Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Д. К. Дурдиев, Глобальная разрешимость задачи определения двух неизвестных в одной обратной задаче для интегро-дифференциального волнового уравнения, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2009, выпуск 2(), 17–28

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu656>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.157.27.8

26 апреля 2023 г., 10:40:03

УДК 517.956.37

ГЛОБАЛЬНАЯ РАЗРЕШИМОСТЬ ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ
ДВУХ НЕИЗВЕСТНЫХ В ОДНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ
ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ

Д. К. Дурдиев

Бухарский государственный университет,
705018 Узбекистан, Бухара, ул. М. Икбала, 11.

E-mail: durdiev65@mail.ru

Рассматривается задача об определении двух коэффициентов, один из которых находится под знаком интеграла в гиперболическом уравнении и представляет память среды, другой определяет регулярную часть импульсного источника. В качестве дополнительной информации задается образ Фурье следа решения прямой задачи на гиперплоскости $y = 0$ для двух различных значений параметра преобразования. Установлены глобальная разрешимость решения рассматриваемой обратной задачи и оценка условной устойчивости.

Ключевые слова: обратная задача, интегро-дифференциальное уравнение, гиперболическое уравнение, условие согласования, единственность, устойчивость.

Введение. Задача восстановления свойств среды по данным, полученным в результате измерения свойств рассеянного излучения на границе, возникает во многих разделах естественной науки. В последнее время наблюдается повышенный интерес к задачам определения предыстории среды, в которой протекает тот или иной волновой процесс. Такие задачи получили название задач с памятью. Обратные задачи определения функции памяти среды, входящей в гиперболическое уравнение сосредоточенными в точке источника возмущения типа импульса, исследованы в работах [1, 2]. В работе [1] рассмотрена задача нахождения памяти, входящей в интегро-дифференциальное волновое уравнение с дельта-функцией в правой части. Далее, в [2] эта задача исследована для случая гиперболического уравнения второго порядка с постоянной главной частью и переменными коэффициентами при младших производных. Подобные задачи с распределёнными источниками возмущения рассмотрены в работах [3, 4]. Для поставленных в этих работах задач доказаны теоремы единственности, существования в малом и получены оценки устойчивости. Вопросы глобальной разрешимости для схожих задач в пространстве с экспоненциальным весом исследованы в [5]. В данной работе исследуется глобальная разрешимость одной задачи определения памяти и регулярной части импульсного источника в классе непрерывных функций.

Рассмотрим начально-краевую задачу

$$u_{tt} - u_{yy} - \Delta u - \int_0^t k(\tau) \Delta u(x, y, t - \tau) d\tau = 0, \quad (x, t) \in \mathbb{R}^{n+1}, \quad y > 0, \quad (1)$$

$$u|_{t < 0} \equiv 0, \quad u_y|_{y=0} = \delta'(t)\delta(x) + f(t)\theta(t)\delta(x), \quad (2)$$

Дурдимурат Каландарович Дурдиев (к.ф.-м.н., доцент), доцент, каф. дифференциальных уравнений.

в которой $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$; $\Delta = \sum_{i=1}^n (\partial^2 / \partial x_i^2)$; $\theta(t) = 1, t \geq 0$; $\theta(t) = 0, t < 0$; $\delta(x) = (d/dx)\theta(x)$, $\delta'(t) = (d^2/dt^2)\theta(t)$.

При заданных функциях $k(t)$, $f(t)$ задачу нахождения функции $u(x, y, t)$, удовлетворяющей равенствам (1), (2), назовём прямой задачей. Граничные условия (2) моделирует мгновенный источник возбуждения волн, расположенный в точке $x = 0, y = 0$.

Из теории гиперболических уравнений следует, что функция $u(x, y, t)$ как решение задачи (1), (2) обладает компактным носителем при любом конечном $t > 0$. Поэтому к соотношениям (1), (2) применимо преобразование Фурье по переменной x .

Обозначим через $w(\lambda, y, t)$, где $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$, образ Фурье функции $u(x, y, t)$:

$$w(\lambda, y, t) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n}} \int_{\mathbb{R}} u(x, y, t) e^{i(\lambda, x)} dx, \quad (\lambda, x) = \lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 + \dots + \lambda_n x_n.$$

Тогда задача (1), (2) преобразуется к виду

$$w_{tt} - w_{yy} + |\lambda|^2 w + |\lambda|^2 \int_0^t k(\tau) w(\lambda, y, t - \tau) d\tau = 0, \quad (\lambda, t) \in \mathbb{R}^{n+1}, \quad y > 0, \quad (3)$$

$$w|_{t < 0} \equiv 0, \quad w_y|_{y=0} = \delta'(t) + f(t)\theta(t), \quad (4)$$

где $|\lambda|^2 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \dots + \lambda_n^2$.

Из этих равенств при фиксированном значении λ следует, что $u \equiv 0, t < y, y > 0$. Функция $w(\lambda, y, t)$ как решение задачи (3), (4) имеет в окрестности характеристической прямой $t = y$ следующую структуру:

$$w(\lambda, y, t) = -\delta(t - y) + \theta(t - y)v(\lambda, y, t), \quad (5)$$

где $v(\lambda, y, t)$ — регулярная функция. Поставим обратную задачу: определить функции $k(t)$, $f(t)$, входящие в уравнения (3), (4) по информации о регулярной части образа Фурье решения прямой задачи в точке $y = 0$ для двух различных значений параметра преобразования:

$$v(\lambda^i, 0, t) = F(\lambda^i, t), \quad t > 0, \quad i \equiv 1, 2. \quad (6)$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Решением обратной задачи (3)–(6) будем называть такую пару функций $(k(t), f(t))$, что соответствующее ей решение задачи (3)–(5) удовлетворяет равенствам (6).

1. Глобальная разрешимость обратной задачи. Основным результатом настоящего раздела является следующая теорема.

ТЕОРЕМА 1. Пусть $F(\lambda^i, t) \in C^1[0, T]$, $i \equiv 1, 2$, $F_0(\lambda^1, \lambda^2, t) = F_t(\lambda^1, t) - F_t(\lambda^2, t) \in C^1[0, T]$ и выполнены условия согласования

$$F(\lambda^i, 0) = 0, \quad i \equiv 1, 2, \quad \lambda^1 \neq \lambda^2.$$

Тогда обратная задача (3)–(6) имеет единственное решение $(f(t), k(t)) \in C[0, T]$, $T > 0$.

Доказательство. Подставляя функцию (5) в уравнения (3), (4) и используя метод выделения особенностей [5, с. 616], находим, что функция $v(\lambda, y, t)$ при фиксированном λ в области $t > y > 0$ удовлетворяет уравнениям

$$v_{tt} - v_{yy} + |\lambda|^2 v - |\lambda|^2 k(t - y) + |\lambda|^2 \int_0^{t-y} k(\tau) v(\lambda, y, t - \tau) d\tau = 0, \quad (7)$$

$$v|_{t=y+0} = \frac{|\lambda|^2}{2} y, \quad (8)$$

$$v_y|_{y=0} = f(t). \quad (9)$$

Так как метод исследования позволяет одновременно находить функции v , v_t , k , f , то прямую и обратную задачи удобно трактовать как задачу определения функций v , v_t , k , f из уравнений (6)–(9).

ЛЕММА. При выполнении условий теоремы задача (6)–(9) для $\lambda = \lambda^i = (\lambda_1^i, \lambda_2^i, \dots, \lambda_n^i)$, $i \equiv 1, 2$ и $(y, t) \in D_T$, $D_T = ((y, t) | 0 \leq y \leq t \leq T - y)$ эквивалентна задаче нахождения функций $v(\lambda^i, y, t)$, $v_t(\lambda^i, y, t)$, $k(t)$, $f(t)$, $i \equiv 1, 2$ из следующей системы уравнений:

$$v(\lambda^i, y, t) = \frac{|\lambda^i|^2}{2} y + \int_y^t v_t(\lambda^i, y, \tau) d\tau, \quad i \equiv 1, 2, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} v_t(\lambda^i, y, t) = & F_t(\lambda^i, t - y) + \frac{|\lambda^i|^2}{2} y k(t - y) + \\ & + \frac{|\lambda^i|^2}{2} \int_y^{(y+t)/2} \left[k(t + y - 2\xi) - v(\lambda^i, \xi, t + y - \xi) - \int_0^{t+y-2\xi} k(\tau) \times \right. \\ & \times v(\lambda^i, \xi, t + y - \xi - \tau) d\tau \Big] d\xi - \frac{|\lambda^i|^2}{2} \int_0^{t-y)/2} \left[k(t - y - 2\xi) - v(\lambda^i, \xi, t - y - \xi) - \right. \\ & - \int_0^{t-y-2\xi} k(\tau) v(\lambda^i, \xi, t - y - \xi - \tau) d\tau \Big] d\xi - \frac{|\lambda^i|^2}{2} \int_0^y \left[v(\lambda^i, \xi, t - y + \xi) + \right. \\ & \left. + \int_0^{t-y} k(\tau) v(\lambda^i, \xi, t - y + \xi - \tau) d\tau \right] d\xi, \quad i \equiv 1, 2, \quad (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k(t) = & \frac{2}{|\lambda^1|^2 - |\lambda^2|^2} F_{0t}(\lambda^1, \lambda^2, t) + \frac{|\lambda^1|^2 + |\lambda^2|^2}{4} t + \frac{|\lambda^1|^2 + |\lambda^2|^2}{4} \times \\ & \times \int_0^t k(\tau)(t - \tau) d\tau + \frac{2}{|\lambda^1|^2 - |\lambda^2|^2} \int_0^{t/2} \left[|\lambda^1|^2 v_t(\lambda^1, \xi, t - \xi) - |\lambda^2|^2 v_t(\lambda^2, \xi, t - \xi) + \right. \\ & \left. + \int_0^{t-2\xi} k(\tau) \left(|\lambda^1|^2 v_t(\lambda^1, \xi, t - \xi - \tau) - |\lambda^2|^2 v_t(\lambda^2, \xi, t - \xi - \tau) \right) d\tau \right] d\xi, \quad (12) \end{aligned}$$

$$f(t) = -F_t(\lambda^1, t) + \frac{|\lambda^1|^2}{2} + |\lambda^1|^2 \int_0^{t/2} \left[k(t - 2\xi) - v(\lambda^1, \xi, t - \xi) - \right.$$

$$- \int_0^{t-2\xi} k(\tau) v(\lambda^1, \xi, t - \xi - \tau) d\tau \Big] d\xi. \quad (13)$$

Доказательство леммы. Замечая, что справедливы равенства

$$v_{tt} - v_{yy} = \left(\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial y} \right) (v_t + v_y) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \right) (v_t - v_y),$$

интегрированием (7) вдоль соответствующих характеристик дифференциальных операторов первого порядка для $(y, t) \in D_T$ из (6)–(8) получим

$$(v_t + v_y)(\lambda, y, t) = \frac{|\lambda|^2}{2} + |\lambda|^2 \int_y^{(y+t)/2} \left[k(t + y - 2\xi) - v(\lambda, \xi, t + y - \xi) - \int_0^{t+y-2\xi} k(\tau) v(\lambda, \xi, t + y - \xi - \tau) d\tau \right] d\xi, \quad (14)$$

$$(v_t - v_y)(\lambda, y, t) = 2F_t(\lambda, t) - \frac{|\lambda|^2}{2} + |\lambda|^2 k(t - y)y - |\lambda|^2 \int_0^{(t-y)/2} \left[k(t - y - 2\xi) - v(\lambda, \xi, t - y - \xi) - \int_0^{t-y-2\xi} k(\tau) v(\lambda, \xi, t - y - \xi - \tau) d\tau \right] d\xi - \\ - |\lambda|^2 \int_0^y \left[v(\lambda, \xi, t - y + \xi) + \int_0^{t-y} k(\tau) v(\lambda, \xi, t - y + \xi - \tau) d\tau \right] d\xi. \quad (15)$$

При получении равенства (15) использованы соотношения

$$v_t(\lambda, 0, t) = F_t(\lambda, t),$$

$$v_y(\lambda, 0, t) = \frac{|\lambda|^2}{2} - F_t(\lambda, t) + |\lambda|^2 \int_0^{t/2} \left[k(t - 2\xi) - v(\lambda, \xi, t - \xi) - \int_0^{t-2\xi} v(\lambda, \xi, t - \xi - \tau) d\tau \right] d\xi, \quad (16)$$

которые следуют из (6), (14). Рассматривая уравнение (16) для $\lambda = \lambda^1$, $\lambda = \lambda^2$, составим разность $v_y(\lambda^1, 0, t) - v_y(\lambda^2, 0, t)$. Учитывая равенство (9), получим

$$\frac{|\lambda^1|^2 - |\lambda^2|^2}{2} + F_t(\lambda^2, t) - F_t(\lambda^1, t) + \frac{|\lambda^1|^2 - |\lambda^2|^2}{2} \int_0^t k(\tau) d\tau - \\ - \int_0^{t/2} \left[|\lambda^1|^2 v_t(\lambda^1, \xi, t - \xi) - |\lambda^2|^2 v_t(\lambda^2, \xi, t - \xi) + \right. \\ \left. + \int_0^{t-2\xi} k(\tau) (|\lambda^1|^2 v_t(\lambda^1, \xi, t - \xi - \tau) - |\lambda^2|^2 v_t(\lambda^2, \xi, t - \xi - \tau)) d\tau \right] d\xi = 0. \quad (17)$$

Дифференцируя последнее соотношение по t , после несложных выкладок приходим к (12). Заметим, что в уравнения (10)–(12) неизвестная функция $f(t)$ не входит. После нахождения неизвестных функций v , k функция $f(t)$ согласно равенству (16) вычисляется по формуле (13). В формуле (13) $\lambda = \lambda^1$ или $\lambda = \lambda^2$ результат вычисления не должен зависеть от выбора параметра λ . Для определенности в этой формуле положено $\lambda = \lambda^1$. Очевидное равенство (10) приведено для замыкания системы уравнений (11), (12).

Нетрудно убедиться, что обратные преобразования тоже имеют место. В первом интеграле правой части (12) совершим замену переменной τ на τ' по формуле $\tau' = (t - \tau)/2$. Затем в правой и левой частях этого уравнения, заменяя t на $t - 2\xi$, умножим обе части на $d\xi$ и интегрируем по ξ в пределах от 0 до $t/2$. В повторных интегралах получающегося равенства изменим порядок интегрирования. Используя условия теоремы, после несложных выкладок получим (17). Приравнявая в этом уравнении функции, зависящие только от λ^1 и λ^2 , приходим к (16) для $\lambda = \lambda^i$, $i \equiv 1, 2$. Уравнение (16) получено после подстановки $y = 0$ в равенстве для $v_y(\lambda, y, t)$, следующем из (14), (15). Из этих же равенств получено уравнение (11). Ясно, что после применения дифференциальных операторов $(\partial/\partial t - \partial/\partial y)$, $(\partial/\partial t + \partial/\partial y)$ к соотношениям (14), (15) приходим к уравнениям (6)–(8). $\square$

Продолжая доказательства теоремы 1, запишем систему уравнений (10)–(12) в виде операторного уравнения

$$\psi = A\psi, \quad (18)$$

где

$$\begin{aligned} \psi &= [\psi_{1i}(y, t); \psi_{2i}(y, t); \psi_3(t)]^T = \\ &= \left[v(\lambda^i, y, t); v_t(\lambda^i, y, t) - \left(\frac{|\lambda^i|^2 y}{2} \right) k(t - y); k(t) \right]^T \end{aligned}$$

— векторная функция, $i \equiv 1, 2$, T — знак транспонирования, а оператор A определен на множестве функций $\psi \in C[D_T]$ и в соответствии с равенствами (10)–(12) имеет вид $A = (A_{1i}, A_{2i}, A_3)$, $i \equiv 1, 2$:

$$\begin{aligned} A_{1i}\psi &= \frac{|\lambda^i|^2}{2} y + \int_y^t \left[\psi_{2i}(y, \tau) + \frac{|\lambda^i|^2 y}{2} \psi_3(\tau - y) \right] d\tau; \\ A_{2i}\psi &= F_t(\lambda^i, t - y) + \frac{|\lambda^i|^2}{2} \int_y^{(y+t)/2} \left[\psi_3(t + y - 2\xi) - \right. \\ &\quad \left. - \psi_{1i}(\xi, t + y - \xi) - \int_0^{t+y-2\xi} \psi_3(\tau) \psi_{1i}(\xi, t + y - \xi - \tau) d\tau \right] d\xi - \frac{|\lambda^i|^2}{2} \times \\ &\times \int_0^{(t-y)/2} \left[\psi_3(t - y - 2\xi) - \psi_{1i}(\xi, t - y - \xi) - \int_0^{t-y-2\xi} \psi_3(\tau) \psi_{1i}(\xi, t - y - \xi - \tau) d\tau \right] d\xi - \\ &\quad - \frac{|\lambda^i|^2}{2} \int_0^y \left[\psi_{1i}(\xi, t - y + \xi) + \int_0^{t-y} \psi_3(\tau) \psi_{1i}(\xi, t - y + \xi - \tau) d\tau \right] d\xi; \quad (19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_3\psi = & \frac{2}{|\lambda^1|^2 - |\lambda^2|^2} F_{0t}(\lambda^1, \lambda^2, t) + \frac{|\lambda^1|^2 + |\lambda^2|^2}{4} t + \frac{|\lambda^1|^2 + |\lambda^2|^2}{4} \int_0^t \psi_3(\tau)(t-\tau) d\tau + \\
 & + \frac{2}{|\lambda^1|^2 - |\lambda^2|^2} \int_0^{t/2} \left[|\lambda^1|^2 (\psi_{21}(\xi, t-\xi) + \frac{|\lambda^1|^2 \xi}{2} \psi_3(t-2\xi)) - |\lambda^2|^2 (\psi_{22}(\xi, t-\xi) + \right. \\
 & \quad \left. + \frac{|\lambda^2|^2 \xi}{2} \psi_3(t-2\xi)) + \int_0^{t-2\xi} \psi_3(\tau) (|\lambda^1|^2 (\psi_{21}(\xi, t-\xi-\tau) + \right. \\
 & \quad \left. + \frac{|\lambda^1|^2 \xi}{2} \psi_3(t-2\xi-\tau)) - |\lambda^2|^2 (\psi_{22}(\xi, t-\xi-\tau) + \frac{|\lambda^2|^2 \xi}{2} \psi_3(t-2\xi-\tau))) \right] d\tau d\xi.
 \end{aligned}$$

Обозначим через C_ρ банахово пространство непрерывных функций, порождённых семейством весовых норм ($i \equiv 1, 2$)

$$\begin{aligned}
 \|\psi\|_\rho = \max \left\{ \sup_{(y,t) \in D_T} \left| \psi_{1i}(y, t) e^{-\rho(t-\sigma y)} \right|; \sup_{(y,t) \in D_T} \left| \psi_{2i}(y, t) e^{-\rho(t-\sigma y)} \right|; \right. \\
 \left. \sup_{t \in [0, T]} \left| \psi_3(t) e^{-\rho t} \right| \right\}, \quad \rho \geq 0,
 \end{aligned}$$

$\sigma \in (0, 1)$ — некоторое фиксированное число.

Очевидно, что при $\rho = 0$ это пространство является пространством непрерывных функций с обычной нормой. Эту норму будем обозначать далее $\|\psi\|$. В силу неравенства

$$e^{-\rho T} \|\psi\| \leq \|\psi\|_\rho \leq \|\psi\|$$

нормы $\|\psi\|_\rho$ и $\|\psi\|$ эквивалентны для любого фиксированного $T \in (0, \infty)$. Число ρ выберем позже. Пусть $Q_\rho(\psi_0, R)$ — шар радиуса R с центром в точке ψ_0 некоторого весового пространства $C_\rho(\rho \geq 0)$, где

$$\begin{aligned}
 \psi_0 = (\psi_{01}^i; \psi_{02}^i; \psi_{03})^T = \\
 = \left[\frac{|\lambda^i|^2}{2} y; F_t(\lambda^i, t-y); \frac{2}{|\lambda^1|^2 - |\lambda^2|^2} F_{0t}(\lambda^1, \lambda^2, t) + \frac{|\lambda^1|^2 + |\lambda^2|^2}{4} t \right]^T, \quad i \equiv 1, 2.
 \end{aligned}$$

Нетрудно заметить, что для $\psi \in Q_\rho(\psi_0, R)$ имеет место оценка $\|\psi\|_\rho \leq \|\psi_0\|_\rho + R \leq R_0$, где $R_0 = \|\psi_0\| + R$ — известное число.

Пусть $\psi(y, t) \in Q_\rho(\psi_0, R)$. Покажем, что при подходящем выборе $\rho > 0$ оператор A переводит шар в шар, т. е. $A\psi \in Q_\rho(\psi_0, R)$. На самом деле, с помощью равенств (15) составляя норму разностей, для $(y, t) \in D_T$ имеем

$$\begin{aligned}
 \max_{i \equiv 1, 2} \|A_{1i}\psi - \psi_{01}^i\|_\rho &= \max_{i \equiv 1, 2} \sup_{(y,t) \in D_T} \left| (A_{1i}\psi - \psi_{01}^i) e^{-\rho(t-\sigma y)} \right| = \\
 &= \max_{i \equiv 1, 2} \sup_{(y,t) \in D_T} \left| \int_y^t \left[\psi_{2i}(y, \tau) e^{-\rho(\tau-\sigma y)} e^{-\rho(t-\tau)} + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{|\lambda^i|^2 y}{2} \psi_3(\tau-y) e^{-\rho(\tau-y)} e^{-\rho(t-\tau+(1-\sigma)y)} \right] d\tau \right| \leq \\
 &\leq \left(\max(\|\psi_{21}\|_\rho, \|\psi_{22}\|_\rho) + \frac{T \max(|\lambda^1|^2, |\lambda^2|^2)}{4} \|\psi_3\|_\rho \right) \frac{1}{\rho} \leq \alpha_1 \frac{1}{\rho},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \max_{i \equiv 1,2} \|A_{2i}\psi - \psi_{02}^i\|_\rho &= \max_{i \equiv 1,2} \sup_{(y,t) \in D_T} \left| (A_{2i}\psi - \psi_{02}^i) e^{-\rho(t-\sigma y)} \right| \leq \\
 &\leq \frac{\max(|\lambda^1|^2, |\lambda^2|^2)}{2} \max_{i \equiv 1,2} \sup_{(y,t) \in D_T} \left| \int_y^{(t+y)/2} \left[\psi_3(t+y-2\xi) e^{-\rho(t+y-2\xi)} e^{-\rho(2\xi-(1+\sigma)y)} + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \psi_{1i}(\xi, t+y-\xi) e^{-\rho(t+y-(1+\sigma)\xi)} e^{-\rho(1+\sigma)(\xi-y)} - \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \int_0^{t+y-2\xi} \psi_3(\tau) e^{-\rho\tau} \psi_{1i}(\xi, t+y-\xi-\tau) e^{-\rho(t+y-(1+\sigma)\xi-\tau)} e^{-\rho(1+\sigma)(\xi-y)} d\tau \right] d\xi - \right. \\
 &\quad \left. - \int_0^{(t-y)/2} \left[\psi_3(t-y-2\xi) e^{-\rho(t-y-2\xi)} e^{-\rho(2\xi+(1-\sigma)y)} + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \psi_{1i}(\xi, t-y-\xi) e^{-\rho(t-y-(1+\sigma)\xi)} e^{-\rho((1+\sigma)\xi+(1-\sigma)y)} - \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \int_0^{t-y-2\xi} \psi_3(\tau) e^{-\rho\tau} \psi_{1i}(\xi, t-y-\xi-\tau) e^{-\rho(t-y-(1+\sigma)\xi-\tau)} e^{-\rho((1+\sigma)\xi+(1-\sigma)y)} d\tau \right] d\xi - \right. \\
 &\quad \left. - \int_0^y \left[\psi_{1i}(\xi, t-y+\xi) e^{-\rho(t-y+(1-\sigma)\xi)} + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \int_0^{t-y} \psi_3(\tau) e^{-\rho\tau} \psi_{1i}(\xi, t-y+\xi-\tau) e^{-\rho(t-y-\tau+(1-\sigma)\xi)} d\tau \right] e^{-\rho(1-\sigma)(y-\xi)} d\xi \right| \leq \\
 &\leq \frac{\max(|\lambda^1|^2, |\lambda^2|^2)}{2} \left[\|\psi_3\|_\rho + \left(\frac{2}{1+\sigma} + \frac{3T}{1+\sigma} \|\psi_3\|_\rho + \frac{1}{1-\sigma} + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{T}{1-\sigma} \|\psi_3\|_\rho \right) \max(\|\psi_{11}\|_\rho, \|\psi_{12}\|_\rho) \right] \frac{1}{\rho} \leq \alpha_2 \frac{1}{\rho},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \|A_3\psi - \psi_{03}\|_\rho &= \sup_{t \in [0, T]} |(A_3\psi - \psi_{03}) e^{-\rho t}| = \\
 &= \sup_{t \in [0, T]} \left| \frac{|\lambda^1|^2 + |\lambda^2|^2}{4} \int_0^t \psi_3(\tau) e^{-\rho\tau} (t-\tau) e^{-\rho(t-\tau)} d\tau + \frac{2}{|\lambda^1|^2 - |\lambda^2|^2} \times \right. \\
 &\times \int_0^{t/2} \left[|\lambda^1|^2 (\psi_{21}(\xi, t-\xi) e^{-\rho(t-(1+\sigma)\xi)} e^{-\rho(1+\sigma)\xi} + \frac{|\lambda^1|^2 \xi}{2} \psi_3(t-2\xi) e^{-\rho(t-2\xi)} e^{-2\rho\xi}) - \right. \\
 &\quad \left. - |\lambda^2|^2 (\psi_{22}(\xi, t-\xi) e^{-\rho(t-(1+\sigma)\xi)} e^{-\rho(1+\sigma)\xi} + \frac{|\lambda^2|^2 \xi}{2} \psi_3(t-2\xi) e^{-\rho(t-2\xi)} e^{-2\rho\xi}) + \right. \\
 &\quad \left. + \int_0^{t-2\xi} \psi_3(\tau) e^{-\rho\tau} \left[|\lambda^1|^2 (\psi_{21}(\xi, t-\xi-\tau) e^{-\rho(t-\tau-(1+\sigma)\xi)} e^{-\rho(1+\sigma)\xi} + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{|\lambda^1|^2 \xi}{2} \psi_3(t-2\xi-\tau) e^{-\rho(t-\tau-2\xi)} e^{-2\rho\xi}) - |\lambda^2|^2 (\psi_{22}(\xi, t-\tau-\xi) e^{-\rho(t-\tau-(1+\sigma)\xi)} \times \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \times e^{-\rho(1+\sigma)\xi} + \frac{|\lambda^2|^2 \xi}{2} \psi_3(t-\tau-2\xi) e^{-\rho(t-\tau-2\xi)} e^{-2\rho\xi}) \right] d\tau \right] d\xi \right| \leq \\
 &\leq \left[\frac{|\lambda^1|^2 + |\lambda^2|^2}{4} T \|\psi_3\|_\rho + \frac{2 \max(|\lambda^1|^2, |\lambda^2|^2)}{|\lambda^1|^2 - |\lambda^2|^2} (1 + T \|\psi_3\|_\rho) \left(\frac{T}{4} \|\psi_3\|_\rho + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{1}{1+\sigma} \max(\|\psi_{21}\|_\rho, \|\psi_{22}\|_\rho) \right) \right] \frac{1}{\rho} \leq \alpha_3 \frac{1}{\rho},
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= R_0 \left(1 + \frac{T \max(|\lambda^1|^2, |\lambda^2|^2)}{4} \right), \\ \alpha_2 &= R_0 \frac{\max(|\lambda^1|^2, |\lambda^2|^2)}{2} \left[1 + \frac{2}{1+\sigma} + \frac{3T}{1+\sigma} R_0 + \frac{1}{1-\sigma} + \frac{T}{1-\sigma} R_0 \right], \\ \alpha_3 &= R_0 \left[\frac{|\lambda^1|^2 + |\lambda^2|^2}{4} T + \frac{2}{|\lambda^1|^2 - |\lambda^2|^2} (1 + T R_0) \max(|\lambda^1|^2, |\lambda^2|^2) \left(\frac{T}{4} + \frac{1}{1+\sigma} \right) \right].\end{aligned}$$

Выбирая $\rho \geq \alpha_0$, где $\alpha_0 = \frac{1}{R} \max(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$, получим, что A переводит шар $Q_\rho(\psi_0, R)$ в шар $Q_\rho(\psi_0, R)$. Пусть теперь ψ^1, ψ^2 — любые два элемента из $Q_\rho(\psi_0, R)$. Тогда, используя вспомогательные неравенства вида

$$\begin{aligned}|\psi_i^1 \psi_j^1 - \psi_i^2 \psi_j^2| e^{-\rho(t-\sigma y)} &\leq \\ &\leq |\psi_i^1| |\psi_j^1 - \psi_j^2| e^{-\rho(t-\sigma y)} + |\psi_j^2| |\psi_i^1 - \psi_i^2| e^{-\rho(t-\sigma y)} \leq \\ &\leq 2R_0 \|\psi^1 - \psi^2\|_\rho, \quad (y, t) \in D_T,\end{aligned}$$

для $(y, t) \in D_T$ находим

$$\begin{aligned}\max_{i=1,2} \|(A\psi^1 - A\psi^2)_{1i}\|_\rho &= \max_{i=1,2} \sup_{(y,t) \in D_T} \left| (A\psi^1 - A\psi^2)_{1i} e^{-\rho(t-\sigma y)} \right| = \\ &= \max_{i=1,2} \sup_{(y,t) \in D_T} \left| \int_y^t \left[(\psi_{2i}^1 - \psi_{2i}^2)(y, \tau) e^{-\rho(\tau-\sigma y)} e^{-\rho(t-\tau)} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{|\lambda^i|^2 y}{2} (\psi_3^1 - \psi_3^2)(\tau - y) e^{-\rho(\tau-y)} e^{-\rho(t-\tau+(1-\sigma)y)} \right] d\tau \right| \leq \beta_1 \|\psi^1 - \psi^2\|_\rho \frac{1}{\rho},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\max_{i=1,2} \|(A\psi^1 - A\psi^2)_{2i}\|_\rho &= \max_{i=1,2} \sup_{(y,t) \in D_T} \left| (A\psi^1 - A\psi^2)_{2i} e^{-\rho(t-\sigma y)} \right| \leq \\ &\leq \frac{\max(|\lambda^1|^2, |\lambda^2|^2)}{2} \max_{i=1,2} \sup_{(y,t) \in D_T} \left| \int_y^{(t+y)/2} \left[(\psi_3^1 - \psi_3^2)(t+y-2\xi) e^{-\rho(t+y-2\xi)} \times \right. \right. \\ &\quad \times e^{-\rho(2\xi-(1+\sigma)y)} + (\psi_{1i}^1 - \psi_{1i}^2)(\xi, t+y-\xi) e^{-\rho(t+y-(1+\sigma)\xi)} e^{-\rho(1+\sigma)(\xi-y)} - \\ &\quad - \int_0^{t+y-2\xi} \left[\psi_3^1(\tau) e^{-\rho\tau} (\psi_{1i}^1 - \psi_{1i}^2)(\xi, t+y-\xi-\tau) e^{-\rho(t+y-(1+\sigma)\xi-\tau)} + \right. \\ &\quad \left. \left. + (\psi_3^1 - \psi_3^2)(\tau) e^{-\rho\tau} \psi_{1i}^2(\xi, t+y-\xi-\tau) e^{-\rho(t+y-(1+\sigma)\xi-\tau)} \right] e^{-\rho(1+\sigma)(\xi-y)} d\tau \right] d\xi - \\ &\quad - \int_0^{(t-y)/2} \left[(\psi_3^1 - \psi_3^2) e^{-\rho(t-y-2\xi)} e^{-\rho(2\xi+(1-\sigma)y)} + \right. \\ &\quad \left. + (\psi_{1i}^1 - \psi_{1i}^2)(\xi, t-y-\xi) e^{-\rho(t-y-(1+\sigma)\xi)} e^{-\rho((1+\sigma)\xi+(1-\sigma)y)} - \right. \\ &\quad \left. - \int_0^{t-y-2\xi} \left[\psi_3^1(\tau) e^{-\rho\tau} (\psi_{1i}^1 - \psi_{1i}^2)(\xi, t-y-\xi-\tau) e^{-\rho(t-y-(1+\sigma)\xi-\tau)} + \right. \right.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + (\psi_3^1 - \psi_3^2)(\tau) e^{-\rho\tau} \psi_{1i}^2(\xi, t - y - \xi - \tau) e^{-\rho(t-y-(1+\sigma)\xi-\tau)} \Big] e^{-\rho((1+\sigma)\xi+(1-\sigma)y)} d\tau \Big] d\xi - \\
 & - \int_0^y \Big[(\psi_{1i}^1 - \psi_{1i}^2)(\xi, t - y + \xi) e^{-\rho(t-y+(1-\sigma)\xi)} + \\
 & + \int_0^{t-y} \Big[\psi_3^1(\tau) e^{-\rho\tau} (\psi_{2i}^1 - \psi_{1i}^2)(\xi, t - y + \xi - \tau) e^{-\rho(t-y-\tau+(1-\sigma)\xi)} + \\
 & + \psi_{1i}^2(\tau) e^{-\rho\tau} (\psi_3^1 - \psi_3^2)(\xi, t - y + \xi - \tau) e^{-\rho(t-y-\tau+(1-\sigma)\xi)} \Big] d\tau \Big] e^{-\rho(1-\sigma)(y-\xi)} d\xi \Big] \leq \\
 & \leq \beta_2 \|\psi^1 - \psi^2\|_\rho \frac{1}{\rho}.
 \end{aligned}$$

Рассуждая аналогично, получим

$$\|(A\psi^1 - A\psi^2)_3\|_\rho = \sup_{t \in [0, T]} |(A\psi^1 - A\psi^2)_3 e^{-\rho t}| \leq \beta_3 \|\psi^1 - \psi^2\|_\rho \frac{1}{\rho},$$

где

$$\begin{aligned}
 \beta_1 &= 1 + \frac{T \max(|\lambda^1|^2, |\lambda^2|^2)}{4}, \\
 \beta_2 &= \frac{\max(|\lambda^1|^2, |\lambda^2|^2)}{2} \left[1 + \frac{2}{1+\sigma} + \frac{6T}{1+\sigma} R_0 + \frac{1}{1-\sigma} + \frac{2T}{1-\sigma} R_0 \right], \\
 \beta_3 &= \frac{|\lambda^1|^2 + |\lambda^2|^2}{4} T + \frac{2}{|\lambda^1|^2 - |\lambda^2|^2} (1 + 2TR_0) \max(|\lambda^1|^2, |\lambda^2|^2) \left(\frac{T}{4} + \frac{1}{1+\sigma} \right).
 \end{aligned}$$

Пусть $\beta_0 = \max(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$. Как следует из проделанных оценок если число ρ выбрано из условия $\rho > \max(\alpha_0, \beta_0)$, то оператор A является сжимающим на $Q_\rho(\psi_0, R)$. Тогда, согласно принципу Банаха, уравнение (14) имеет и притом единственное решение в $Q_\rho(\psi_0, R)$ при любом фиксированном $T > 0$. Таким образом, теорема 1 доказана. $\square$

ЗАМЕЧАНИЕ. Граничное условие Неймана (2) можно заменить условием $u_y|_{y=0} = \delta(t)\delta(x) + f(t)\theta(t)\delta(x)$. Тогда, рассматривая функцию $w = u_t$ как решение прямой задачи и предполагая, что для $\phi(t)$ верны равенства $\phi(0) = 0$, $\phi'(t) = f(t)$, приходим к выше исследованной задаче.

2. Оценка условной устойчивости обратной задачи. Обозначим через $A(k_0)$ множество пар функций $(k(t), f(t))$, удовлетворяющих при некотором $T > 0$ следующему условию:

$$\max\{\|k\|_{C[0, T]}, \|f\|_{C[0, T]}\} \leq k_0, \quad k_0 > 0.$$

ТЕОРЕМА 2. Пусть $(k^{(1)}, f^{(1)}) \in A(k_0)$, $(k^{(2)}, f^{(2)}) \in A(k_0)$ решения обратной задачи (3)–(6) с данными $F^{(1)}(\lambda^i, t)$, $F^{(2)}(\lambda^i, t)$, $j = 1, 2$, соответственно, $F_0^{(i)}(\lambda^1, \lambda^2, t) \equiv F_t^{(i)}(\lambda_1, t) - F_t^{(i)}(\lambda_2, t)$, $|\lambda^1| \neq |\lambda^2|$. Тогда найдётся положительная постоянная C , зависящая от $\lambda^1, \lambda^2, T, k_0$, что выполняется оценка

$$\begin{aligned}
 \|k^{(1)} - k^{(2)}\|_{C[0, T]} + \|f^{(1)} - f^{(2)}\|_{C[0, T]} &\leq C \left(\sum_{i=1}^2 \left\| F^{(1)}(\lambda^i, t) - F^{(2)}(\lambda^i, t) \right\|_{C^1[0, T]} + \right. \\
 &\quad \left. + \left\| F^{(1)}(\lambda^1, \lambda^2, t) - F^{(2)}(\lambda^1, \lambda^2, t) \right\|_{C^1[0, T]} \right). \quad (20)
 \end{aligned}$$

Доказательство. Предположим, что функции $f^{(j)}$, $F^{(j)}(\lambda^i, t)$, $k^{(j)}$ ($i \equiv 1, 2, j = 1, 2$) такие, как они определены в теореме 2. Решение задачи (3)–(6) при $k = k^{(j)}$, $f = f^{(j)}$, $\lambda = \lambda^i$ обозначим через $v^{(ij)}(y, t)$. Введём следующие обозначения: $g(t) = f^{(1)} - f^{(2)}$, $G(\lambda^i, t) = F^1(\lambda^i, t) - F^2(\lambda^i, t)$, $G_0(\lambda^1, \lambda^2, t) = G_t(\lambda^1, t) - G_t(\lambda^2, t)$, $h(t) = k^{(1)} - k^{(2)}$, $p^{(i)}(y, t) = v^{(i1)}(y, t) - v^{(i2)}(y, t)$, $i \equiv 1, 2$. Выпишем для вновь введенных функций соответствующие им интегральные соотношения. Из равенств (10) и (11) следует, что

$$p^{(i)}(y, t) = \int_y^t p_t^{(i)}(y, \tau) d\tau, \quad (21)$$

$$\begin{aligned} p_t^{(i)}(y, t) = & G(\lambda^i, t - y) + \frac{|\lambda^i|^2}{2} y h(t - y) + \\ & + \frac{|\lambda^i|^2}{2} \int_y^{(t+y)/2} \left\{ h(t + y - 2\xi) - p^{(i)}(\xi, t + y - \xi) - \right. \\ & - \int_0^{t+y-2\xi} \left[h(\alpha) v^{(i1)}(\xi, t + y - \xi - \alpha) + k^{(2)}(\alpha) p^{(i)}(\xi, t + y - \xi - \alpha) \right] d\alpha \Big\} d\xi - \\ & - \frac{\lambda^2}{2} \int_y^{(t-y)/2} \left\{ h(t - y - 2\xi) - p^{(i)}(\xi, t - y - \xi) - \right. \\ & - \int_0^{t-y-2\xi} \left[h(\alpha) v^{(i1)}(\xi, t - y - \xi - \alpha) + k^{(2)}(\alpha) p^{(i)}(\xi, t - y - \xi - \alpha) \right] d\alpha \Big\} d\xi - \\ & - \frac{\lambda^2}{2} \int_0^y \left\{ p^{(i)}(\xi, t - y + \xi) + \int_0^{t-y} \left[h(\alpha) v^{(i1)}(\xi, t - y + \xi - \alpha) + \right. \right. \\ & \left. \left. + k^{(2)}(\alpha) p^{(i)}(\xi, t - y + \xi - \alpha) \right] d\alpha \right\} d\xi, \quad i \equiv 1, 2. \quad (22) \end{aligned}$$

Из соотношений (12), (13) находим уравнения для функций $g(t)$, $h(t)$ в виде

$$\begin{aligned} h(t) = & \frac{2}{|\lambda^1|^2 - |\lambda^2|^2} G_{0t}(\lambda^1, \lambda^2, t) + \frac{|\lambda^1|^2 + |\lambda^2|^2}{4} \int_0^t h(\xi)(t - \xi) d\xi + \\ & + \frac{2}{|\lambda^1|^2 - |\lambda^2|^2} \int_0^{t/2} \left\{ |\lambda^1|^2 p_t^{(1)}(\xi, t - \xi) - |\lambda^2|^2 p_t^{(2)}(\xi, t - \xi) + \right. \\ & + \int_0^{t-2\xi} \left[h(\tau) \left(|\lambda^1|^2 v_t^{(11)}(\xi, t - \xi - \tau) - |\lambda^2|^2 v_t^{(21)}(\xi, t - \xi - \tau) \right) + \right. \\ & \left. \left. + k^2(\tau) \left(|\lambda^1|^2 p_t^{(1)}(\xi, t - \xi - \tau) - |\lambda^2|^2 p_t^{(2)}(\xi, t - \xi - \tau) \right) \right] d\tau \right\} d\xi, \quad (23) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(t) = & -G_t(\lambda^1, t) + |\lambda^1|^2 \int_0^{t/2} \left\{ h(t - 2\xi) - p^{(1)}(\xi, t - \xi) - \right. \\ & - \int_0^{t-2\xi} \left[h(\tau) v^{(11)}(\xi, t - \xi - \tau) + k^{(2)}(\tau) p^{(1)}(\xi, t - \xi - \tau) \right] d\tau \Big\} d\xi. \quad (24) \end{aligned}$$

Пусть

$$\rho(t) = \max \left[\max_{0 \leq y \leq T/2 - |t - T/2|} |p^{(i)}(y, t)|, \max_{0 \leq y \leq T/2 - |t - T/2|} |p_t^{(i)}(y, t)|, |h(t)|, |g(t)| \right],$$

$$t \in [0, T], \quad i \equiv 1, 2.$$

Далее заметим, что рассматривая уравнение (11) при $k(t) \in A(k_0)$ как интегральное уравнение относительно $v_t(\lambda^i, y, t)$ (при этом необходимо подставлять выражение $v(\lambda^i, y, t)$ по формуле (10) в уравнение (11)) и составляя процесс последовательных приближений по обычной схеме (см. напр. [6, с. 12–13]), что в области D_T функции $v_t(\lambda^i, y, t)$, $v(\lambda^i, y, t)$ по модулю ограничены с некоторой постоянной $c_0 = c_0(\lambda_1, \lambda_2, T, k_0)$, т. е.

$$\max \{ |v(\lambda^i, y, t)|, |v_t(\lambda^i, y, t)| \} \leq c_0, \quad i \equiv 1, 2, \quad (y, t) \in D_T.$$

Проведя оценки, из (22) получим

$$\begin{aligned} |p_t^{(i)}(y, t)| &\leq \|G_0(\lambda^i, t)\|_{C[0, T]} + \frac{|\lambda^i|^2 T}{2} \|h(t - y)\|_{C[0, T]} + \\ &+ 2|\lambda^i|^2 \int_0^{(t+y)/2} \left[\rho(\xi) + c_0 \int_0^{t+y-2\xi} \rho(\tau d\tau) \right] d\xi + \frac{|\lambda^i|^2}{2} \int_0^y \left[\rho(\xi) + \right. \\ &+ 2c_0 \int_0^{t-y} \rho(\tau d\tau) \left. \right] d\xi \leq \|G_0(\lambda^i, t)\|_{C[0, T]} + \frac{|\lambda^i|^2 T}{2} \|h(t - y)\|_{C[0, T]} + \\ &+ |\lambda^i|^2 \left(\frac{5}{2} + 6Tc_0 \right) \int_0^t \rho(\tau) d\tau, \quad i \equiv 1, 2. \end{aligned} \quad (25)$$

Поступая аналогично, из (21), (23), (24) находим

$$|p^{(i)}(y, t)| \leq c_1 \int_0^t \rho(\tau) d\tau, \quad i \equiv 1, 2, \quad (26)$$

$$|h(t)| \leq \frac{2}{|\lambda^1|^2 - |\lambda^2|^2} \|G_{0t}(\lambda^1, \lambda^2, t)\|_{C[0, T]} + c_2 \int_0^t \rho(\tau) d\tau, \quad (27)$$

$$|g(t)| \leq \|G_t(\lambda^1, t)\| + c_3 \int_0^t \rho(\tau) d\tau, \quad (28)$$

где постоянные c_i , $i \equiv 1, 2, 3$ зависят только от $\lambda_1, \lambda_2, T, k_0$. Из соотношений (25)–(28) следует, что $\rho(t)$ удовлетворяет интегральному неравенству

$$\begin{aligned} \rho(t) &\leq \max \left\{ \frac{|\lambda^i|^2 T}{|\lambda^1|^2 - |\lambda^2|^2} \|G_{0t}(\lambda^1, \lambda^2, t)\|_{C[0, T]} + \|G(\lambda^1, t)\|_{C[0, T]}, \|G_t(\lambda^1, t)\| \right\} + \\ &+ c_{00} \int_0^t \rho(\tau) d\tau, \end{aligned}$$

с некоторой постоянной c_{00} , зависящей от $\lambda_1, \lambda_2, T, k_0$. Отсюда, используя неравенство Гронвулла, получаем оценку (20). Теорема 2 доказана. $\square$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Дурдиев Д. К. Обратная задача для трёхмерного волнового уравнения в среде с памятью / В сб.: *Дискретная математика и математический анализ*. — Новосибирск: НГУ, 1989. — С. 19–26.
2. Дурдиев Д. К. К вопросу о корректности одной обратной задачи для гиперболического интегро-дифференциального уравнения // *Сиб. матем. журн.*, 1992. — Т. 33, № 3. — С. 69–77.
3. Lorenzi A. An identification problem related to a nonlinear hyperbolic integro-differential equation // *Nonlinear Analysis: Theory, Methods and Applications*, 1994. — Vol. 22, No. 1. — P. 297–321.
4. Janno J., Von Welfersdorf L. Inverse Problems for Identification of Memory Kernels in Viscoelasticity // *Math. Methods in Appl. Sciences*, 1997. — Vol. 20, No. 4. — P. 291–314.
5. Курант Р. Уравнения с частными производными. — М.: Мир, 1964. — 830 с.
6. Романов В. Г. Устойчивость в обратных задачах. — М.: Научный мир, 2005. — 296 с.

Поступила в редакцию 24/XII/2008;
в окончательном варианте — 15/II/2009.

MSC: 35L10

**GLOBAL SOLVABILITY OF TWO UNKNOWN VARIABLES
IDENTIFICATION PROBLEM IN ONE INVERSE PROBLEM FOR
THE INTEGRO-DIFFERENTIAL WAVE EQUATION**

D. K. Durdiev

Bukhara State University,
11, M. Ikbol str., Bukhara, 705018, Uzbekistan.
E-mail: durdiev65@mail.ru

Identification problem of the two coefficients, one of which is located under the integral sign in a hyperbolic equation and represents memory of the medium is studied, the other one defines a regular part of an impulse source. As an additional information Fourier image of the solution's trace of a direct problem on the hyperplane $y = 0$ for two different values of transformation parameters is applied. The global solvability and the estimate of stability of the inverse problem are defined.

Key words: *inverse problem, integro-differential wave equation, hyperbolic equation, agreement condition, uniqueness, stability.*

Original article submitted 24/XII/2008;
revision submitted 15/II/2009.

Durdimurat K. Durdiev (Ph. D. (Phys. & Math.)), Associate Professor, Dept. of Differential Equations.