Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Б. В. Аверин, Общая схема решения краевой задачи нестационарной теплопроводности с внутренними источниками теплоты для многослойных конструкций, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2009, выпуск 2(), 274–277

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu689>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 35.173.219.149

26 апреля 2023 г., 14:21:18

MSC: 37M05

IMPLEMENTATION OF DYNAMIC ELASTIC FORMS FOR PLAIN STRUCTURES APPROXIMATION

S. A. Kolpashchikov, A. S. Ryazanov, A. A. Yudashkin

Samara State Technical University,
244, Molodogvardeyskaya str., Samara, 443100.

E-mail: a.y@gmx.ru

A solution for the problem of a given structure approximation by an arbitrary dimensional elastic model in a plane is proposed. The model is developed on the basis of a potential system with characteristics of elastic loop and self-organizing form with the state memory. It is demonstrated that the proposed model is able to fit the given structure as the self-assembling sub-optimal solution, preserving its form close to its initial or desired construction.

Key words: nonlinear dynamics, structure approximation, combinatorial optimization, self-organization, dynamic memory.

Original article submitted 04/IX/2009;
revision submitted 02/XI/2009.

Sergey A. Kolpashchikov (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor, Dept. Automation & Control in Technical Systems. *Alexander S. Ryazanov*, Postgraduate Student, Dept. Automation & Control in Technical Systems. , Dept. Automation and Control in Technical Systems. *Alexander A. Yudashkin* (Dr. Sci. (Techn.)), Professor, Dept. Automation & Control in Technical Systems.

УДК 517.958:[536.2+539.219.3]

ОБЩАЯ СХЕМА РЕШЕНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ С ВНУТРЕННИМИ ИСТОЧНИКАМИ ТЕПЛОТЫ ДЛЯ МНОГОСЛОЙНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Б. В. Аверин

Сызранский филиал Самарского государственного технического университета,
446001, Самарская обл., Сызрань, ул. Советская, 45.

E-mail: totig@yandex.ru

Получено замкнутое общее аналитическое решение нестационарной теплопроводности в многослойных стенках плоской, цилиндрической и сферической формы с внутренними источниками теплоты.

Ключевые слова: аналитические решения, многослойные конструкции, внутренние источники теплоты.

В качестве расчётной схемы рассмотрим многослойную плоскую стенку, представленную на рисунке и состоящую из n разнородных слоёв с постоянными в пределах каждого слоя теплофизическими характеристиками. Представим теплофизиче-

Борис Викторович Аверин (к.т.н.), доцент, каф. общетеоретических дисциплин.

Расчётная схема

ские характеристики многослойных стенок как единые целые и действующие в них внутренние источники теплоты с интенсивностью $q_v(x, \tau)$ как функции координаты x в виде

$$\lambda(x) = \lambda_1 + \sum_{i=1}^{n-1} (\lambda_{i+1} - \lambda_i) H(x - x_i), \quad (1)$$

$$c_v(x) = c_{v1} + \sum_{i=1}^{n-1} (c_{vi+1} - c_{vi}) H(x - x_i), \quad (2)$$

$$q_v(x, \tau) = q_{v1}(\tau) + \sum_{i=1}^{n-1} [q_{vi+1}(\tau) - q_{vi}(\tau)] H(x - x_i), \quad (3)$$

где λ_i и c_{vi} — соответственно коэффициент теплопроводности и объёмная теплоёмкость i -того слоя стенок; x_i — координата сопряжения i -того и $(i + 1)$ -го слоёв стенок; n — количество слоёв; $q_{vi}(x, \tau)$ — интенсивность внутренних источников теплоты в i -том слое; $H(x - x_i) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < x_i, \\ 1, & \text{если } x \geq x_i \end{cases}$ — асимметричная единичная функция.

Математическая постановка краевой задачи нестационарной теплопроводности в многослойных стенках при несимметричных граничных условиях третьего рода имеет вид [1]

$$c_v(x) \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{1}{x^m} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda(x) x^m \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \right] \right\} + q_v(x, \tau) \quad (x_0 \leq x \leq x_n, \tau > 0), \quad (4)$$

$$T(x, 0) = f(x), \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \left[-\lambda(x) \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} + \alpha_1 \beta_1 T(x, \tau) \right]_{x=0} &= \alpha_1 \varphi_1(\tau), \\ \left[\lambda(x) \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} + \alpha_2 \beta_2 T(x, \tau) \right]_{x=x_n} &= \alpha_2 \varphi_2(\tau), \end{aligned} \quad (6)$$

где $m \equiv 0, 1, 2$ соответственно для стенок плоской, цилиндрической и сферической форм.

Искомое температурное поле представим в виде двух составляющих

$$T(x, \tau) = V(x, \tau) + U(x, \tau), \quad (7)$$

где квазистационарная составляющая $V(x, \tau)$ является решением уравнения

$$\frac{1}{x^m} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda(x) x^m \frac{\partial V(x, \tau)}{\partial x} \right] \right\} = 0 \quad (8)$$

с неоднородными граничными условиями вида (6).

Общий интеграл дифференциального уравнения (8), например для многослойной плоской стенки ($m = 0$), имеет вид

$$V(x, \tau) = \frac{\alpha_1 a \varphi_1(\tau) + \alpha_2 \varphi_2(\tau) - \alpha_1 \alpha_2 [\beta_2 \varphi_1(\tau) - \beta_1 \varphi_2(\tau)]}{\alpha_1 \beta_1 a + \alpha_2 \beta_2} \times \\ \times \left[\frac{x - x_0}{\lambda_1} + \sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{1}{\lambda_{i+1}} - \frac{1}{\lambda_i} \right) (x - x_i) H(x - x_i) \right],$$

где $a = 1 + \alpha_2 \beta_2 \sum_{i=1}^n (x_i - x_{i-1}) / \lambda_i$.

Нестационарная составляющая $U(x, \tau)$ определяется из решения уравнения вида (4) с однородными граничными условиями, т.е. при $\alpha_1 \varphi_1(\tau) = 0$ и $\alpha_2 \varphi_2(\tau) = 0$ в соотношениях (6).

После определения функции $U(x, \tau)$ соотношение (7) принимает вид

$$T(x, \tau) = V(x, \tau) + \sum_{n=1}^{\infty} U_n(\tau) \Psi_n(x) \exp(-k_n^2 \tau).$$

где $a_n(\tau) = \frac{1}{N_n^2} \int_{x_0}^x \left[q_v(x, \tau) - C_v(x) \frac{\partial V}{\partial \tau} \right] \Psi_n(x) x^m dx$, $N_n^2 = \int_{x_0}^x C_v(x) \Psi_n^2(x) x^m dx$ — квадрат нормы собственных функций $\Psi_n(x)$, $U_n(\tau) = A_n + \int_0^{\tau} a_n(t) \exp(-k_n^2 t) dt$.

Постоянные интегрирования A_n находятся из начального условия (5). Формула для их определения будет

$$A_n = \frac{1}{N_n^2} \int_{x_0}^x [f(x) - V(x, 0)] C_v(x) \Psi_n(x) x^m dx.$$

Таким образом, на основе применения теории обобщенных функций путем сведения задачи теплопроводности для многослойной конструкции к однослойной с переменными (разрывными) физическими свойствами среды в замкнутом виде получено точное аналитическое решение задачи нестационарной теплопроводности для многослойной конструкции с переменными во времени внутренними источниками теплоты.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Аверин Б. В. Математическое моделирование внутренних источников теплоты, температурных полей и термических напряжений в многослойных радиопрозрачных укрытиях мощных передающих антенн: Автореф. дисс. ... канд. техн. наук, Моск. госуд. акад. тонкой хим. технол. / М., 1999. — 20 с.

Поступила в редакцию 07/IV/2009;
в окончательном варианте — 21/VIII/2009.

MSC: 80A20, 35A09

GENERAL SCHEME OF SOLUTION FOR A BOUNDARY VALUE PROBLEM OF NON-STEADY THERMAL CONDUCTIVITY WITH INNER THERMAL SOURCES FOR MULTI-LAYER CONSTRUCTIONS

B. V. Averin

Syzran' Branch of Samara State Technical University,
45, Sovetskaya str., Syzran', Samara region, 446001.

E-mail: totig@yandex.ru

General closed analytical solution for non-stationary thermal conductivity is obtained for non-steady thermal conductivity in multi-layer walls of a plane, cylindrical and spherical form with inner thermal sources.

Key words: *analytical solutions, generalized functions, fundamental functions, multi-layer constructions, inner thermal sources.*

Original article submitted 07/IV/2009;
revision submitted 21/VIII/2009.

Boris V. Averin (Ph. D. (Techn.)), Associate Professor, Dept. of General Theoretical Disciplines.

УДК 519.83

ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИЙ СПОСОБ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ МИНИМИЗАЦИИ ЗАТРАТ

А. В. Докучаев, А. П. Котенко

Самарский государственный технический университет,
443100, Самара, ул. Молодогвардейская, 244.

E-mails: docuhaev@mail.ru, ako1959@mail.ru

Предлагается графоаналитический способ решения задачи о минимизации затрат при покупке товара у нескольких поставщиков.

Ключевые слова: *теория игр, графоаналитическое решение.*

Рассматривается задача о минимизации затрат при покупке товара у нескольких поставщиков. На рынке присутствуют несколько поставщиков однородного товара. Цена, по которой поставщик будет продавать свой товар, определяется спросом на товар данного поставщика. Чем больше спрос на товар одного из поставщиков, тем дороже он его продает. Под спросом будем понимать долю товара, купленную у одного поставщика. Будем считать, что цена на товар одного поставщика зависит от того, сколько товара покупается у каждого из остальных поставщиков. Затраты покупателя можно минимизировать путём грамотного распределения спроса на товар между всеми поставщиками. Информацию о распределении спроса на товар будем называть планом покупки товара. Исходными данными для задачи будут ко-

Александр Владимирович Докучаев, аспирант, каф. прикладной математики и информатики. *Андрей Петрович Котенко* (к.ф.-м.н., доцент), доцент, каф. прикладной математики и информатики.