Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Н. Н. Столяров, Н. И. Дедов, В. Н. Исуткина, Методы планирования экстремальных экспериментов в задачах оптимизации пластин и оболочек, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2009, выпуск 2(), 256–260

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu700>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.80.181.102

26 апреля 2023 г., 13:14:00

MSC: 74C05

ADIABATIC DISTRIBUTION OF ENERGY DISSIPATION IN THE NEIGHBORHOOD OF CHARACTERISTICS SPECTRUM CENTER

A. A. Bukhanko, E. P. Kocherov, V. A. Samoylov

¹ S. P. Korolyov Samara State Aerospace University,
34, Moskovskoe sh., Samara, 443086.

² Joint Stock Company "Samara Machine-Building Design Bureau",
29, Zavodskoe sh., Samara, 443009.

E-mails: abukhanko@mail.ru, scbm@samaramail.ru

The method of analysis of adiabatic distribution of mechanical energy dissipation in the neighborhood of the slip line spectrum center is studied within the ideal rigid-plastic body theory on the example of the V-shape strip tension problem.

Key words: *plasticity, energy dissipation, strain, fracture.*

Original article submitted 14/VIII/2009;
revision submitted 12/X/2009.

Anastasia A. Bukhanko (Ph. D. (Phys. & Math.)), Associate Professor, Dept. of Strength of Flying Vehicles. *Eugeny P. Kocherov*, Chief Designer. *Vitaliy A. Samoylov*, Postgraduate Student, Dept. of Strength of Flying Vehicles.

УДК 539.374.1

МЕТОДЫ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ В ЗАДАЧАХ ОПТИМИЗАЦИИ ПЛАСТИН И ОБОЛОЧЕК

Н. Н. Столяров, Н. И. Дедов, В. Н. Исуткина

Самарский государственный технический университет,
443100, Самара, ул. Молодогвардейская, 244.

E-mail: tpm@samgtu.ru

Дается описание методов планирования экстремальных экспериментов применительно к задачам оптимизации пластин и оболочек. Приведены результаты оптимизации для пластины в нелинейной постановке.

Ключевые слова: *напряжение, деформация, оптимизация, планирование, эксперимент.*

В работе предлагается алгоритм решения задач оптимизации гибких пластин и оболочек, основанный на использовании методов теории планирования экстремальных экспериментов. Решаются задачи минимума веса, равнопрочности и наибольшей жесткости [1]. Введём в рассмотрение функционал

$$J = \int_S (\sigma - \sigma^*)^2 dS, \quad (1)$$

Николай Николаевич Столяров (д.ф.-м.н., проф.), профессор, каф. механики. *Николай Иванович Дедов* (к.т.н., доц.), доцент, каф. механики. *Вера Николаевна Исуткина* (к.ф.-м.н.), ассистент, каф. высшей математики и прикладной информатики.

характеризующий отклонение максимальной по толщине интенсивности напряжений σ от заданной интенсивности σ^* по всей поверхности S , ограниченной контуром оболочки. Поставим следующую задачу оптимизации: найти распределение толщин $h(x, y)$, которое при заданной нагрузке обеспечивает минимум функционала (1). При этом должны быть удовлетворены ограничения на интенсивность напряжений и толщину

$$\sigma \leq \sigma^*, \quad h \geq h_{\min}, \quad (2)$$

где σ — максимальная по толщине интенсивность напряжений, σ^* — интенсивность напряжений, допускаемая по условиям прочности, $h(x, y)$ — задаваемое минимальное значение толщины.

Используя метод штрафных функций [2], введём функции:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \delta_1 \gamma_1 (\sigma - \sigma^*)^2, \quad \psi_2 = \delta_2 \gamma_2 (h - h_{\min})^2, \\ \delta_1 &= \begin{cases} 0, & \text{при } \sigma \leq \sigma^*, \\ 1, & \text{при } \sigma > \sigma^*, \end{cases} \quad \delta_2 = \begin{cases} 0, & \text{при } h \geq h_{\min}, \\ 1, & \text{при } h < h_{\min}, \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

где γ_1, γ_2 — некоторые постоянные, подбираемые так, чтобы ограничения (2) удовлетворялись с заданной точностью. Используя (1)–(3), сведем задачу к минимизации расширенного функционала

$$J^* = \int_S \left[(1 + \delta_1 \gamma_1) (\sigma - \sigma^*)^2 + \delta_2 \gamma_2 (h - h_{\min})^2 \right] dS \quad (4)$$

в классе непрерывных функций перемещений и управления $h(x, y)$. При этом (4) определяет интенсивность напряжений σ как неявную функцию толщины:

$$\sigma = \sigma(h). \quad (5)$$

Представим толщину $h(x, y)$ в виде

$$h(x, y) = \sum_{l=0}^m h_l \varphi_l(x, y), \quad (6)$$

где $\varphi_l(x, y)$ — линейно независимая система аппроксимирующих функций, h_l — коэффициенты, подлежащие определению.

Для решения задачи нелинейного программирования предлагается итерационный процесс

$$h^{(n+1)}(x, y) = h_0(x, y) + \sum_{l=1}^m h_l^{(n)} \varphi_l(x, y), \quad (7)$$

где $h_l^{(n)}$ — искомые малые поправки, которые находятся из условий

$$\frac{d\bar{J}^{*(n+1)}}{dh_l^{(n)}} = 0. \quad (8)$$

Сформировав систему линейных уравнений и решив её, находим $h_l^{(n)}$.

Для минимизации функции (4) применяется метод Бокса и Уильсона [1] с использованием итерационного процесса

$$h_l^{k+1} = h_l^k - \alpha^k \text{grad } J^*(h_l^k), \quad l = 1, 2, \dots, m. \quad (9)$$

На примере трёх управляющих параметров и полного факторного эксперимента рассмотрим основные моменты применяемого алгоритма.

В окрестности точки пространства проектирования строится линейная модель целевой функции

$$\bar{J}^* = a_0 + a_1 h_1 + a_2 h_2 + a_3 h_3, \quad (10)$$

где a_1, a_2, a_3 — подлежащие определению неизвестные координаты.

Алгоритм состоит из ниже следующих этапов.

Таблица 1

План эксперимента				
N	x_{i1}	x_{i2}	x_{i3}	$\bar{J}^*$
1	+	+	+	J_1
2	+	+	—	J_2
3	+	—	+	J_3
4	+	—	—	J_4
5	—	+	+	J_5
6	—	+	—	J_6
7	—	—	+	J_7
8	—	—	—	J_8

1. Задаёмся первоначальным центром эксперимента, выбираем интервал варьирования $\Delta h_1 = \Delta h_2 = \Delta h_3 = 0,01$ и вычисляем функционал в начальной точке.

2. Используя матрицу планирования (см. табл. 1) при различных сочетаниях $\Delta h_1, \Delta h_2, \Delta h_3$, которые соответствуют строкам матрицы, получим распределения толщин (7). Например, пятой строке матрицы соответствуют

$$\Delta h_1 = -0,01, \quad \Delta h_2 = 0,01, \quad \Delta h_3 = 0,01.$$

Для каждого из полученных распределений решаем нелинейную краевую задачу, определяем напряжённо-деформированное состояние и находим значение целевой функции $J_i, i = 1, 2, \dots, 8$.

3. Находим коэффициенты регрессии $a_j = \frac{1}{8} \bar{J}_i \bar{x}_{ij}, i = 1, 2, \dots, 8, j = 1, 2, 3$ и $\text{grad } \bar{J}^*(a_1, a_2, a_3)$. Далее определяем шаги в направлении $\text{grad } \bar{J}^*$:

$$\Delta h'_i = k \frac{a_i}{|\bar{a}|} \Delta h_i, \quad i = 1, 2, 3, \quad |\bar{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2},$$

где k — коэффициент (как правило, апостериорный), назначаемый по результатам расчётов.

4. Вычисляем $h_i = h_{\text{ин}} - \Delta h'_i$ и находим значения функционала $\bar{J}^*$ в следующей точке пространства проектирования.

Для пластин и оболочек с конечным отношением сторон приведены результаты оптимизации. На рис. 1 и 2 показаны относительные толщины и относительная интенсивность напряжений.

Здесь введены безразмерные параметры:

$$x = \frac{\bar{x}}{a}, \quad y = \frac{\bar{y}}{b}, \quad h = \frac{\bar{h}}{h_0}, \quad w = \frac{\bar{w}}{h_0}, \quad w_0 = \frac{\bar{w}_0}{h_0}, \quad p = \frac{16 \bar{p} b^4}{E \bar{h}_0^4}, \quad \sigma = \frac{\bar{\sigma} b^2}{E \bar{h}_0^2},$$

где h — безразмерная толщина, w — параметр прогиба для переменной толщины, w_0 — параметр прогиба для постоянной толщины, p — параметр нагрузки, σ — параметр интенсивности напряжений. Величины с чертой сверху — размерные.

Для квадратной пластины с шарнирно закреплёнными краями, нагруженной равномерно распределённой поперечной нагрузкой интенсивности $p = 40$, на рис. 1 приведено распределение толщин h и на рис. 2 — интенсивности напряжений σ по оси x . За допускаемое напряжение σ^* принималось значение интенсивности напряжений в центре пластины постоянной толщины. Интенсивность напряжений σ в пластине переменной толщины достигала значения σ^* почти по всей области за исключением зоны, примыкающей к контуру, где на толщину наложено ограничение $h \geq 0,1$. При этом перемещения пластины, близкой к равнопрочной, возросли. Прогиб в центре пластины постоянной толщины равен $w_0 = 0,85$, а в пластине, близкой к равнопрочной, — $w_0 = 1,01$. В результате оптимизации вес пластины уменьшился по сравнению с исходным на 33 %.

В табл. 2 для $p = 40$ приведены величины прогибов w_0 в центре пластин постоянной толщины и прогибов w пластин, полученных в результате оптимизации; отношение объёма V пластины, близкой к равнопрочной, к объёму V_0 пластины постоянной толщины, а также принятые значения допускаемых напряжений σ^* .

Рис. 1. Геометрические характеристики пластины: а — размеры в плане, б — распределение толщин (h_0 — постоянная, h — переменная по результатам оптимизации)

Рис. 2. Распределение интенсивности напряжений: σ_0 — для постоянной, σ — для переменной толщины пластины

Таблица 2

Результаты расчёта					
$\lambda = 1, k_1 = k_2 = 0$	p	σ^*	w_0	w	V/V_0
Шарнир	40	1,81	0,85	1,07	0,65
Заделка	40	2,72	0,49	1,3	0,47

Таким образом, предложенный в настоящей работе алгоритм, основанный на использовании методов теории планирования экстремальных экспериментов, упрощает реализацию решения нелинейных задач оптимизации.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Наминов В. В., Чернова Н. А.* Статистические методы планирования экспериментов. — М.: Наука, 1965. — 340 с.
2. *Флакко А., Мак-Кормик Г.* Нелинейное программирование. — М.: Мир, 1972.

Поступила в редакцию 08/VII/2009;
в окончательном варианте — 13/VIII/2009.

MSC: 74S05

METHODS OF PLANNING OF EXTREME EXPERIMENTS IN PROBLEMS OF OPTIMISATION OF PLATES AND COVERS

N. N. Stolayrov, N. I. Dedov, V. N. Isutkina

Samara State Technical University,
244, Molodogvardeyskaya str., Samara, 443100.

E-mail: tpm@samgtu.ru

Description of methods of planning of extreme experiments with reference to problems of optimization of covers is presented. Results of optimization for a plate in nonlinear statement are obtained.

Key words: stress, strain, optimization, planning, experiment.

Original article submitted 08/VII/2009;
revision submitted 13/VIII/2009.

Nikolay N. Stolayrov (Dr. Sci. (Phys. & Math.)), Professor, Dept. of Mechanics. *Nikolay I. Dedov* (Ph. D. (Techn.)), Associate Professor, Dept. of Mechanics. *Vera N. Isutkina* (Ph. D. (Phys. & Math.)), Assistant, Dept. of Higher Mathematics & Applied Computer Science.

УДК 539.319

ОСТАТОЧНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ В ОБРАЗЦАХ ИЗ СПЛАВОВ В95 И Д16Т ПОСЛЕ ПНЕВМОДРОБЕСТРУЙНОЙ ОБРАБОТКИ

В. А. Кирпичёв¹, Д. В. Иванов¹, М. Н. Саушкин²

¹ Самарский государственный аэрокосмический университет им. ак. С. П. Королёва, 443086, Самара, Московское ш., 34.

² Самарский государственный технический университет, 443100, Самара, ул. Молодогвардейская, 244.

E-mails: sopromat@ssau.ru, msaushkin@gmail.com

Исследованы остаточные напряжения в гладких образцах и образцах с надрезом из сплавов В95 и Д16Т после пневмодробеструйной обработки, а также после пневмодробеструйной обработки и термоэкспозиции при температуре $T = 125^\circ\text{C}$ в течение 100 часов. Установлено, что термоэкспозиция приводит к существенно большей релаксации остаточных напряжений в образцах из сплава В95, чем из сплава Д16Т.

Ключевые слова: остаточные напряжения, концентраторы напряжений, пневмодробеструйная обработка, термоэкспозиция, релаксация остаточных напряжений.

Исследовались остаточные напряжения в образцах диаметром 15 мм с отверстием диаметром 5 мм из сплавов В95 и Д16Т после упрочнения на пневмодробеструйной установке при давлении воздуха 0,25 МПа стальными шариками 1,5–2,0 мм. Механические характеристики исследуемых материалов приведены в таблице.

Виктор Алексеевич Кирпичёв (к.т.н., доц.), докторант, каф. сопротивления материалов. *Денис Всеволодович Иванов*, аспирант, каф. сопротивления материалов. *Михаил Николаевич Саушкин* (к.ф.-м.н., доц.), докторант, каф. прикладной математики и информатики.