Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Е. П. Голудин, Вариант стохастической модели неизотермической ползучести поливинилхлоридного пластика, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2009, выпуск 1(), 114–121

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu648>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 44.207.124.84

26 апреля 2023 г., 11:53:37

УДК 539.376

ВАРИАНТ СТОХАСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ ПОЛИВИНИЛХЛОРИДНОГО ПЛАСТИКАТА

Е. П. Голудин

Самарский государственный технический университет,
443100, Самара, ул. Молодогвардейская, 244.

E-mail: goludin@yandex.ru

Выполнен статистический анализ экспериментальных данных по ползучести поливинилхлоридного пластика в диапазоне температур от 0 до 28 °С. Проведено обоснование ряда гипотез, используемых при построении модели, на основании экспериментальных данных. Предложена стохастическая модель неизо-термической одноосной ползучести. Выполнена проверка адекватности стоха-стической модели экспериментальным данным при ступенчатых изменениях температуры и напряжений. Наблюдается соответствие данных расчёта и опытных данных.

Ключевые слова: ползучесть, поливинилхлоридный пластикат, эксперимен-тальные данные, стохастический анализ, неизо-термическая модель.

1. В работах [1–3] построены детерминированные феноменологические мо-дели изотермической ползучести поливинилхлоридного пластика, а в [4] предложены стохастические определяющие соотношения для этих же темпе-ратурных условий.

Целью настоящей работы является экспериментальное исследование пол-зучести поливинилхлоридного пластика, статистический анализ данных, построение феноменологической теории ползучести и проверка ее адекват-ности экспериментальным данным в вероятностной постановке в условиях неизо-термического температурного нагружения.

Эксперименты проводились с трубчатыми образцами длиной 1000 мм и сечением 1,2 мм² в состоянии поставки. Контроль полной относительной деформации осуществлялся с точностью до $2,5 \cdot 10^{-4}$. Величина относитель-ной деформации во всех экспериментах не превосходила 0,1, контроль тем-пературы — $\pm 0,5$ °С.

Экспериментальные исследования поливинилхлоридного пластика бы-ли выполнены при пяти значениях растягивающего усилия $Q = \{5,59; 7,55; 10,5; 12,46; 14,42\}$ Н (что соответствует номинальным напряжениям $\sigma = \{4,66; 6,29; 8,75; 10,38; 12,02\}$ МПа) в течение 8 часов, затем производилась разгруз-ка в течение 20 часов. При этом испытания протекали при температурах $T = \{0; 8; 9; 16; 20; 24; 25; 28\}$ °С ($\pm 0,5$ °С):

- при температуре $T = 8$ °С было выполнено 2 испытания при $\sigma = \{10,38; 12,02\}$ МПа;
- при температурах $T = \{0; 16; 25; 28\}$ °С — по 3 испытания при $\sigma = \{4,66; 6,29; 8,75\}$ МПа;
- при $T = 9$ °С — 5 испытаний при $\sigma = \{4,66; 6,29; 8,75; 10,38; 12,02\}$ МПа;
- при $T = 20$ °С — 28 испытаний при $\sigma = \{4,66; 6,29; 8,75; 10,38; 12,02\}$ МПа;

Голудин Евгений Павлович – аспирант кафедры прикладной математики и информатики.

– при $T = 24^\circ\text{C}$ – 17 испытаний при $\sigma = \{4,66; 6,29; 8,75; 10,38; 12,02\}$ МПа.

В качестве примера на рис. 1 и 2 представлены кривые ползучести всех образцов соответственно при $T = \{20; 24\}^\circ\text{C}$ (упругая деформация вычиталась из общей деформации). Кроме этого были выполнены испытания при переменных (ступенчатых) режимах температуры со сложной (ступенчатой) программой изменения напряжения (7 образцов). Эти экспериментальные данные в дальнейшем использовались для проверки адекватности расчёта по стохастической модели неізотермической ползучести экспериментальным данным.

Испытания при различных значениях растягивающего усилия Q (напряжения σ) и температуры T показали, что вся накапливаемая в процессе ползучести деформация является обратимой, т. е. после снятия нагрузки по истечении некоторого времени образцы практически полностью восстанавливают первоначальные размеры.

2. Выполним первичный статистический анализ деформаций ползучести при постоянных напряжениях и температурах.

Будем рассматривать деформацию ползучести образца как случайную функцию времени $p(t)$ при фиксированных постоянном напряжении и постоянной температуре: в качестве иллюстрации её значения в дискретные моменты времени для некоторых фиксированных значений температур и напряжений представлены на рис. 1, 2 точками. При $t = \text{const}$ деформация ползучести при $\sigma = \text{const}$ и при $T = \text{const}$ есть некоторая случайная величина – сечение случайной функции $p(t)$. Набор таких сечений образует случайную последовательность (решетчатую случайную функцию), которая несёт всю наиболее существенную информацию относительно $p(t)$.

Рассмотрим оценки для моментных функций случайной величины $p(t)$

Рис. 1. Экспериментальные кривые ползучести поливинилхлоридного пластика при $T = 20^\circ\text{C}$ при постоянных напряжениях: 1 – $\sigma = 4,66$; 2 – $\sigma = 6,29$; 3 – $\sigma = 8,75$; 4 – $\sigma = 10,38$; 5 – $\sigma = 12,02$ МПа

Рис. 2. Экспериментальные кривые ползучести поливинилхлоридного пластиката при $T = 24^\circ\text{C}$ при постоянных напряжениях: 1 — $\sigma = 4,66$; 2 — $\sigma = 6,29$; 3 — $\sigma = 8,75$; 4 — $\sigma = 10,38$; 5 — $\sigma = 12,02$ МПа

при различных постоянных напряжениях и температурах:

$$\begin{aligned}
 m(t_i) &= \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n p_l(t_i); \\
 K(t_i, t_j) &= \frac{1}{n-1} \sum_{l=1}^n [p_l(t_i) - m(t_i)] [p_l(t_j) - m(t_j)]; \\
 S(t_j) &= \sqrt{K(t_j, t_j)}; \\
 r(t_i, t_j) &= \frac{K(t_i, t_j)}{S(t_i)S(t_j)},
 \end{aligned} \tag{1}$$

где $p_l(t_i)$ — вектор значений случайной величины деформации ползучести при $t_i = \text{const}$.

Большую информацию дают значения нормированной корреляционной функции (1) и при обработке реализаций при каждом фиксированном значении температуры, и при использовании всех 64 реализаций для всех 5 напряжений и всех температур $T = \{0; 8; 9; 16; 20; 24; 25; 28\}^\circ\text{C}$. Вычисление $r(t_i, t_j)$ производилось для различных пар, образованных следующими моментами времени (час): 0,25; 0,5; 1; 2; 4; 6; 8. В таблице в качестве примера приведены результаты вычислений значений нормированной корреляционной матрицы для 64 реализации для всего ряда температур ($n = 64$). Из данных таблиц видно, что все временные сечения находятся в жёсткой корреляционной зависимости, поскольку значения $r(t_i, t_j)$ отличаются от единицы лишь в третьем знаке.

Таким образом, поскольку значения корреляционной матрицы для деформации ползучести близки к единице, то это свидетельствует о подобии кривых ползучести отдельных реализаций не только для одного температурного режима, но и для реализаций, полученных для различных значений температур

Значения нормированной корреляционной матрицы для поливинилхлоридного пластика по всем температурам

$t, \text{ч}$	0,25	0,5	1	2	4	6	8
0,25	1	0,998	0,995	0,994	0,989	0,986	0,984
0,5		1	0,997	0,995	0,992	0,989	0,987
1			1	0,998	0,997	0,995	0,994
2				1	0,999	0,997	0,997
4					1	1	0,999
6						1	1
8							1

и напряжений. Следует отметить, что аналогичный результат для полимеров был отмечен в [5].

3. В работе [4] построена стохастическая модель изотермической ползучести поливинилхлоридного пластика. Переходя к формулировке стохастических уравнений для нестационарных температурных режимов, можно взять за основу методологию, использованную в [4], при этом в частном случае при $T = \text{const}$ должны получиться соответствующие стохастические уравнения изотермической ползучести. Поэтому в качестве базовой модели для обобщения используем стохастический вариант изотермической наследственной теории ползучести в дифференциальной форме [4]:

$$p(t) = \sum_{k=1}^s \eta_k(t), \quad (2)$$

$$\dot{\eta}_k(t) = \lambda_k \left[A a_k \left(\frac{\sigma}{\sigma_*} \right)^n - \eta_k(t) \right], \quad (3)$$

где A — случайная величина, а $s, \lambda_k, a_k, n, \sigma_*$ — детерминированные постоянные материала, методика идентификации которых на основе метода последовательного выделения экспоненциальных слагаемых изложена в [6, 7].

При постоянном напряжении $\sigma = \text{const}$ решение (2), (3) имеет вид

$$p(t) = A \sum_{k=1}^s a_k (1 - \exp(-\lambda_k t)) \left(\frac{\sigma}{\sigma_*} \right)^n, \quad (4)$$

а варьированием случайного параметра A можно описать любую кривую ползучести при стационарном напряжении. Так, для рассматриваемого материала в [4] спектр всех кривых ползучести при $\sigma = \text{const}$ и $T = 24^\circ\text{C}$ описывается следующей конкретизацией соотношения (4):

$$p(t) = AK(t) \left(\frac{\sigma}{\sigma_*} \right)^{1,53}, \quad (5)$$

где

$$K(t) = 25,92 \cdot 10^{-3} (1 - \exp(-30,68t)) + 10,28 \cdot 10^{-3} (1 - \exp(-1,95t)) + 23,51 \cdot 10^{-3} (1 - \exp(-0,23t)), \quad (6)$$

$\sigma_* = 8,75$ МПа.

Исходя из гипотезы подобия кривых ползучести поливинилхлоридного пластика (см. таблицу), соотношения (5), (6) можно обобщить для описания спектра кривых ползучести для $\sigma = \text{const}$ и $T = \text{const}$, введя вместо случайного параметра A случайную функцию температуры:

$$p(t) = B \exp(\alpha T) K(t) \left(\frac{\sigma}{\sigma_*} \right)^{1,53}, \quad (7)$$

где B — случайная, а α — детерминированная величины.

На первом этапе идентификации параметров B и α необходимо построить детерминированную модель, соответствующую (7), заменив в ней случайную величину B на её математическое ожидание b . Тогда параметры b и α могут быть определены, например, по методу наименьших квадратов на основании осреднённых экспериментальных кривых ползучести, соответствующих всевозможным парам (σ, T) . Результаты расчётов позволили получить следующие значения параметров: $b = 0,281$ и $\alpha = 0,056$.

Для идентификации случайной величины B (фактически — построения её выборки), для каждой из 64 реализаций при фиксированных парах значений (σ_i, T_j) находится в дискретные моменты времени t_k величина

$$B_{kij} = \frac{p^*(t_k)}{\exp(0,056 T_j) K(t_k) \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_*} \right)^{1,53}}, \quad (8)$$

и далее она осредняется по всем дискретным значениям времени $t = t_k$ ($p^*(t_k)$ — экспериментальные значения). На рис. 3 представлена гистограмма распределения случайной величины B с математическим ожиданием $m_B = 0,284$ и среднеквадратичным отклонением $S_B = 0,028$ (f — частота попадания величины B в заданный интервал). Из рис. 3 следует, что для случайной величины B можно использовать нормальный закон распределения.

В силу полной обратимости деформации ползучести поливинилхлоридного пластика и подобия кривых ползучести при стационарных температурно-силовых условиях можно обобщить уравнения состояния (2), (3) на случай

Рис. 3. Гистограмма распределения случайной величины B

неізотермической ползучести следующим образом:

$$p(t) = \sum_{k=1}^s \eta_k(t), \quad (9)$$

$$\dot{\eta}_k(t) = \lambda_k \left[B a_k \exp(\alpha T) \left(\frac{\sigma}{\sigma_*} \right)^n - \eta_k(t) \right], \quad (10)$$

где B — случайная, s , λ_k , a_k , n , σ_* , α — детерминированные величины (численные характеристики всех детерминированных величин определены выше).

4. Экспериментальная проверка стохастической модели (9), (10) выполнялась как для стационарных, так и нестационарных температурно-силовых режимов нагружения.

При постоянных напряжениях и температурах решение (9), (10) имеет вид (6), (7), и поскольку величина B распределена по нормальному закону, а соотношение (7) стохастически линейное, то случайная функция $p(t)$ также будет распределена по нормальному закону. На рис. 1, 2 штриховыми линиями (выборочно) показаны расчётные доверительные интервалы для деформации ползучести (значение вероятности — 0,9973) при стационарных температурно-силовых условиях нагружения, а на рис. 4, 5 представлена аналогичная информация для нестационарных (изменяющихся ступенчато) температурно-силовых режимов нагружения. Анализ этой информации позволяет сделать вывод, что наблюдается соответствие экспериментальных данных и расчётных значений в вероятностной постановке, поскольку опытные данные попадают в соответствующие доверительные интервалы для прогнозируемой деформации ползучести.

Рис. 4. Экспериментальные данные (точки) деформации ползучести поливинилхлоридного пластика при переменных (ступенчатых) режимах изменения температуры и напряжений, расчётные зависимости (сплошные линии) по модели (9), (10) и трёхсигмовые доверительные интервалы (штриховые линии): 1 — $\sigma = 4,66$ МПа, $T = 8^\circ\text{C}$; 2 — $\sigma = 6,29$ МПа, $T = 8^\circ\text{C}$; 3 — $\sigma = 6,29$ МПа, $T = 20^\circ\text{C}$; 4 — $\sigma = 8,75$ МПа, $T = 20^\circ\text{C}$; 5 — $\sigma = 10,38$ МПа, $T = 28^\circ\text{C}$; 6 — $\sigma = 0$, $T = 20^\circ\text{C}$

Рис. 5. Экспериментальные данные (точки) деформации ползучести поливинилхлоридного пластика при переменных (ступенчатых) режимах изменения температуры и напряжений, расчётные зависимости (сплошные линии) по модели (9), (10) и трёхсигмовые доверительные интервалы (штриховые линии): 1 — $\sigma = 4,66$ МПа, $T = 29^\circ\text{C}$; 2 — $\sigma = 4,66$ МПа, $T = 11^\circ\text{C}$; 3 — $\sigma = 8,75$ МПа, $T = 11^\circ\text{C}$; 4 — $\sigma = 8,75$ МПа, $T = 25^\circ\text{C}$; 5 — $\sigma = 10,38$ МПа, $T = 25^\circ\text{C}$; 6 — $\sigma = 10,38$ МПа, $T = 29^\circ\text{C}$; 7 — $\sigma = 10,38$ МПа, $T = 25^\circ\text{C}$; 8 — $\sigma = 0$, $T = 25^\circ\text{C}$

Таким образом, в работе предложена феноменологическая стохастическая модель ползучести поливинилхлоридного пластика для неизотермического температурно-силового нагружения и выполнена её проверка адекватности экспериментальным данным в вероятностной постановке.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 07-01-00478-а).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Радченко В. П., Самарин Ю. П. Влияние ползучести на величину упругой деформации слоистого композита // *Механика композитных материалов*, 1983. — № 2. — С. 231–237.
2. Радченко В. П. Разработка структурных и феноменологических моделей деформирования и разрушения материалов и элементов конструкций в условиях ползучести: Дисс. ... докт. физ.-мат. наук. — Самара: КПИИ, 1992. — 395 с.
3. Самарин Ю. П., Сорокин О. В. О ползучести поливинилхлоридного пластика при переменных нагрузках // *Докл. АН СССР*, 1970. — Т. 195, № 2.
4. Радченко В. П., Голудин Е. П. Феноменологическая стохастическая модель изотермической ползучести поливинилхлоридного пластика // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2008. — № 1(16). — С. 45–52.
5. Мельников С. В. Стохастические задачи механики композитов с учетом естественного разброса свойств компонентов: Автореф. дисс. ... канд. физ.-мат. наук. — Новосибирск, 1978. — 16 с.
6. Самарин Ю. П. Уравнения состояния материалов со сложными реологическими свойствами. — Куйбышев: КуГУ, 1979. — 84 с.
7. Самарин Ю. П. Построение экспоненциальных аппроксимаций для кривых ползучести методом последовательного выделения экспоненциальных слагаемых // *Пробл. прочности*, 1974. — № 9. — С. 24–27.

Поступила в редакцию 10/ХІІ/2008;
в окончательном варианте — 09/ІІІ/2009.

MSC: 74A40, 74C10, 74-05

PHENOMENOLOGICAL STOCHASTIC MODEL OF ANISOTHERMIC CREEP OF POLYVINYLCHLORIDE ELASTRON

E. P. Goludin

Samara State Technical University,
244, Molodogvardeyskaya str., Samara, 443100.

E-mail: goludin@yandex.ru

Statistical analysis of the experimental data of polyvinylchloride elastron creep was done within temperatures ranging from 0°C to 28°C. A number of hypotheses used in the construction of model are justified on the basis of experimental data. Stochastic model of uniaxial creep is suggested. Occasional models adequacy to experimental data is verified for stepwise variations of temperature and stress. Correspondence of calculation data to experimental data is observed.

Key words: *creep, polyvinylchloride elastron, experimental data, stochastic analysis, anisothermal model.*

Original article submitted 10/XII/2008;
revision submitted 09/III/2009.

Goludin Eugeniy Pavlovich, Postgraduate Student, Dept. of Applied Mathematics and Computer Science.