочнённом слое цилиндрического образца при термоэкспозиции

нагруженного продольной силой F . Приведём результаты при $\sigma_{0z} = \frac{F}{\pi a^2} = 450$ МПа. При других нагрузках получены аналогичные результаты.

Расчёт релаксации ОН при растягивающей нагрузке $\sigma_{0z} = 450$ МПа осуществлялся до тех пор, пока не выполнялся критерий разрушения материала. Отметим, что время разрушения образца (прекращения вычислений) совпало с временем разрушения цилиндрического образца, деформируемого при той же нагрузке без упрочнённого слоя, при этом кривые ползучести цилиндрического образца (изменение во времени осевых деформаций ползучести при $r = 0$ — внутри цилиндра) совпали. Таким образом, проверена гипотеза о том, что упрочнённый слой не влияет на жёсткость конструкции (её деформационные свойства), используемая в работах [4–6, 10] и других.

На рис. 4 сплошной линией показаны кривые релаксации ОН $\sigma_\theta^{\text{res}}(a, t)$, $\sigma_z^{\text{res}}(a, t)$ при нагрузке $\sigma_{0z} = 450$ МПа. Здесь же для сравнения результатов пунктирной линией показаны кривые релаксации, рассчитанные по схеме «жёсткого нагружения» [6, стр. 143]. Отметим, что на поверхности образца после процедуры ППД $\sigma_z^{\text{res}}(a, 0) \approx 600$ МПа, однако на рис. 4 кривые релаксации выходят не из этой точки. Это объясняется тем, что в момент времени $t = 0$ происходит «упругий скачок» напряжений, равный величине приложенной нагрузки σ_{0z} . «Скачок» на рис. 4 отмечен прямой «скобкой».

На рис. 5 показана эволюция остаточных напряжений $\sigma_z^{\text{res}}(r, t)$ при этой нагрузке. Здесь штриховой линией показана ($t = 0 - 0$ ч) эпюра после ППД,

Рис. 3. Кривые релаксации остаточных напряжений на внешнем слое цилиндрического образца при термоэкспозиции: сплошные линии — схема «мягкого нагружения»; пунктирные линии — схема «жёсткого нагружения»

Рис. 4. Кривые релаксации остаточных напряжений на внешнем слое цилиндрического образца при растягивающей нагрузке $\sigma_{0z} = 450$ МПа ($T = 700$ °C): сплошные линии — схема «мягкого нагружения»; пунктирные линии — схема «жёсткого нагружения»

которая при приложении нагрузки ($t = 0 + 0$ ч) совершает «упругий скачок». Эволюция ОН $\sigma_\theta^{\text{res}}(r, t)$ аналогична эпюрам, представленным на рис. 5 без «упругого скачка» напряжений.

При всех нагрузках ($F \neq 0$) во время окончания расчёта процесса релаксации ОН окружная компонента $\sigma_\theta^{\text{res}}$ на поверхности цилиндра была равна нулю, а осевая σ_z^{res} — приложенной к цилиндру нагрузке, то есть к моменту разрушения образца наведённые ОН полностью исчезают.

Как отмечалось выше, расчёт релаксации ОН проводился с учётом всех трёх стадий ползучести. Если учитывать только вторую стадию (установившуюся ползучесть), то с течением времени напряжённое состояние должно стать равномерным (не зависеть от радиуса), а значение компоненты остаточных напряжений $\sigma_z^{\text{res}}(a, t)$ на поверхности цилиндра должно асимптотически приближаться к значению приложенной растягивающей нагрузке σ_{0z} . Для проверки этого факта был выполнен расчёт только для первой и второй стадии ползучести (в реологических соотношениях модели [6, 9] параметр повреждённости материала ω полагался равным нулю); из результатов расчёта для компоненты σ_z^{res} , представленных на рис. 6, видно, что это действительно так. «Упругий скачок» здесь также отмечен прямой «скобкой».

Сравнение результатов расчётов, полученных по схемам «мягкого нагружения» и «жёсткого нагружения», показывает, что они существенно отлича-

Рис. 5. Расчётные эпюры остаточных напряжений σ_z^{res} в упрочнённом слое цилиндрического образца при растягивающей нагрузке $\sigma_{0z} = 450$ МПа ($T = 700^\circ\text{C}$)

Рис. 6. Расчётные эпюры остаточных напряжений σ_r^{res} в упрочнённом слое цилиндрического образца при растягивающей нагрузке $\sigma_{0z} = 450$ МПа ($T = 700^\circ\text{C}$) с учётом только двух стадий ползучести

ются — происходит расслоение кривых релаксации. Таким образом, для оценки эффективности процедуры наведения остаточных напряжений получены две оценки: верхняя (по схеме «жёсткого нагружения») и нижняя (по схеме «мягкого нагружения»).

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 07-01-00478-а).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Павлов, В. Ф. Остаточные напряжения и сопротивление усталости упрочнённых деталей с концентраторами напряжений [Текст] / В. Ф. Павлов, В. А. Кирпичёв, В. Б. Иванов. — Самара: Изд-во СНЦ, 2008. — 64 с.
2. Павлов, В. Ф. Влияние характера распределения остаточных напряжений по толщине поверхностного слоя детали на сопротивление усталости [Текст] / В. Ф. Павлов // Из-

- вестия вузов. Машиностроение. — 1987. — № 7. — С. 3–6.
3. *Остаточные напряжения*: [Текст] / Ж. А. Мрочек, С. С. Макаревич, Л. М. Кожуро и др. — Мн.: Технопринт, 2003. — 352 с.
 4. *Радченко, В. П.* Математические модели восстановления и релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое цилиндрических элементов конструкций при ползучести [Текст] / В. П. Радченко, М. Н. Саушкин // Изв. вузов. Машиностроение. — 2004. — № 11. — С. 3–17.
 5. *Радченко, В. П.* Расчёт релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое цилиндрического изделия в условиях ползучести [Текст] / В. П. Радченко, М. Н. Саушкин // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. — 2001. — № 12. — С. 61–73.
 6. *Радченко, В. П.* Ползучесть и релаксация остаточных напряжений в упрочнённых конструкциях [Текст] / В. П. Радченко, М. Н. Саушкин. — М.: Машиностроение-1, 2005. — 226 с.
 7. *Радченко, В. П.* Энергетический вариант одноосной теории ползучести и длительной прочности [Текст] / В. П. Радченко // ПМТФ. — 1991. — № 4. — С. 172–179.
 8. *Радченко, В. П.* Феноменологическая реологическая модель и критерий разрушения металлов при одноосном напряжённом состоянии [Текст] / В. П. Радченко, Е. К. Кичаев // Пробл. прочности. — 1991. — № 11. — С. 13–19.
 9. *Радченко, В. П.* Математическая модель неупругого деформирования и разрушения металлов при ползучести энергетического типа [Текст] / В. П. Радченко // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. — 1996. — № 4. — С. 43–63.
 10. *Саушкин, М. Н.* Схема расчёта полей остаточных напряжений в цилиндрическом образце с учётом организации процесса поверхностного пластического деформирования [Текст] / М. Н. Саушкин, О. С. Афанасьева, Е. В. Дубовова, Е. А. Просвиркина // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. — 2008. — № 1(16). — С. 85–89.

Поступила в редакцию 18/IX/2008;
в окончательном варианте — 11/X/2008.

MSC: 74A10, 74S30

“SOFT LOADING” SCHEME FOR CALCULATION OF RESIDUAL STRESSES RELAXATION IN SUPERFICIALLY STRENGTHENED LAYER OF THE CYLINDER AT CREEP CONDITIONS

M. N. Saushkin, O. S. Afanas'eva

Samara State Technical University,
443100, Samara, Molodogvardeyskaya str., 244.

E-mails: msaushkin@gmail.com; afa@pm.samgtu.ru

New approach to solution of a problem of residual stresses relaxation in the strengthened layer of cylindrical sample is proposed based on the direct numerical solution of a generated value boundary problem. Design formulas on which basis are received the algorithm of the decision put problems is stated. Calculation results and their comparison with the results received within “rigid loading” scheme are quoted.

Key words: *cylindrical sample, creep, residual stresses, relaxation of residual stresses, calculating algorithm.*

Original article submitted 18/IX/2008;
revision submitted 11/X/2008.

*Saushkin Mikhail Nikolaevich, Ph. D. (Phis. & Math.) Assist. Prof., Dept. of Applied Mathematics and Computer Science of Samara State Technical University.
Afanas'eva Ol'ga Sergeevna, Postgraduate Student, Dept. of Applied Mathematics and Computer Science of Samara State Technical University.*