Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. П. Радченко, М. Н. Саушкин, Расчет релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое цилиндрического изделия в условиях ползучести, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2001, выпуск 12, 61–73

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu63>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.80.73.141

26 апреля 2023 г., 15:56:30

Механика деформируемого твердого тела

УДК 539.376 + 621.787

В.П. Радченко, М.Н. Саушкин

РАСЧЕТ РЕЛАКСАЦИИ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ПОВЕРХНОСТНО-УПРОЧНЕННОМ СЛОЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ИЗДЕЛИЯ В УСЛОВИЯХ ПОЛЗУЧЕСТИ

Решена задача восстановления полей остаточных напряжений и пластических деформаций в поверхностно-упрочненном слое цилиндрического образца по схеме сложного напряженного состояния после процедуры поверхностно-пластического деформирования. Дан метод решения краевой задачи о релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненном слое цилиндрического изделия при его ползучести. Проведены результаты численных расчетов и выполнен детальный анализ рассматриваемых задач.

1. Постановка задачи. Ужесточение температурно-силовых условий работы конструктивных элементов и проблемы увеличения времени их эксплуатации приводят к развитию различных методов повышения долговечности деталей машин. Одним из таких методов является метод поверхностного пластического деформирования при нормальных и умеренных температурах, в результате применения которого в поверхностном слое детали возникают сжимающие остаточные напряжения. Наличие в поверхностном слое сжимающих остаточных напряжений обуславливает повышение сопротивления (в частности, усталости, трещиностойкости и т.д.) элементов конструкций, т.к. зарождение и развитие дефектов происходит, как правило, с поверхности изделий. Однако условия эксплуатации и реологические свойства материала оказывают существенное влияние на состояние упрочненного слоя: под действием нагрузок в результате ползучести цилиндрического образца происходит изменение величины остаточных напряжений [1–3].

В связи с изложенным, в настоящей работе ставятся следующие задачи:

- 1) разработать феноменологический метод восстановления полей остаточных напряжений и деформаций по схеме сложного напряженного состояния после применения поверхностного пластического упрочнения для цилиндрического образца;
- 2) разработать метод описания релаксации остаточных напряжений в поверхностно-упрочненном слое цилиндрического изделия на фоне ползучести самого цилиндрического образца.

2 Методика восстановления напряженно – деформируемого состояния в поверхностно – упрочненном слое цилиндрического изделия. Предположим, что в результате применения метода поверхностного пластического упрочнения в поверхностном слое цилиндрического образца наведены остаточные напряжения таким образом, что касательные остаточные напряжения либо отсутствуют, либо они являются малыми по сравнению с нормальными напряжениями. Вводя стандартную цилиндрическую систему координат r, q, z , обозначим через S_q^{res} , S_r^{res} , S_z^{res} окружное, радиальное и осевое остаточные напряжения (соответственно) в упрочненном слое цилиндрического образца.

Из этих напряжений экспериментально определить достаточно просто и надежно удастся только S_q^{res} [4-5]. Поэтому в работе рассматривается задача о вычислении напряжений $S_r^{\text{res}}(r)$ и $S_z^{\text{res}}(r)$, а также остаточных пластических деформаций с помощью информации об измеренном напряжении $S_q^{\text{res}}(r)$.

Из уравнения равновесия

$$r \frac{dS_r^{\text{res}}}{dr} + S_r^{\text{res}} = S_q^{\text{res}} \quad (1)$$

можно установить необходимые в дальнейшем свойства функций $s_q^{\text{res}}(r)$ и $s_r^{\text{res}}(r)$, а именно, что эпюра напряжений $s_q^{\text{res}}(r)$ должна быть самоуравновешенной:

$$\int_0^a s_q^{\text{res}}(r) dr = \int_0^a \frac{d}{dr} (r s_r^{\text{res}}(r)) dr = 0, \quad (2)$$

где a — радиус цилиндрического образца. Для получения (2) было использовано условие $s_r^{\text{res}}|_{r=a} = 0$, которое означает, что цилиндрический образец находится в естественном ненагруженном состоянии.

Р и с. 1. Схематические эпюры остаточных напряжений s_q^{res} и s_r^{res} .

Учитывая условие (2), из уравнения равновесия (1) для s_r^{res} можно получить выражение

$$s_r^{\text{res}}(r) = \frac{1}{r} \int_0^r s_q^{\text{res}}(z) dz. \quad (3)$$

Формула (3) позволяет вычислить $s_r^{\text{res}}(r)$ по измеренным значениям функции $s_q^{\text{res}}(r)$

Если обозначить

$$\lim_{r \rightarrow 0} s_q^{\text{res}}(r) = s_0, \quad (4)$$

то нетрудно показать, что и

$$\lim_{r \rightarrow 0} s_r^{\text{res}}(r) = s_0. \quad (5)$$

Из формул (1)–(5) следует, что эпюры напряжений $s_q^{\text{res}}(r)$ и $s_r^{\text{res}}(r)$ должны выглядеть так, как это схематически изображено на рис. 1.

Величина $s_z^{\text{res}}(r)$ может быть вычислена лишь с учетом остаточных пластических деформаций.

Пусть компоненты тензора полной деформации цилиндрического образца e_i^0 , приобретенные в результате поверхностного упрочнения, представлены в виде

$$e_i^0 = e_i^0 + q_i \quad (i = r, q, z), \quad (6)$$

где e_i^0 — тензор упругих деформаций, q_i — тензор остаточных пластических деформаций.

Процесс наведения в материале остаточных деформаций может быть организован по-разному. Если, например, бомбардировать поверхность изделия большим числом микрошариков по нормали к поверхности (радиус шарика значительно меньше радиуса цилиндрического образца), то деформации будут наводиться так же, как в полупространстве, т.е.

$$q_q = q_z. \quad (7)$$

С помощью условия несжимаемости при пластическом деформировании

$$q_z + q_q + q_r = 0$$

и гипотезы (7) легко установить, что

$$q_q = q_z = -\frac{q_r}{2}. \quad (8)$$

Подставляя в уравнение совместности деформаций

$$r \frac{dq_q}{dr} + e_q^0 = e_r^0 \quad (9)$$

соотношение (6) и учитывая (8), можно получить уравнение для окружной компоненты:

$$r \frac{dq_q}{dr} + 3q_q = e_r^0 - r \frac{de_q^0}{dr} - e_q^0. \quad (10)$$

Входящие в (10) упругие деформации нетрудно выразить через остаточные напряжения из закона Гука:

$$E e_r^0 = \sigma_r^{\text{res}} - \nu (\sigma_\theta^{\text{res}} + \sigma_z^{\text{res}}), \quad E e_\theta^0 = \sigma_\theta^{\text{res}} - \nu (\sigma_r^{\text{res}} + \sigma_z^{\text{res}}) \quad (11)$$

где ν — коэффициент Пуассона, E — модуль Юнга для рассматриваемого материала.

В соотношениях (11) наряду с уже известными напряжениями S_q^{res} и S_r^{res} входит неизвестная величина S_z^{res} . Для ее определения требуется ввести дополнительное предположение, в качестве которого принимается гипотеза плоских сечений для цилиндрического образца. Иными словами, считается, что плоские поперечные сечения цилиндрического образца до упрочнения остаются плоскими и после упрочнения, что характерно для не слишком коротких цилиндров. При этом очевидно

$$e_z^0(r) + q_z(r) = e_z^0 \quad (e_z^0 = \text{const}, \quad r \in [0; a]). \quad (12)$$

Условие (12) может нарушаться лишь вблизи свободных торцов цилиндра.

Выражая e_z^0 через напряжения подобно (11) и выполняя соответствующие преобразования, из (12) можно получить

$$S_z^{\text{res}}(r) = E(e_z^0 - q_z(r)) + n(S_r^{\text{res}}(r) + S_q^{\text{res}}(r)). \quad (13)$$

С помощью (13) из соотношений (11) можно исключить S_z^{res} :

$$\begin{aligned} E e_r^0 &= (1+n) \left[(1-n) S_r^{\text{res}} - n S_q^{\text{res}} \right] - E n (e_z^0 - q_z), \\ E e_r^0 &= (1+n) \left[(1-n) S_q^{\text{res}} - n S_r^{\text{res}} \right] - E n (e_z^0 - q_z), \end{aligned} \quad (14)$$

С учетом (8) и (14) уравнение (10) можно записать в виде:

$$r \frac{dq_q}{dr} + \frac{3}{1+n} q_q = g, \quad (15)$$

где

$$g(r) = \frac{S_r^{\text{res}}(r) - S_q^{\text{res}}(r)}{E} - \frac{r}{E} \left[(1-n) \frac{dS_q^{\text{res}}(r)}{dr} - n \frac{dS_r^{\text{res}}(r)}{dr} \right]. \quad (16)$$

Общее решение дифференциального уравнения (15) выглядит следующим образом:

$$q_q(r) = \frac{1}{r^{1+n}} \left[\int_0^r z^{\frac{2-n}{1+n}} g(z) dz + C \right]. \quad (17)$$

Поскольку при поверхностном упрочнении пластические деформации наводятся лишь на небольшой глубине, то в окрестности точки $r=a$ можно ввести следующую гипотезу: $\lim_{r \rightarrow 0} q_q(r) = 0$. Нетрудно показать, что в этом случае в (17) $C = 0$. И тогда, подставляя (16) в (17), получаем

$$\begin{aligned} q_q(r) &= \frac{1-2n}{E(1+n)r^{1+n}} \int_0^r z^{\frac{2-n}{1+n}} [S_r^{\text{res}}(z) + 2S_q^{\text{res}}(z)] dz - \\ &\quad - \frac{1}{E} [(1-n)S_q^{\text{res}}(r) - nS_r^{\text{res}}(r) - (1-2n)S_0] \end{aligned} \quad (18)$$

Теперь можно полностью восстановить поля остаточных пластических деформаций: согласно (18) вычисляется q_q , а затем в соответствии с (8) — q_r и q_z .

Для определения последней неизвестной величины $S_z^{\text{res}}(r)$, согласно (13), достаточно найти e_z^0 . Это можно сделать исходя из условия нулевого суммарного осевого усилия, действующего на образец:

$$\int_0^a r S_z^{\text{res}}(r) dr = 0.$$

Из последнего условия легко находится выражение для e_z^0 :

$$e_z^0 = \frac{2}{a^2} \int_0^a r \left(q_z(r) - \frac{n}{E} [S_r^{\text{res}}(r) + S_q^{\text{res}}(r)] \right) dr. \quad (19)$$

Вычислив согласно (19) величину e_z^0 , можно в соответствии с (13) однозначно определить функцию $S_z^{\text{res}}(r)$.

3. Расчет полей остаточных напряжений и пластических деформаций в поверхностно-упрочненном слое цилиндрического изделия. Изложим теперь методику определения

Р и с. 2. Эпюры остаточных напряжений $\sigma_{\theta}^{\text{res}}$ (сплав ЖС6-КП): сплошная линия — расчет по модели; точки — экспериментальные данные [6].

Р и с. 3. Расчетная эпюра остаточных напряжений σ_r^{res} (сплав ЖС6-КП) в поверхностно-упрочненном слое цилиндрического образца

Р и с. 4. Расчетная эпюра остаточных напряжений σ_z^{res} (сплав ЖС6-КП) в поверхностно-упрочненном слое цилиндрического образца

Р и с. 5. Расчетные значения осевой, окружной и радиальной пластических деформаций (сплав ЖС6-КП) в поверхностно-упрочненном слое цилиндрического образца

полей остаточных напряжений и деформаций в явном виде на основании экспериментальной информации. Для этой цели необходимо иметь аппроксимацию напряжения $\sigma_q^{\text{res}}(r)$, которое, как отмечалось выше, может быть определено опытным путем. В качестве примера на рис. 2 представлены характерные экспериментальные данные для компоненты напряжений $\sigma_q^{\text{res}}(r)$ (отмечены точками), возникающего в поверхностно упрочненном слое цилиндрического образца из сплава ЖС6-КП [6]. Анализ экспериментальных данных показывает, что для аппроксимации этих данных можно использовать соотношение

$$\sigma_q^{\text{res}}(r) = s_0 - s_1 \exp\left(-\frac{(a-r)^2}{b^2}\right), \quad (20)$$

где s_0 , s_1 и b — параметры, подлежащие определению. Обозначим через s^* экспериментальное значение $\sigma_q^{\text{res}}(r)$ при $r=a$, а через r_0 — значение глубины слоя $h=a-r$, при котором экспериментальные значения $\sigma_q^{\text{res}}(h_0) = \sigma_q^{\text{res}}(a-r_0) = 0$. Другими словами, экспериментальная зависимость удовлетворяет условиям

$$\sigma_q^{\text{res}} \Big|_{r=a} = s^*, \quad (21)$$

$$\sigma_q^{\text{res}} \Big|_{r=a-r_0} = 0, \quad (22)$$

Используя (20) и (21), получаем

$$s_0 - s_1 = s^*, \quad (23)$$

а из (20) и (22) для отношения s_0/s_1 имеем

$$s_0/s_1 = \exp\left(-(r_0/b)^2\right). \quad (24)$$

Учитывая, что соотношение (20) должно удовлетворять (2), то подставляя (20) в (2) и выполняя необходимые операции интегрирования, находим для s_0/s_1 другое выражение вида

$$s_0/s_1 = b\sqrt{p} \operatorname{erf}(a/b)/2a, \quad (25)$$

где $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{p}} \int_0^x \exp(-t^2) dt$.

Теперь из (24), (25) получаем уравнение для определения b :

$$\exp\left(-(r_0/b)^2\right) = b\sqrt{p} \operatorname{erf}(a/b)/2a, \quad (26)$$

которое решается численно. Зная величину b и подставляя (23) в (24), находим величину

$$s_1 = \frac{s^*}{\exp\left(-(r_0/b)^2\right) - 1}. \quad (27)$$

И, наконец, из (23) определяем $s_0 = s^* + s_1$. Таким образом, все параметры s_0 , s_1 , b в аппроксимации (20) определены.

Имея представление $s_q^{\text{res}}(r)$ вида (20), для $s_r^{\text{res}}(r)$ из (3), получаем

$$s_r^{\text{res}}(r) = s_0 - s_1 \frac{b\sqrt{p}}{2r} \left[\text{erf}(a/b) - \text{erf}\left(\frac{a-r}{b}\right) \right]. \quad (28)$$

Таким образом, задача определения всех остаточных напряжений и пластических деформаций в поверхностно-упрочненном слое цилиндрического изделия решена полностью.

На рис. 2. точками представлены экспериментальные значения компоненты остаточных напряжений $s_q^{\text{res}}(r)$, а также их расчетные значения (сплошная линия), вычисленные по аппроксимации вида (20), для цилиндрического образца радиуса $a = 3.76 \cdot 10^{-2}$ из сплава ЖС6-КП (параметры аппроксимации: $r_0 = 1.6 \cdot 10^{-3}$ м, $s^* = -1000$ МПа, $s_0 = 18.7$ МПа, $s_1 = 1018.7$ МПа, $b = 0.75 \cdot 10^{-3}$ м). На рис. 3 и 4 приведены расчетные значения компонент $s_r^{\text{res}}(r)$ и $s_z^{\text{res}}(r)$ (соответственно) в упрочненном слое для рассматриваемого образца. На рис. 5 представлены распределения остаточных пластических деформаций в поверхностно-упрочненном слое, полученные расчетным путем согласно предложенной методике.

4 Методика расчета процесса релаксации напряжений в поверхностно - упрочненном слое цилиндрического изделия при ползучести. В данном пункте предлагается метод расчета процесса релаксации остаточных напряжений в поверхностно-упрочненном слое цилиндрического образца при продольном растягивающем усилии $F(t)$ в условиях ползучести (см. рис. 6). В силу того, что толщина поверхностного слоя мала по сравнению с радиусом цилиндрического образца, то упрочненный слой не оказывает существенного влияния на жесткость и деформируемость самого цилиндра и поэтому его можно представить себе "наклеенным" на цилиндр и деформирующимся с ним в режиме "жесткого" нагружения под действием силы $F(t)$.

Р и с. 6. Схема растяжения поверхностно-упрочненного цилиндрического образца.

Таким образом, для достижения решения поставленной задачи необходимо иметь решение соответствующей краевой задачи о неупругом деформировании цилиндра при растягивающей нагрузке $F(t)$. Неформализованным моментом здесь является выбор соответствующей модели неупругого деформирования и разрушения материала, из которого изготовлен цилиндрический образец.

В качестве основной реологической модели в настоящей работе используется модель, предложенная и апробированная в работах [7-8]. Основной ее вариант в одноосном случае имеет вид:

$$e(t) = e(t) + e^p(t) + p(t); \quad (29)$$

$$e(t) = \frac{s(t)}{E}; \quad (30)$$

$$\mathfrak{E}^p(t) = \begin{cases} 0, & s(t) < s_{\text{np}}, \\ I \left[a(s(t) - s_{\text{np}})^{n_1} - e^p(t) \right], & a(s(t) - s_{\text{np}})^{n_1} > e^p(t), \\ 0, & a(s(t) - s_{\text{np}})^{n_1} \leq e^p(t), \quad s(t) \geq s_{\text{np}}; \end{cases} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} p(t) &= \sum_k u_k(t) + \sum_k u_k(t) + w(t); \\ \mathfrak{U}_k(t) &= I_k \left[a_k(s(t)/s^*)^{n_2} - u_k(t) \right]; \\ \mathfrak{V}_k(t) &= \begin{cases} I_k \left[b_k(s(t)/s^*)^{n_2} - v_k(t) \right], & b_k(s(t)/s^*)^{n_2} > v_k(t), \\ 0, & b_k(s(t)/s^*)^{n_2} \leq v_k(t); \end{cases} \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \mathfrak{C}(t) &= c(s(t)/s^*)^{m_1}; \\ s(t) &= s^0(t)(1 + w(t)); \end{aligned} \quad (33)$$

$$\mathfrak{W}(t) = a(s^0(t))s(t)\mathfrak{P}(t) + g(e^p(t))s(t)\mathfrak{E}^p(t). \quad (34)$$

Здесь e — полная деформация; e и e^p — упругая и пластическая деформации соответственно; p — деформация ползучести; u , v , w — вязкоупругая, вязкопластическая и вязкая составляющие деформации p соответственно; S^0 и S — соответственно номинальное и истинное напряжения; E — модуль Юнга; I_k , a_k , b_k , c , n_2 , m_1 , S^* — константы модели, при помощи которых описываются первая и вторая стадии ползучести материала и ее обратимая после разгрузки часть; g и a — параметры модели, контролирующие процессы разупрочнения материала на пластической деформации и деформации ползучести соответственно; a , n_1 , I — константы, описывающие диаграмму мгновенного деформирования при пластичности; S_{np} — предел пропорциональности.

Детальный анализ экспериментальных данных [7,8] показал, что в общем случае $g = g(e^p)$ и $a = a(S^0)$, и для них можно использовать степенные аппроксимации вида

$$g = g_1(e^p)^{m_2}, \quad a = a_1(S^0)^{m_3}. \quad (35)$$

Для ряда материалов в частных случаях выполняется $g = \text{const}$, $a = \text{const}$.

Критерий разрушения материала согласно [7-8] принимается в виде

$$\int_0^{t^*} \frac{S}{A_*^p} de^p + \int_0^{t^*} \frac{S}{A_*^c(S^0)} dp = 1, \quad (36)$$

где A_*^p и $A_*^c(S^0)$ — критические величины работ напряжений на деформациях пластичности и ползучести соответственно.

Для аппроксимации величины $A_*^c(S^0)$ использовалось соотношение вида

$$A_*^c(S^0) = a_A (S^0)^{m_A}, \quad (37)$$

где a_A и m_A — константы материала.

Необходимой информацией для определения параметров модели (29)–(35), (37) и критерия разрушения (36) является диаграмма упругопластического деформирования и серия стационарных кривых ползучести вплоть до разрушения. Методика определения параметров на основании экспериментальных данных изложена в работах [7,8]. Там же приведены основные эффекты, которые описывает модель (29)–(37), а также ее преимущества по сравнению с существующими одномерными теориями.

На основе обобщения одноосных соотношений (29)–(37) строится феноменологическая модель неупругого деформирования и разрушения материала при сложном напряженном состоянии со скалярным параметром поврежденности w . Основной вариант определяющих соотношений имеет вид [9]:

$$e_{ij} = e_{ij} + q_{ij} + p_{ij}; \quad (38)$$

$$e_{ij} = \frac{1+m}{E} S_{ij} - \frac{m}{E} d_{ij} S_{ij}; \quad (39)$$

$$e_{vv}^p = \frac{3}{2} b_{nn}^q - \frac{1}{2} (b_{11}^q + b_{22}^q + b_{33}^q); \quad (40)$$

$$b_{nn}^q = \begin{cases} 0, & \text{при } \left| \frac{3}{2} S_{nn} - \frac{1}{2} S^0 \right| \leq S_{np}, \\ I \left[a (S - S_{np})^{n_1-1} \cdot B - b_{nn}^q \right], & [...] \cdot B > 0, \\ 0, & [...] \cdot B \leq 0, \end{cases} \quad \text{при } \left| \frac{3}{2} S_{nn} - \frac{1}{2} S^0 \right| > S_{np}; \quad (41)$$

$$p_{ij} = u_{ij} + v_{ij} + w_{ij}; \quad (42)$$

$$w_{ij} = c \left(\frac{S}{S^*} \right)^{m-1} \frac{1}{S^*} \left(\frac{3}{2} S_{ij} - \frac{1}{2} S^0 \right); \quad (43)$$

$$\begin{cases} u_{ij}(t) = \sum_k u_{ij}^k(t), \\ w_{ij}^k(t) = I_k \left\{ a_k \left(\frac{S}{S^*} \right)^{n_2-1} \frac{1}{S^*} [(1+m'_k) S_{ij} - m'_k S^0] - u_{ij}^k(t) \right\}; \end{cases} \quad (44)$$

$$\begin{cases} v_{nn}(t) = \sum_k v_{nn}^k(t), \\ v_{nn}^k(t) = (1 + m_k'') b_{nn}^k(t) - m_k'' (b_{11}^k(t) + b_{22}^k(t) + b_{33}^k(t)), \\ b_{nn}^k = \begin{cases} I_k \left[b_k \left(\frac{S}{S^*} \right)^{n_2-1} \frac{S_{nn}}{S^*} - b_{nn}^k(t) \right], & [...] S_{nn} > 0, \\ 0, & [...] S_{nn} < 0; \end{cases} \end{cases} \quad (45)$$

$$s_{ij} = s_{ij}^0 (1 + w); \quad (46)$$

$$w = g(E_2) s_{ij} \dot{s}_{ij} + a(S_0) s_{ij} \dot{s}_{ij}. \quad (47)$$

Здесь e_{ij} , e_{ij} , q_{ij} , p_{ij} — полная, упругая, пластическая деформации и деформация ползучести соответственно; u_{ij} , v_{ij} , w_{ij} — вязкоупругая, вязкопластическая и вязкая составляющие деформации ползучести; s_{ij} , s_{ij}^0 — соответственно компоненты истинного и номинального тензоров напряжений; E , m — упругие константы материала; E_2 , S , S_0 — соответственно интенсивности тензоров пластической деформации, истинных и номинальных напряжений; I , a , n_1 — константы модели, описывающие диаграмму мгновенного упругопластического деформирования; S_{np} — предел пропорциональности; I_k , a_k , b_k , c , n_2 , m_1 , S^* — константы модели, при помощи которых описывается первая и вторая стадия ползучести материала и ее обратимая после разгрузки часть; m_k' , m_k'' — коэффициенты Пуассона для обратимой и необратимой компонент деформации ползучести; b_{ij}^q , b_{ij}^k — соответственно активные пластические и вязкопластические деформации, которые можно было бы наблюдать при отсутствии пуассоновского сужения материала; $g(E_2)$ и $a(S_0)$ задаются степенными аппроксимациями вида

$$g(E_2) = g_1 \cdot E_2^{m_2}, \quad a(S_0) = a_1 \cdot S_0^{m_3}, \quad (48)$$

где g_1 , m_2 , a_1 , m_3 — константы модели, контролирующие процессы разупрочнения материала при пластической деформации и деформации ползучести соответственно; w — скалярный параметр поврежденности. В формулах (38)–(45) использованы следующие обозначения:

$$B = \left(\left| \frac{3}{2} S_{nn} - \frac{1}{2} S^0 \right| - S_{np} \right) \cdot \text{sign} \left(\frac{3}{2} S_{nn} - \frac{1}{2} S^0 \right); \quad S^0 = S_{11} + S_{22} + S_{33}. \quad (49)$$

Расчет пластической e_{ij}^p и вязкопластической v_{ij} деформаций осуществляется в главных осях, поэтому суммирование по индексу n в формулах (40), (45), (49) не выполняется. Очевидно, что при записи (38)–(47) использовалась гипотеза соосности тензоров напряжений и деформаций. Модель (38)–(47) описывает процесс неупругого деформирования с изотропным разупрочнением.

Для прогнозирования времени разрушения материала t_* используется критерий разрушения энергетического типа вида [8,9]

$$\Omega(t_*) = \int_0^{t_*} \frac{s_{ij} de_{ij}^p}{A_*^p} + \int_0^{t_*} \frac{s_{ij} dp_{ij}}{A_*^c(S_0)} = 1, \quad (50)$$

где A_*^p и $A_*^c(S_0)$ имеют тот же смысл, что и для соотношения (33), причем A_*^c также задается формулой (37) с заменой S^0 на интенсивность S_0 .

Таким образом, построение модели (38)–(47) для описания неупругой деформации при сложном напряженном состоянии и критерия разрушения (50) не требует дополнительных экспериментальных затрат, так как все параметры модели определяются по результатам одноосных испытаний. В частности, в работах [7-9] приведены константы используемой модели для ряда материалов.

Следует отметить, что согласно (40)–(41) пластические деформации описываются такими же по структуре уравнениями, как и вязкопластическая компонента v деформации ползучести (45), т.е. также развивается по времени. При этом величина I много больше $\max_k \{I_k\}$ и скорость деформации пластичности на порядок выше скорости деформации ползучести. При таком

предположении за то время, когда пластическая деформация при заданном тензоре напряжений достигнет, согласно (40)–(41), асимптотического значения, накопленная деформация ползучести за это же время будет пренебрежимо малой по сравнению с пластической деформацией, т.е. $p_{ij}(t)$ много меньше $e_{ij}^p(t)$. Такой подход к описанию пластических деформаций соответствует так называемым эндохронным теориям пластичности [10,11]. Обоснованность применения такого подхода приведена в [9]. Соотношения (40)–(41) задают вариант теории пластичности без поверхности пластичности. Это позволяет ценой незначительных погрешностей свести задачу упругопластического деформирования к задаче ползучести.

Для построения модели релаксации остаточных напряжений введем в рассмотрение следующие гипотезы.

1) Поскольку напряжения s_q^{res} и s_z^{res} за пределом тонкого поверхностного слоя малы, можно считать, что деформирование образца внешней осевой силой $F(t)$ происходит в целом так же, как если бы упрочненного слоя не было. Это означает, что полную осевую деформацию цилиндрического образца $e_z(t)$ можно рассчитывать по напряжению $s^0(t) = F(t)/(pa^2)$ в соответствии со схемой одноосного напряженного состояния (29)–(36). Реологические деформации $e_r(t)$ и $e_q(t)$ одноосного цилиндрического образца, возникающие за счет пуассоновского сужения материала вычисляются на основании схемы сложного напряженного состояния (38)–(50) при $s_z(t) = s^0(t)$ и $s_r = s_q = 0$.

2) В процессе поверхностно-пластического деформирования вторичные пластические деформации не возникают, а наведенные пластические деформации не оказывают влияния на процесс развития деформаций ползучести.

Для анализа продольных, радиальных и окружных деформаций в поверхностно-упрочненном слое цилиндрического образца, обратимся к схеме, изображенной на рис. 6. Здесь штриховкой условно выделена сердцевина образца, растягиваемая силой $F(t)$, в которой остаточные напряжения практически отсутствуют. Тонкий упрочненный поверхностный слой, как уже было сказано, можно представить "наклеенным" на эту сердцевину и деформирующимся вместе с ней. Другими словами, кинетику напряженно-деформированного состояния в поверхностном слое можно считать независимо, считая что он (поверхностно-упрочненный слой) деформируется в режиме "жесткого" нагружения при заданных значениях $e_z(t)$, $e_r(t)$ и $e_q(t)$, определяемых одноосной ползучестью цилиндрического образца.

На основании изложенного компоненты полной деформации в поверхностно-упрочненном слое можно представить в виде:

$$e_i(t) + e_i^0 = q_i(r) + e_i^{\text{res}}(r, t) + p_i^{\text{res}}(r, t) + e_i^{p\text{res}}(r, t) \quad (i = \overline{r, q, z}). \quad (51)$$

Здесь $e_i(t)$ — полная деформация цилиндрического образца, рассчитываемая с помощью определяющих уравнений для одноосного напряженного состояния (29)–(36), e_i^0 — величина полных остаточных осевых деформаций после процедуры поверхностного пластического деформирования, определяемая соотношением (12); $q_i(r)$ — компоненты остаточных пластических деформаций, определяемые согласно методике предыдущего пункта; $e_i^{\text{res}}(r, t)$ — компонента упругих деформаций, $p_i^{\text{res}}(r, t)$ — компонента деформации ползучести и $e_i^{p\text{res}}(r, t)$ — компонента пластических деформаций, рассчитываемые согласно схеме сложного напряженного состояния на основании (35)–(50). При этом величины $e_z^{\text{res}}(r, t)$, $p_z^{\text{res}}(r, t)$ и $e_z^{p\text{res}}(r, t)$ рассчитываются через напряжения $s_r^{\text{res}}(r, t)$, $s_q^{\text{res}}(r, t)$, $s^{\text{res}}(r, t)$ в поверхностном слое.

Для вычисления осевой компоненты деформации e_z в (51) используется одноосная модель неупругого деформирования при $s(t) = s^0(t) = F(t)/(pa^2)$. Поперечные деформации цилиндрического образца $e_r(t)$, $e_q(t)$, возникающие за счет пуассоновского сужения, рассчитываются на основании формул

$$e_i(t) = -n \frac{s^0(t)}{E} - 0.5 e_z^p(t) - n' u_z(t) - n'' v_z(t) - 0.5 w_z(t) \quad (i = \overline{q, r}), \quad (52)$$

где n — коэффициент Пуассона в упругой области, n' и n'' — коэффициенты Пуассона для обратимой u и необратимой v компонент деформации ползучести (соответственно).

Для обоснования процедуры вычисления напряжений при релаксации перепишем равенства (51) в следующем виде

$$e_i^{\text{res}}(r, t) = g_i(r, t) - f_i(r, t) \quad (i = \overline{r, q, z}), \quad (53)$$

где введены функции

$$\begin{aligned} g_i(r, t) &= e_i(t) + e_i^0(r) - q_i(r), \\ f_i(r, t) &= p_i^{\text{res}}(r, t) + e_i^{p\text{res}}(r, t) \quad i = \overline{(r, q, z)}. \end{aligned}$$

Выражая упругие деформации e_i^{res} через напряжения S_i^{res} в поверхностном слое по закону Гука, из (52) получаем

$$\begin{cases} S_r^{\text{res}}(r, t) - nS_z^{\text{res}}(r, t) - nS_q^{\text{res}}(r, t) = E[g_r(r, t) - f_r(r, t)], \\ -nS_r^{\text{res}}(r, t) + S_z^{\text{res}}(r, t) - nS_q^{\text{res}}(r, t) = E[g_z(r, t) - f_z(r, t)], \\ -nS_r^{\text{res}}(r, t) - nS_z^{\text{res}}(r, t) + S_q^{\text{res}}(r, t) = E[g_q(r, t) - f_q(r, t)], \end{cases}$$

откуда

$$S_i^{\text{res}}(r, t) = \frac{A_i(r, t)}{1+n} + n \frac{A_r(r, t) + A_z(r, t) + A_q(r, t)}{(1+n)(1-2n)}, \quad (54)$$

где введены функции $A_i(r, t) = E[g_i(r, t) - f_i(r, t)]$ ($i = \overline{r, q, z}$).

Соотношения (54) позволяют следить за процессом релаксации остаточных напряжений в упрочненном слое при неупругом реологическом растяжении цилиндрического образца. При этом задача решается численно "шагами" по времени.

5 Примеры расчета релаксации остаточных напряжений в поверхностно-упрочненном слое цилиндрического изделия при ползучести. В качестве иллюстрации предложенной методики был просчитан процесс релаксации напряжений для цилиндрического образца радиуса $a = 3.76 \cdot 10^{-2}$ м из сплава ЭИ-698 при $T = 700^\circ\text{C}$ при нескольких режимах нагружения. Параметры моделей (29)–(33) и (35)–(40) взяты из работы [9] и приведены в табл. 1 и табл. 2.

Т а б л и ц а 1

Значения параметров моделей (29)–(33) и (35)–(40) для описания деформации пластичности сплава ЭИ 698 при $T=700^\circ\text{C}$

$S_{\text{np}}, \text{МПа}$	$E \cdot 10^5, \text{МПа}$	$a, \text{МПа}^{-n_1}$	n_1	$g_1, \text{МПа}^{-1}$	$A_*, \text{МДж/м}^3$	m_2
500.3	1.52	$1.18 \cdot 10^{-7}$	1.995	$3.77 \cdot 10^{-3}$	284.3	0

Т а б л и ц а 2

Значения параметров моделей (29)–(33) и (35)–(40) для описания деформации ползучести сплава ЭИ 698 при $T=700^\circ\text{C}$

$S_*, \text{МПа}$	k	$l_k, \text{ч}^{-1}$	$a_k \times 10^{-4}$	$b_k \times 10^{-4}$	$c \times 10^{-5}$	n_2	m_1	$a_1, \text{МПа}^{-1-m_1}$	m_3	$a_1, \text{МПа}^{-1-m_A}$	m_A
490.5	1	0.2	2.96	4.44	2.51	2.9	10.96	$9.56 \cdot 10^3$	-2.03	12.2	0

Характер перераспределения остаточных напряжений $S_r^{\text{res}}(r, t)$ и $S_q^{\text{res}}(r, t)$ с течением времени (параметры аппроксимации: $r_0 = 1.6 \cdot 10^{-3}$ м, $S^* = -600$ МПа, $S_0 = 611.58$ МПа, $S_1 = 11.58$ МПа, $b = 0.8 \cdot 10^{-3}$ м) по глубине поверхностно - упрочненного слоя цилиндрического образца в ненагруженном состоянии ($F(t) = 0$) показан на рис. 7 и 8, соответственно.

Для остаточных напряжений $S_z^{\text{res}}(r, t)$ имеет место тот же характер перераспределения, что и для $S_q^{\text{res}}(r, t)$.

Рис. 7. Эпюры остаточных напряжений $S_r^{res}(r, t)$ в процессе релаксации для цилиндрического образца (сплав ЭИ-698, $T = 700^\circ\text{C}$) при $F = 0$. Метки: $t_0 - t = 0$ ч, $t_2 - t = 2$ ч, $t_4 - t = 4$ ч, $t_6 - t = 6$ ч, $t_8 - t = 8$ ч, $t_{10} - t = 10$ ч

Рис. 8. Эпюры остаточных напряжений $S_q^{res}(r, t)$ в процессе релаксации для цилиндрического образца (сплав ЭИ-698, $T = 700^\circ\text{C}$) при $F = 0$. Метки: $t_0 - t = 0$ ч, $t_{10} - t = 10$ ч, $t_{40} - t = 40$ ч, $t_{60} - t = 60$ ч, $t_{80} - t = 80$ ч, $t_{160} - t = 160$ ч

Рис. 9. Кривые релаксации остаточных напряжений $S_r^{res}(a, t)$, $S_q^{res}(a, t)$, $S_z^{res}(a, t)$ на поверхности упрочненного слоя цилиндрического образца (сплав ЭИ-698, $T = 700^\circ\text{C}$) в процессе релаксации при $F = 0$.

Рис. 10. Расчетная кривая ползучести цилиндрического образца (сплав ЭИ-698, $T = 700^\circ\text{C}$) при растягивающей нагрузке $S = F/(pa^2) = 300$ МПа

На рис. 9 показаны кривые релаксации остаточных напряжений $S_r^{res}(a, t)$, $S_q^{res}(a, t)$, $S_z^{res}(a, t)$ на поверхности упрочненного слоя.

Для решения задачи о релаксации остаточных напряжений в упрочненном слое цилиндрического образца при действии растягивающей нагрузки ($F \neq 0$) необходимо иметь информацию об изменении осевой компоненты тензора деформации во времени $e_z(t)$.

В качестве примера на рис. 10 показано изменение осевой деформации $e_z(t)$ во времени, полученное при решении задачи о неупругом одноосном деформировании цилиндрического образца при растягивающей нагрузке $S = F/(pa^2) = 300$ МПа согласно одноосной реологической модели (29)–(33).

На рис. 11 представлены кривые релаксации остаточных напряжений $S_r^{res}(a, t)$, $S_q^{res}(a, t)$, $S_z^{res}(a, t)$ на поверхности упрочненного слоя цилиндрического образца $r = a$ при растягивающей нагрузке $S = F/(pa^2) = 300$ МПа.

Р и с. 11. Кривые релаксации остаточных напряжений $S_r^{\text{res}}(a, t)$, $S_q^{\text{res}}(a, t)$, $S_z^{\text{res}}(a, t)$ на поверхности упрочненного слоя цилиндрического образца (сплав ЭИ-698, $T = 700^\circ\text{C}$) в процессе релаксации при нагрузке $S = F/(pa^2) = 300 \text{ МПа}$

Р и с. 12. Эпюры остаточных напряжений $S_r^{\text{res}}(r, t)$ в процессе релаксации для цилиндрического образца (сплав ЭИ-698, $T = 700^\circ\text{C}$) при растягивающей нагрузке $S = F/(pa^2) = 300$. Метки: $t_0 - t = 0 - 0$, 0 ч , $t_{10} - t = 10 \text{ ч}$, $t_{100} - t = 100 \text{ ч}$, $t_{300} - t = 300 \text{ ч}$, $t_{1500} - t = 1500 \text{ ч}$

На рис. 12-14 представлена эволюция остаточных напряжений $S_r^{\text{res}}(r, t)$, $S_z^{\text{res}}(r, t)$ и $S_q^{\text{res}}(r, t)$ по радиусу от времени при той же нагрузке $S = F/(pa^2) = 300 \text{ МПа}$.

Следует отметить, что решенная в данной работе задача в упрощенном варианте реологической модели материала (не учитывались пластическая деформация и третья стадия ползучести) рассматривалась в работе [12]. Основное упрощение касалось того, что поскольку $|S_r^{\text{res}}(r)| \ll |S_q^{\text{res}}(r)|$ и $|S_r^{\text{res}}(r)| \ll |S_z^{\text{res}}(r)|$ после процесса поверхностного пластического деформирования, то считалось, что эти условия верны и в условиях ползучести цилиндрического образца. Поэтому в расчетах кинетики остаточных напряжений [12] при ползучести полагалось, что $S_r^{\text{res}}(r) \approx 0$ и радиальное напряжение в модели (38)–(50) не учитывалось.

Р и с. 13. Эпюры остаточных напряжений $S_z^{\text{res}}(r, t)$ в процессе релаксации для цилиндрического образца (сплав ЭИ-698, $T = 700^\circ\text{C}$) при растягивающей нагрузке $S = F/(pa^2) = 300$. Метки: $t_{-0} - t = 0 \text{ ч}$, $t_0 - t = 0 \text{ ч}$, $t_{10} - t = 10 \text{ ч}$, $t_{100} - t = 100 \text{ ч}$, $t_{300} - t = 300 \text{ ч}$, $t_{1500} - t = 1500 \text{ ч}$

Р и с . 1 4 . Эпюры остаточных напряжений $S_q^{\text{res}}(r, t)$ в процессе релаксации для цилиндрического образца (сплав ЭИ-698, $T = 700^\circ\text{C}$) при растягивающей нагрузке $S = F/(pa^2) = 300$. Метки: $t_0 - t = 0 - 0$, 0 ч , $t_{10} - t = 10 \text{ ч}$, $t_{100} - t = 100 \text{ ч}$, $t_{300} - t = 300 \text{ ч}$, $t_{1500} - t = 1500 \text{ ч}$

компонента остаточных напряжений $S_r^{\text{res}}(r)$ в процессе релаксации при ползучести становится величиной одного порядка с компонентой $S_q^{\text{res}}(r)$ и что пренебрегать ею в расчетах нельзя.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Папшев Д.Д. Технологические методы повышения надежности и долговечности деталей машин поверхностным упрочнением. Куйбышев: КуАИ, 1983. 79 с.
2. Агишев Б.М., Еланцев А.А. Применение методов поверхностного пластического деформирования для повышения усталостной прочности дисков компрессоров авиационных ГТД // Проблемы прочности. 1977. № 3 С.114–116.
3. Цейтлин В.И., Колотникова О.В. Релаксация остаточных напряжений в деталях турбины ГТД в процессе эксплуатации // Проблемы прочности. 1980. С. 46–49.
4. Гликман Л.А., Тэшт В.П. Влияние температуры и продолжительности нагрева на снятие остаточных напряжений в аустенитной стали // Котлотурбостроение. 1948. № 2. с.12–16.
5. Егоров В.И., Митряев К.Ф., Краморовский Б.И. Релаксация остаточных напряжений в жаропрочных сталях и сплавах // Исследование обрабатываемости жаропрочных и титановых сплавов. Сб. трудов Куйбышев: КуАИ, 1978. С.90–96.
6. Гриневич Е.В., Колотникова О.В. Исследование полей остаточных напряжений при поверхностном упрочнении цилиндрических изделий // Прочность и долговечность элементов конструкций. Сб. трудов Куйбышев: КПТИ. 1983. С. 88–97.
7. Радченко В.П. Энергетический вариант одноосной теории ползучести и длительной прочности // ПМТФ. 1991. № 4. С. 172–179.
8. Радченко В.П., Кичаев Е.К. Феноменологическая модель и критерий разрушения металлов при одноосном напряженном состоянии // Проблемы прочности. 1991. № 11. С. 13–19.
9. Радченко В.П. Математическая модель неупругого деформирования и разрушения металлов при ползучести энергетического типа // Вест. СамГТУ Серия: Физико-математические науки. Вып. 4. 1996. С. 43–63.
10. Кадашевич Ю.И., Мосолов А.Б. Эндохронные теории пластичности: основные положения, перспективы развития // Изв. АН СССР. МТТ. 1989. № 1. С. 161–168.
11. Мосолов А.Б. Эндохронная теория пластичности. М.: Институт проблем механики АН СССР—1988.—с. 44.
12. Радченко В.П., Павлова Г.А. Индивидуальное прогнозирование напряжений в поверхностно-упрочненном слое изделия при ползучести // Надежность и неупругое деформирование конструкций. Сб. трудов Куйбышев: КПТИ. 1990. С. 59–68.

В настоящей работе показано, что напряжением $S_r^{\text{res}}(r)$ пренебрегать нельзя, поскольку в процессе ползучести в поверхностно упрочненном слое оно существенно увеличивается по модулю и асимптотически приближается к значению $S_q^{\text{res}}(r)$ (см. рис. 11 и 12).

Таким образом, в работе получены следующие результаты.

1. Разработана методика восстановления полей остаточных напряжений и пластических деформаций после поверхностного пластического деформирования цилиндрического образца по известной эмпирической зависимости для $S_q^{\text{res}}(r)$.

2. Разработан метод расчета релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненном слое цилиндрического образца на фоне ползучести самого конструктивного элемента (цилиндрического образца).

3. Выполнен обстоятельный численный анализ задач восстановления напряженно-деформированного состояния после поверхностно пластического деформирования и релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненном слое при ползучести цилиндрического образца. Показано, что