Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. С. Мелентьев, А. В. Цапаев, Методы оценки погрешности определения параметров линейных электрических цепей из-за несоответствия модели реальному переходному процессу, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2009, выпуск 1(), 142–148

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu625>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.174.149.18

26 апреля 2023 г., 13:48:49

УДК 621.317.33

МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ПОГРЕШНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ, ОБУСЛОВЛЕННОЙ ОТКЛОНЕНИЕМ РЕАЛЬНОГО ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА ОТ ИСПОЛЪЗУЕМОЙ МОДЕЛИ

В. С. Мелентьев, А. В. Цапаев

Самарский государственный технический университет,
443100, Самара, ул. Молодогвардейская, 244.

E-mail: vs_mel@mail.ru

Рассматриваются различные подходы к оценке результирующей погрешности определения параметров линейных электрических цепей по отдельным мгновенным значениям, обусловленной отклонением реального переходного процесса от используемой модели. Приводятся результаты сравнительного анализа различных методов оценки результирующей погрешности, которые позволяют выбирать области их применения.

Ключевые слова: модель, параметры электрических цепей, погрешность, переходный процесс, постоянная времени.

Существуют задачи измерения, контроля и испытаний, в которых вид сигнала строго обусловлен физическими законами исследуемых явлений, а погрешности измерений пренебрежимо малы. Такими, например, очень часто являются переходные процессы в линейных электрических цепях. Характер процесса однозначно определяется параметрами цепи, а мгновенные значения напряжения или тока могут быть измерены современными средствами с очень высокой точностью. По принципу анализа свойств переходных процессов работают системы испытаний и контроля блоков электронной аппаратуры и электротехнического оборудования.

В настоящее время получили распространение методы, основанные на определении параметров линейных электрических цепей (ПЛЭЦ) по мгновенным значениям переходного процесса, возникающего при подключении к измерительной цепи напряжения постоянного тока [1]. Реализация таких методов обеспечивает значительное сокращение времени измерения ПЛЭЦ, поскольку оно не зависит от постоянной времени цепи.

Методы определения ПЛЭЦ по мгновенным значениям нескольких переходных процессов направлены, в первую очередь, на дальнейшее сокращение времени измерения. Для этого формируются два переходных процесса на средних точках двух измерительных цепей или на известном и неизвестном элементах измерительной цепи (ИЦ).

В реальных условиях при определении ПЛЭЦ часто приходится иметь дело не с отдельными элементами, а с двухполюсной электрической цепью, схема замещения которой содержит не только элемент, параметр которого подлежит преобразованию, и образцовый элемент, но и ряд других элементов, параметры которых в подобных случаях обычно называют паразитными.

Мелентьев Владимир Сергеевич — зав. кафедрой информационно-измерительной техники; д.т.н., доцент.

Цапаев Алексей Владимирович — асп. кафедры информационно-измерительной техники.

Однако на практике нередки случаи, когда паразитные параметры двух-полусной электрической цепи имеют заранее известные постоянные или пренебрежимо малые значения, например, когда объектом преобразования является выходная величина емкостного, индуктивного преобразователя или преобразователя сопротивления. Это приводит к незначительному отклонению переходного процесса, возникающего в реальной ИЦ, от заложенного в модели.

В [2] предложены методы оценки степени этого отклонения и его влияния на погрешность определения ПЛЭЦ. Результаты использования данной методики при определении ПЛЭЦ по отдельным мгновенным значениям переходного процесса, возникающего в ИЦ при подключении к ней напряжения постоянного тока, приведены в [3].

В статье приводятся результаты оценки погрешности определения ПЛЭЦ по мгновенным значениям нескольких переходных процессов, обусловленной несоответствием модели виду реального переходного процесса.

Первый метод заключается в том, что на последовательную активно-ёмкостную или индуктивно-активную цепь, один из элементов которой известен, подают напряжение постоянного тока U_0 ; через образцовый интервал времени Δt с момента подачи напряжения одновременно измеряют мгновенные значения напряжений на элементах ИЦ относительно их общего вывода и определяют неизвестный элемент цепи по измеренным значениям [4].

Выражение для определения постоянной времени индуктивно-активной ИЦ τ_1 имеет вид

$$\tau_1 = -\frac{\Delta t}{\ln\left(\frac{U_1}{U_1 - U_2}\right)},$$

где $U_1 = -U_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right)\right]$ — мгновенное значение напряжения на активном сопротивлении, $U_2 = U_0 \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right)$ — мгновенное значение напряжения на индуктивности.

Недостатком данного метода и реализующих его средств измерений является непосредственная связь момента подачи напряжения на измерительную цепь с моментом начала измерения, что не всегда выполнимо в реальных условиях.

Этот недостаток устраняется в следующем методе измерения ПЛЭЦ [4], который заключается в том, что на последовательную активно-ёмкостную или индуктивно-активную цепь, один из элементов которой известен, подают напряжение постоянного тока; в произвольный момент времени одновременно измеряют первые мгновенные значения напряжений на элементах ИЦ относительно их общего вывода; через образцовый интервал времени с момента первого измерения одновременно измеряют вторые мгновенные значения напряжений на элементах ИЦ относительно общего вывода и определяют неизвестный элемент цепи по измеренным значениям.

В произвольный момент времени t_1 мгновенные значения напряжений на сопротивлении и индуктивности составляют величины

$$U_{11} = -U_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{t_1}{\tau_1}\right)\right], \quad U_{21} = U_0 \exp\left(-\frac{t_1}{\tau_1}\right).$$

Через временной интервал Δt мгновенные значения напряжений соответственно равны

$$U_{12} = -U_0 \left[1 - \exp \left(-\frac{t_1 + \Delta t}{\tau_1} \right) \right], \quad U_{22} = U_0 \exp \left(-\frac{t_1 + \Delta t}{\tau_1} \right).$$

Выражение для постоянной времени ИЦ имеет вид

$$\tau_1 = -\frac{\Delta t}{\ln \left[\frac{U_{22}(U_{21}-U_{11})}{U_{21}(U_{22}-U_{12})} \right]}.$$

Пусть имеется индуктивно-активная последовательная измерительная цепь, состоящая из катушки индуктивности и образцового резистора. Если при том же значении образцового резистора R_0 не учитывать активное сопротивление обмотки катушки индуктивности R_1 , то это приведёт к погрешности определения индуктивности L . Аналогичные погрешности имеют место, если модель не учитывает сопротивление соединительных проводников или его изменение при изменении температуры и т. д.

Учёт активного сопротивления обмотки R_1 приведёт к уменьшению постоянной времени цепи τ_1 . Если постоянная времени реальной цепи τ_2 , то мгновенные значения сигналов при реализации первого метода примут вид

$$U'_1 = -U_0 \left[1 - \exp \left(-\frac{\Delta t}{\tau_2} \right) \right], \quad U'_2 = U_0 \exp \left(-\frac{\Delta t}{\tau_2} \right),$$

для второго метода они запишутся как

$$\begin{aligned} U'_{11} &= -U_0 \left[1 - \exp \left(-\frac{t_1}{\tau_2} \right) \right], & U'_{21} &= U_0 \exp \left(-\frac{t_1}{\tau_2} \right), \\ U'_{12} &= -U_0 \left[1 - \exp \left(-\frac{t_1 + \Delta t}{\tau_2} \right) \right], & U'_{22} &= U_0 \exp \left(-\frac{t_1 + \Delta t}{\tau_2} \right). \end{aligned}$$

В соответствии с методикой оценки погрешности с помощью расчётного значения параметра реальной цепи относительная погрешность для обоих методов измерения ПЛЭЦ

$$\delta_L = \frac{L - L_p}{L_p} = -\frac{R_1}{R_0 + R_1}, \quad (1)$$

где L_p — расчётное значение индуктивности.

Анализ выражения (1) показывает, что зависимость δ_L от R_1/R_0 носит линейный характер.

Рассмотрим другую методику оценки с помощью определения погрешности измерения параметров как функции, аргументы которой заданы приближённо с погрешностью, соответствующей отклонению модели от реального сигнала. Как известно, погрешность вычисления значения какой-либо функции, аргументы которой заданы приближённо, может быть оценена с помощью дифференциала этой функции. Погрешность функции есть не что иное, как возможное приращение функции, которое она получит, если её аргументам дать приращения, равные их погрешностям. Если известны только

предельные абсолютные погрешности аргументов, то при вычислении дифференциалов необходимо для всех производных брать их абсолютные значения. В зависимости от того, как производится оценка отклонения модели от реального сигнала, возможны три подхода к определению погрешности [3].

Если считать, что предельные абсолютные погрешности аргументов соответствуют наибольшему отклонению параметров модели от реального переходного процесса $\Delta U_{\max}$, то абсолютные погрешности измерения индуктивности для первого и второго методов измерения соответственно запишутся как

$$\Delta L_1 = \left[|(L)'_{U_1}| + |(L)'_{U_2}| \right] \Delta U_{\max}; \quad (2)$$

$$\Delta L_2 = \left[|(L)'_{U_{11}}| + |(L)'_{U_{21}}| + |(L)'_{U_{12}}| + |(L)'_{U_{22}}| \right] \Delta U_{\max}. \quad (3)$$

В общем случае можно считать, что предельное значение

$$\Delta U_{\max} = \sup \left[U_0 \left| \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right) - \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right) \right| \right],$$

т. е. зависит от отношения τ_1/τ_2 и может быть вычислено путём решения уравнения $\left[\exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right) - \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right) \right]' = 0$.

Тогда предельные относительные погрешности измерения ПЛЭЦ в соответствии с (2) и (3)

$$\delta_{L1} = \frac{\tau_1}{\Delta t} \left| \exp\left(\frac{\ln \frac{\tau_2}{\tau_1} \frac{\tau_1}{R_0}}{\tau_2}\right) - \exp\left(\frac{\ln \frac{\tau_2}{\tau_1}}{\frac{R_1}{R_0}}\right) \right| \cdot \left| \frac{1}{\exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right)} \right|,$$

$$\delta_{L2} = \frac{\tau_1}{\Delta t} \left| \exp\left(\frac{\ln \frac{\tau_2}{\tau_1} \frac{\tau_1}{R_0}}{\tau_2}\right) - \exp\left(\frac{\ln \frac{\tau_2}{\tau_1}}{\frac{R_1}{R_0}}\right) \right| \cdot \left| \frac{1 + \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right)}{\exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right) \exp\left(-\frac{t_1}{\tau_1}\right)} \right|.$$

Если считать, что предельные абсолютные погрешности аргументов соответствуют отклонению модели от реального сигнала, определяемому через среднеквадратическую погрешность σ , то абсолютные погрешности измерения индуктивности для первого и второго методов измерения соответственно примут вид

$$\Delta L_1 = \left[|(L)'_{U_1}| + |(L)'_{U_2}| \right] \sigma, \quad (4)$$

$$\Delta L_2 = \left[|(L)'_{U_{11}}| + |(L)'_{U_{21}}| + |(L)'_{U_{12}}| + |(L)'_{U_{22}}| \right] \sigma. \quad (5)$$

Для первого метода измерения ПЛЭЦ квадрат среднеквадратической погрешности определяется следующим выражением:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{1}{T_{\text{и}}} \int_0^{T_{\text{и}}} \left[U_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right) - U_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right) \right]^2 dt = \\ &= \frac{U_0^2}{2T_{\text{и}}(\tau_1 + \tau_2)} \left\{ (\tau_2 - \tau_1)^2 - \tau_1 \tau_2 \left[\exp\left(-\frac{T_{\text{и}}}{\tau_2}\right) - \exp\left(-\frac{T_{\text{и}}}{\tau_1}\right) \right]^2 - \right. \end{aligned}$$

$$- \left[\tau_2 \exp\left(-\frac{T_{\text{и}}}{\tau_2}\right) - \tau_1 \exp\left(-\frac{T_{\text{и}}}{\tau_1}\right) \right]^2 \}, \quad (6)$$

где $T_{\text{и}}$ — время измерения.

Заменяя в (6) $T_{\text{и}}$ на Δt , с учётом (4) можно получить предельную относительную погрешность для первого метода измерения ПЛЭЦ:

$$\delta_{L1} = \frac{\tau_1}{\exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right) \sqrt{2\left(\frac{\tau_1}{\Delta t} + \frac{\tau_2}{\Delta t}\right)}} \left\{ \left(\frac{\tau_2^2}{\Delta t^2} - \frac{2\tau_1\tau_2}{\Delta t\Delta t} + \frac{\tau_1^2}{\Delta t^2} \right)^2 - \right. \\ \left. - \frac{\tau_1}{\Delta t} \frac{\tau_2}{\Delta t} \left[\exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_2}\right) - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right) \right]^2 - \right. \\ \left. - \left[\frac{\tau_2^2}{\Delta t^2} \exp\left(-\frac{2\Delta t}{\tau_2}\right) - \frac{\tau_1\tau_2}{\Delta t\Delta t} \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_2}\right) \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right) + \frac{\tau_1^2}{\Delta t^2} \exp\left(-\frac{2\Delta t}{\tau_1}\right) \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}.$$

Для второго метода измерения ПЛЭЦ квадрат среднеквадратической погрешности определяется следующим выражением:

$$\sigma^2 = \frac{1}{T_{\text{и}}} \int_{t_1}^{T_{\text{и}}} \left[U_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right) - U_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right) \right]^2 dt = \\ = \frac{U_0^2}{2T_{\text{и}}(\tau_1 + \tau_2)} \left\{ \tau_1\tau_2 \left[\exp\left(-\frac{t_1}{\tau_2}\right) - \exp\left(-\frac{t_1}{\tau_1}\right) \right]^2 + \right. \\ \left. + \left[\tau_2 \exp\left(-\frac{t_1}{\tau_2}\right) - \tau_1 \exp\left(-\frac{t_1}{\tau_1}\right) \right]^2 - \tau_1\tau_2 \left[\exp\left(-\frac{T_{\text{и}}}{\tau_2}\right) - \exp\left(-\frac{T_{\text{и}}}{\tau_1}\right) \right]^2 - \right. \\ \left. - \left[\tau_2 \exp\left(-\frac{T_{\text{и}}}{\tau_2}\right) - \tau_1 \exp\left(-\frac{T_{\text{и}}}{\tau_1}\right) \right]^2 \right\}. \quad (7)$$

Аналогично, заменяя в (7) $T_{\text{и}}$ на Δt и используя (5), для второго метода измерения ПЛЭЦ получим

$$\delta_{L2} = \frac{\tau_1}{\exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right) \sqrt{2\left(\frac{\tau_1}{\Delta t} + \frac{\tau_2}{\Delta t}\right)}} \left\{ \frac{\tau_1}{\Delta t} \frac{\tau_2}{\Delta t} \left[\exp\left(-\frac{t_1}{\tau_2}\right) - \exp\left(-\frac{t_2}{\tau_1}\right) \right]^2 + \right. \\ \left. + \frac{\tau_2^2}{\Delta t^2} \exp\left(-\frac{2t_1}{\tau_2}\right) - \frac{\tau_1\tau_2}{\Delta t\Delta t} \exp\left(-\frac{t_1}{\tau_2}\right) \exp\left(-\frac{t_1}{\tau_1}\right) + \frac{\tau_2^2}{\Delta t^2} \exp\left(-\frac{2t_1}{\tau_1}\right) - \right. \\ \left. - \frac{\tau_1}{\Delta t} \frac{\tau_2}{\Delta t} \left[\exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_2}\right) - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right) \right]^2 - \frac{\tau_2^2}{\Delta t^2} \exp\left(-\frac{2\Delta t}{\tau_2}\right) + \right. \\ \left. + \frac{\tau_1\tau_2}{\Delta t\Delta t} \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_2}\right) \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right) - \frac{\tau_1^2}{\Delta t^2} \exp\left(-\frac{2\Delta t}{\tau_1}\right) \right\} \cdot \left| \frac{1 + \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right)}{\exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right) \exp\left(-\frac{t_1}{\tau_1}\right)} \right|.$$

Если считать, что абсолютные погрешности аргументов соответствуют действительным разностям между мгновенными значениями реального сигнала и модели в соответствующих точках, то абсолютные погрешности из-

мерения индуктивности для первого и второго методов измерения соответственно составляют величины

$$\Delta L_1 = \Delta U_1(L)'_{U_1} + \Delta U_2(L)'_{U_2}, \quad (8)$$

$$\Delta L_2 = \Delta U_{11}(L)'_{U_{11}} + \Delta U_{21}(L)'_{U_{21}} + \Delta U_{12}(L)'_{U_{12}} + \Delta U_{22}(L)'_{U_{22}}, \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta U_1 &= \Delta U_2 = U_0 \left[\exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_2}\right) - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right) \right], \\ \Delta U_{11} &= \Delta U_{21} = U_0 \left[\exp\left(-\frac{t_1}{\tau_2}\right) - \exp\left(-\frac{t_1}{\tau_1}\right) \right], \\ \Delta U_{12} &= \Delta U_{22} = U_0 \left[\exp\left(-\frac{t_1 + \Delta t}{\tau_2}\right) - \exp\left(-\frac{t_1 + \Delta t}{\tau_1}\right) \right]. \end{aligned}$$

Относительные погрешности измерения индуктивности в соответствии с (8) и (9) имеют вид

$$\begin{aligned} \delta_{L1} &= \frac{\tau_1}{\Delta t} \frac{\exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_2}\right) - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right)}{\exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right)}, \\ \delta_{L2} &= \frac{\tau_1}{\Delta t} \left\{ \frac{2 \left[1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right) \right] \exp\left(-\frac{t_1}{\tau_1}\right) \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right) \left[\exp\left(-\frac{t_1}{\tau_1}\right) - \exp\left(-\frac{t_1}{\tau_2}\right) \right]}{\exp\left(-\frac{t_1}{\tau_1}\right) \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right)} - \frac{\exp\left(-\frac{t_1}{\tau_2}\right) \left[\exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_2}\right) - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right) \right]}{\exp\left(-\frac{t_1}{\tau_1}\right) \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right)} \right\}. \end{aligned}$$

Все подходы, которые используются при реализации методики оценки с помощью определения погрешности измерения параметров как функции, аргументы которой заданы приближённо с погрешностью, соответствующей отклонению модели от реального сигнала, дают завышенные оценки погрешности. Наиболее приемлемые результаты имеют место для третьего подхода, в котором абсолютные погрешности аргументов соответствуют действительным разностям между мгновенными значениями реального сигнала и модели. Однако реализация такого подхода вызывает затруднения, связанные с моделированием реального сигнала.

Кроме того, анализ показывает, что для метода определения ПЛЭЦ по мгновенным значениям переходных процессов на известном и неизвестном элементах, не связанным с моментом подключения напряжения к измерительной цепи, погрешность практически не зависит от момента начала измерения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №08-08-00288-а).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Мелентьев В. С. Методы и средства измерения параметров электрических цепей на постоянном токе. — Самара: СамГТУ, 2004. — 120 с.
2. Мелентьев В. С. Методы оценки влияния погрешностей, обусловленных несоответствием модели виду реального сигнала, на погрешность результата измерения // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Техн. науки*, 2006. — № 41. — С. 89–96.
3. Мелентьев В. С., Цапаев А. В. Методы оценки погрешности измерения параметров электрических цепей // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Техн. науки*, 2007. — № 1(19). — С. 90–95.
4. Батищев В. И., Мелентьев В. С. Аппроксимационные методы и системы промышленных измерений, контроля, испытаний, диагностики. — М.: Машиностроение-1, 2007. — 393 с.

Поступила в редакцию 24/X/2008;
в окончательном варианте — 09/II/2009.

MSC: 60G35

**METHODS OF ESTIMATION OF PARAMETERS DETERMINATION
INACCURACY OF THE LINEAR ELECTRIC CIRCUITS DUE TO
DISCREPANCY OF THE MODEL AND REAL CONNECTING
PROCESS**

V. S. Melentyev, A. V. Tzapaev

Samara State Technical University,
244, Molodogvardeyskaya str., Samara, 443100.
E-mail: vs_mel@mail.ru

Different approaches to estimation of resulting inaccuracy of the parameters determination of linear electric circuits are studied with the help of separate instant meanings, conditioned by deflection of the real connecting process from the model used. Results of the benchmark analysis of different methods of estimation of resulting inaccuracy are given, which allow choosing the area of their application.

Key words: model, parameters of electric circuits, inaccuracy, connecting process, time constant.

Original article submitted 24/X/2008;
revision submitted 09/II/2009.

*Melentyev Vladimir Sergeevich, Dr. Sci. (Techn.), Ass. Prof, Head of the Dept. of Information and Measuring Equipment.
Tzapaev Alexey Vladimirovich, Postgraduate Student, Dept. of Information and Measuring Equipment.*