Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Б. В. Аверин, О тепловой устойчивости многослойных плоских стенок при нагреве внутренними источниками, зависящими от температуры, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2009, выпуск 2(), 177–185

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu701>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 52.205.19.152

26 апреля 2023 г., 15:34:15

УДК 517.958:[536.2+539.219.3]

О ТЕПЛОВОЙ УСТОЙЧИВОСТИ МНОГОСЛОЙНЫХ ПЛОСКИХ СТЕНОК ПРИ НАГРЕВЕ ВНУТРЕННИМИ ИСТОЧНИКАМИ, ЗАВИСЯЩИМИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

Б. В. Аверин

Сызранский филиал Самарского государственного технического университета,
446001, Самарская обл., Сызрань, ул. Советская, 45.

E-mail: totig@yandex.ru

Приводится последовательность получения аналитического решения стационарной нелинейной задачи теплопроводности для многослойной плоской стенки с зависящими от температуры внутренними источниками теплоты. На основе анализа полученного решения применительно к двухслойной стенке получены кривые, позволяющие при конкретных исходных данных определить мощность источников теплоты, при которых происходит неограниченное возрастание температуры (тепловой взрыв).

Ключевые слова: аналитические решения, нелинейные задачи, многослойные конструкции, внутренние источники теплоты, тепловой взрыв.

Задачи, связанные с нелинейным нагревом многослойных конструкций от действия внутренних источников теплоты, имеют важный научный и практический интерес [1–6]. При решении этих задач важнейшей проблемой является определение предельной мощности источников, при которых количество получаемой от них теплоты не может быть полностью отведено от конструкции при заданных граничных условиях теплообмена. Такие режимы нагрева приводят к неограниченному возрастанию температуры в конструкции и в конечном итоге — к её тепловому разрушению. Для определения мощности таких источников теплоты необходимо иметь аналитическое решение соответствующей краевой задачи.

Эффективным методом решения задач теплопроводности для многослойных конструкций является метод, основанный на применении обобщенных функций. При этом многослойная система заменяется однослойной, но с переменными (разрывными) физическими свойствами среды, которые описываются с помощью единичных характеристических (асимметричных) функций. Простота такого метода в том, что в данном случае нет необходимости специального выполнения условий сопряжения. Благодаря особым свойствам асимметричной функции, условиям идеального термомеханического контакта между слоями удастся удовлетворить непосредственно в уравнении.

Рассмотрим многослойную плоскую стенку, у которой на поверхности $x = x_0 = 0$ задана температура окружающей среды t_1 , а на поверхности $x = x_n$ — температура t_2 . Предположим, что в пределах каждого слоя удельные мощности тепловых источников аппроксимируются линейными функциями температуры

$$q_{v_i} = a_i + b_i T, \quad (1)$$

где $a_i = \omega_{0i}$, $b_i = \omega_{0i}\beta_i$; ω_{0i} — удельная мощность постоянно действующего

Борис Викторович Аверин (к.т.н.), доцент, каф. общетеоретических дисциплин.

внутреннего источника теплоты в i -том слое стенки при $T = 0^\circ\text{С}$ β_i — экспериментальная постоянная для i -того слоя стенки.

Представим коэффициент теплопроводности и удельную мощность внутреннего источника теплоты для многослойной стенки как единые целые в виде

$$\lambda(x) = \lambda_1 + \sum_{i=1}^{n-1} (\lambda_{i+1} - \lambda_i) H(x - x_i); \quad (2)$$

$$q_v(x, T) = a(x) + b(x)T, \quad (3)$$

где

$$a(x) = a_1 + \sum_{i=1}^{n-1} (a_{i+1} - a_i) H(x - x_i),$$

$$b(x) = b_1 + \sum_{i=1}^{n-1} (b_{i+1} - b_i) H(x - x_i),$$

$$H(x - x_i) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < x_i, \\ 1, & \text{если } x \geq x_i \end{cases} \quad \text{— асимметричная единичная функция.}$$

Дифференциальное уравнение теплопроводности для определения стационарного температурного поля в многослойной конструкции с нелинейными внутренними источниками теплоты с учётом (1)–(3) в этом случае будет иметь вид

$$\frac{d}{dx} \left[\lambda(x) \frac{dT(x)}{dx} \right] + b(x)T + a(x) = 0. \quad (4)$$

Перейдём в (4) от переменной x к новой независимой переменной z по формуле

$$z = \int_0^x \sqrt{\frac{b(\xi)}{\lambda(\xi)}} d\xi = \sqrt{\frac{b_1}{\lambda_1}} x + \sum_{i=1}^{n-1} \left(\sqrt{\frac{b_{i+1}}{\lambda_{i+1}}} - \sqrt{\frac{b_i}{\lambda_i}} \right) H(x - x_i). \quad (5)$$

Тогда уравнение (4) в новой переменной (5) преобразуется к неоднородному дифференциальному уравнению с постоянными и сингулярными коэффициентами вида

$$\frac{d^2 T}{dz^2} + T(z) = - \sum_{i=1}^{n-1} \left(\sqrt{\frac{\lambda_{i+1} b_{i+1}}{\lambda_i b_i}} - 1 \right) \frac{dT}{dz} \Big|_{z=z_i} \delta(z - z_i) - \frac{a(z)}{b(z)}, \quad (6)$$

где $\delta(z - z_i)$ — дельта-функция Дирака.

Общее решение уравнения (6) с помощью метода вариации произвольных постоянных можно представить в виде

$$T(z) = C_1 \sin z + C_2 \cos z + D_1(z) \sin z - D_2(z) \cos z, \quad (7)$$

где

$$D_1(z) = \int_0^z f(z) \cos z \, dz, \quad D_2(z) = \int_0^z f(z) \sin z \, dz;$$

$$f(z) = - \sum_{i=1}^{n-1} \left(\sqrt{\frac{\lambda_{i+1} b_{i+1}}{\lambda_i b_i}} - 1 \right) \frac{dT}{dz} \Big|_{z=z_i} - \frac{a(z)}{b(z)}.$$

После вычисления соответствующих интегралов общее решение (7) запишется так:

$$T(z) = C_1 \sin z + C_2 \cos z - \frac{a_1}{b_1} - \sum_{i=1}^{n-1} \left\{ \left(\frac{a_{i+1}}{b_{i+1}} - \frac{a_i}{b_i} \right) [1 - \cos(z - z_i)] + \left(\sqrt{\frac{\lambda_{i+1} b_{i+1}}{\lambda_i b_i}} - 1 \right) \frac{dT}{dz} \Big|_{z=z_i} \sin(z - z_i) \right\} H(z - z_i). \quad (8)$$

Неизвестные производные $\frac{dT}{dz} \Big|_{z=z_i}$ в (8) представим в виде

$$\frac{dT}{dz} \Big|_{z=z_i} = D_1^i C_1 - D_2^i C_2 - D_3^i, \quad (9)$$

где D_1^i, D_2^i, D_3^i определяются из следующих рекуррентных соотношений:

$$D_1^j = \sqrt{\frac{\lambda_j b_j}{\lambda_{j+1} b_{j+1}}} \left[\cos z_j - \sum_{i=1}^{j-1} \left(\sqrt{\frac{\lambda_{i+1} b_{i+1}}{\lambda_i b_i}} - 1 \right) D_1^i \cos(z_j - z_i) \right]; \quad (10)$$

$$D_2^j = \sqrt{\frac{\lambda_j b_j}{\lambda_{j+1} b_{j+1}}} \left[\sin z_j - \sum_{i=1}^{j-1} \left(\sqrt{\frac{\lambda_{i+1} b_{i+1}}{\lambda_i b_i}} - 1 \right) D_2^i \cos(z_j - z_i) \right]; \quad (11)$$

$$D_3^j = \sqrt{\frac{\lambda_j b_j}{\lambda_{j+1} b_{j+1}}} \left[\sum_{i=1}^{j-1} \left(\sqrt{\frac{a_{i+1}}{b_{i+1}}} - \frac{a_i}{b_i} \right) \sin(z_j - z_i) - \sum_{i=1}^{j-1} \left(\sqrt{\frac{\lambda_{i+1} b_{i+1}}{\lambda_i b_i}} - 1 \right) D_3^i \cos(z_j - z_i) \right], \quad (12)$$

где $j \equiv 1, 2, \dots, n-1$.

После подстановки (9) в (8), получим

$$\begin{aligned} T(z) = & \left[\sin z - \sum_{i=1}^{n-1} \left(\sqrt{\frac{\lambda_{i+1} b_{i+1}}{\lambda_i b_i}} - 1 \right) D_1^i \sin(z - z_i) H(z - z_i) \right] C_1 + \\ & + \left[\cos z + \sum_{i=1}^{n-1} \left(\sqrt{\frac{\lambda_{i+1} b_{i+1}}{\lambda_i b_i}} - 1 \right) D_2^i \sin(z - z_i) H(z - z_i) \right] C_2 - \\ & - \frac{a_1}{b_1} - \sum_{i=1}^{n-1} \left(\sqrt{\frac{a_{i+1}}{b_{i+1}}} - \frac{a_i}{b_i} \right) [1 - \cos(z - z_i)] H(z - z_i) + \\ & + \sum_{i=1}^{n-1} \left(\sqrt{\frac{\lambda_{i+1} b_{i+1}}{\lambda_i b_i}} - 1 \right) D_3^i \sin(z - z_i) H(z - z_i). \quad (13) \end{aligned}$$

Постоянные интегрирования C_1 и C_2 находим из граничных условий

$$T = t_1, \quad \text{при } z = 0; \quad T = t_2, \quad \text{при } z = z_n, \quad (14)$$

где

$$z_n = \sqrt{\frac{b_1}{\lambda_1}} h + \sum_{i=1}^{n-1} \left(\sqrt{\frac{b_{i+1}}{\lambda_{i+1}}} - \sqrt{\frac{b_i}{\lambda_i}} \right) (h - x_i);$$

h — толщина n -слойной стенки.

Подставляя (13) в (14), получаем

$$C_1 = \frac{A}{R}, \quad C_2 = t_1 + \frac{a_1}{b_1}; \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} A = & t_2 + \frac{a_1}{b_1} + \sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{a_{i+1}}{b_{i+1}} - \frac{a_i}{b_i} \right) [1 - \cos(z_n - z_i)] - \\ & - \sum_{i=1}^{n-1} \left(\sqrt{\frac{\lambda_{i+1} b_{i+1}}{\lambda_i b_i}} - 1 \right) D_3^i \sin(z_n - z_i) H(z - z_i) - \\ & - \left[\cos z_n + \sum_{i=1}^{n-1} \left(\sqrt{\frac{\lambda_{i+1} b_{i+1}}{\lambda_i b_i}} - 1 \right) D_2^i \sin(z_n - z_i) \right] \left(t_1 + \frac{a_1}{b_1} \right); \quad (16) \end{aligned}$$

$$R = \sin z_n - \sum_{i=1}^{n-1} \left(\sqrt{\frac{\lambda_{i+1} b_{i+1}}{\lambda_i b_i}} - 1 \right) D_1^i \sin(z_n - z_i). \quad (17)$$

После подстановки (15) в (13) с учётом (16) и (17) получим

$$T(z) = \frac{A \varphi_1(z)}{R} + \varphi_2(z), \quad (18)$$

где

$$\varphi_1(z) = \sin z - \sum_{i=1}^{n-1} \left(\sqrt{\frac{\lambda_{i+1} b_{i+1}}{\lambda_i b_i}} - 1 \right) D_1^i \sin(z - z_i) H(z - z_i),$$

$$\begin{aligned} \varphi_2(z) = & \left(t_{C_1} + \frac{a_1}{b_1} \right) \left[\cos z + \sum_{i=1}^{n-1} \left(\sqrt{\frac{\lambda_{i+1} b_{i+1}}{\lambda_i b_i}} - 1 \right) \right] D_2^i \sin(z - z_i) H(z - z_i) - \\ & - \frac{a_1}{b_1} - \sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{a_{i+1}}{b_{i+1}} - \frac{a_i}{b_i} \right) [(1 - \cos(z - z_i)) H(z - z_i) + \\ & + \sum_{i=1}^{n-1} \left(\sqrt{\frac{\lambda_{i+1} b_{i+1}}{\lambda_i b_i}} - 1 \right) D_3^i \sin(z - z_i) H(z - z_i)]. \end{aligned}$$

Рассмотрим знаменатель R в формуле (18). Например, для двухслойной стенки, с учётом обозначений, принятых в (1), его можно представить следующим образом:

$$R = \sin z_2 - \left(\sqrt{\frac{\lambda_i b_i}{\lambda_2 b_2}} - 1 \right) \cos z_1 \sin(z_2 - z_1) \quad (19)$$

или в таком виде:

$$R = \sin z_2 - \left(\sqrt{\frac{\lambda_i \omega_{01} \beta_1}{\lambda_2 \omega_{02} \beta_2}} - 1 \right) \cos z_1 \sin(z_2 - z_1), \quad (20)$$

где $z_1 = B_1 h_1$, $z_2 = B_1 h_1 + B_2 h_2$, $B_1 = \sqrt{\frac{\omega_{01} \beta_1}{\lambda_1}}$, $B_2 = \sqrt{\frac{\omega_{02} \beta_2}{\lambda_2}}$; h_1, h_2 — толщина первого и второго слоев.

Запишем (20) следующим образом:

$$R = \sin [(z_2 - z_1) N_2] - (1 - K_{\varepsilon_1}) \cos [(z_2 - z_1) N_1] \sin [(z_2 - z_1) N_3], \quad (21)$$

где

$$N_1 = \frac{z_1}{z_2 - z_1}, \quad N_2 = \frac{z_2}{z_2 - z_1}, \quad N_3 = \frac{z_2 - z_1}{z_2 - z_1};$$

$$K_{\varepsilon_1} = \sqrt{\frac{\lambda_1 \omega_{01} \beta_1}{\lambda_2 \omega_{02} \beta_2}}, \quad z_2 - z_1 = B_2 h_2.$$

Обозначим

$$B_2 h_2 = \mu_1. \quad (22)$$

Соотношение (21) с учётом (22) примет вид

$$R = \sin \mu N_2 - (1 - K_{\varepsilon_1}) \cos \mu N_1 \sin \mu. \quad (23)$$

Рассмотрим условия, при которых знаменатель формулы (18) обращается в ноль и, следовательно, температура принимает бесконечное значение:

$$\sin \mu N_2 - (1 - K_{\varepsilon_1}) \cos \mu N_1 \sin \mu = 0. \quad (24)$$

Выполнив преобразования в (24) с учётом (22), получим

$$\sin \left[\mu_1 \left(1 + K_{\varepsilon_1} \frac{\lambda_2 h_1}{\lambda_1 h_2} \right) N_2 \right] - (1 - K_{\varepsilon_1}) \cos \left[\mu_1 \left(K_{\varepsilon_1} \frac{\lambda_2 h_1}{\lambda_1 h_2} \right) N_2 \right] \sin \mu_1 = 0. \quad (25)$$

Таким образом, задача о критических тепловых режимах, приводящих к тепловому взрыву, в двухслойной стенке свелась к решению трансцендентного уравнения (25), т. е. к отысканию первого корня μ_1 при различных значениях безразмерных параметров K_{ε_1} и $\eta = \frac{\lambda_2 h_1}{\lambda_1 h_2}$. Из (22) найдём, что $\omega_{02, \max} = \frac{\mu_1^2 \lambda_2}{\beta_2 h_2^2}$.

Если удельная мощность постоянно действующего внутреннего источника теплоты во втором слое при известном внутреннем источнике теплоты в

первом слое превысит $\omega_{02,\max}$, то тепловой поток с поверхностей двухслойной стенки при заданных t_1 и t_2 нельзя отвести, и произойдёт разрушение материалов конструкции.

На рис. 1 представлены графики зависимости $\mu_1 = f(\eta, K_{\varepsilon_1})$, отделяющие область, в которой стационарное распределение температуры возможно, от области неограниченного возрастания температуры. Проиллюстрируем их применение при следующих исходных данных: $\lambda_1 = 0,065$ Вт/м·К, $\lambda_2 = 0,32$ Вт/м·К, $\omega_{01} = 11,68$ кВт/м³, $\omega_{02} = 161,7$ кВт/м³, $\beta_1 = 0,01$ К⁻¹, $\beta_2 = 0,1$ К⁻¹, $h_1 = 30 \cdot 10^{-3}$ м, $h_2 = 7,5 \cdot 10^{-3}$ м.

Определим параметры η и K_{ε_1} :

$$\eta = \frac{\lambda_2 h_1}{\lambda_1 h_2} = \frac{0,32}{0,065} \frac{30 \cdot 10^{-3}}{7,5 \cdot 10^{-3}} \approx 19,6923.$$

Так как η изменяется в пределах $0 \leq \eta \leq \pi$, то представим 19,6923 как $6\pi + 0,268\pi$. Отбрасывая количество периодов 6π , окончательно получаем, что $\eta \approx 0,268\pi \approx 0,843$ и

$$K_{\varepsilon_1} = \sqrt{\frac{\omega_{01} \beta_1 \lambda_1}{\omega_{02} \beta_2 \lambda_2}} = \sqrt{\frac{0,01 \cdot 0,065}{0,1 \cdot 0,32}} \sqrt{\frac{11,68}{161,7}} \approx 0,4.$$

Используя найденные η и K_{ε_1} , из графика находим $\mu_1 \approx 2,1$. Тогда критическая мощность внутреннего источника теплоты, действующего во втором слое, определяется выражением

$$\omega_{02,\max} = \frac{\mu_1^2 \lambda_2}{\beta_2 h_2^2} \approx \frac{4,41 \cdot 0,32 \cdot 10^6}{0,1 \cdot 56,25} \approx 250 \text{ кВт/м}^3.$$

Рис. 1. Критические кривые, при которых знаменатель R в формуле (18) принимает нулевые значения (выполняются условия теплового взрыва); цифры: 1 — $K_{\varepsilon} = 0,001$, 2 — $K_{\varepsilon} = 0,3$, 3 — $K_{\varepsilon} = 0,5$, 4 — $K_{\varepsilon} = 0,8$, 5 — $K_{\varepsilon} = 1$, 6 — $K_{\varepsilon} = 2$, 7 — $K_{\varepsilon} = 3$, 8 — $K_{\varepsilon} = 6$, 9 — $K_{\varepsilon} = 10$

Критическую мощность внутреннего источника теплоты, действующего в первом слое, найдём из соотношения

$$\omega_{01,\max} = 0,072\omega_{02,\max} \approx 18 \text{ кВт/м}^3.$$

Приравняем к нулю выражение (19):

$$\sin z_2 + \left(\sqrt{\frac{\lambda_1 b_1}{\lambda_2 b_2}} - 1 \right) \cos z_1 \sin(z_2 - z_1) = 0. \quad (26)$$

Преобразуем его к виду

$$\operatorname{tg} z_2 = \frac{\sqrt{\frac{\lambda_1 b_1}{\lambda_2 b_2}} - 1}{\sqrt{\frac{\lambda_1 b_1}{\lambda_2 b_2}} + \operatorname{tg}^2 z_1} \operatorname{tg} z_1, \quad (27)$$

откуда

$$z_2 = \operatorname{arctg} \left[\frac{\sqrt{\frac{\lambda_1 b_1}{\lambda_2 b_2}}}{\sqrt{\frac{\lambda_1 b_1}{\lambda_2 b_2}} + \operatorname{tg}^2 z_1} \operatorname{tg} z_1 \right] + \pi. \quad (28)$$

Учитывая, что

$$z_1 = h_1 \sqrt{\frac{\omega_{01}\beta_1}{\lambda_1}}, \quad z_2 = h_1 \sqrt{\frac{\omega_{01}\beta_1}{\lambda_1}} + h_2 \sqrt{\frac{\omega_{02}\beta_2}{\lambda_2}},$$

выражению (27) можно придать такой вид:

$$\frac{\operatorname{tg} h_1 \sqrt{\frac{\omega_{01}\beta_1}{\lambda_1}}}{\operatorname{tg} h_2 \sqrt{\frac{\omega_{02}\beta_2}{\lambda_2}}} = -\sqrt{\frac{\lambda_1 \omega_{01} \beta_2}{\lambda_2 \omega_{02} \beta_1}}. \quad (29)$$

Откуда получаем расчётную формулу для определения критической толщины первого слоя стенки, если известна толщина второго слоя:

$$h_{1\text{кр}} = \sqrt{\frac{\lambda_1}{\omega_{01}\beta_1}} \left\{ \operatorname{arctg} \left[-K_{\varepsilon_1} \operatorname{tg} h_2 \sqrt{\frac{\omega_{02}\beta_2}{\lambda_2}} \right] + \pi \right\}, \quad (30)$$

и наоборот

$$h_{2\text{кр}} = \sqrt{\frac{\lambda_2}{\omega_{02}\beta_2}} \left\{ \operatorname{arctg} \left[-K_{\varepsilon_1} \operatorname{tg} h_1 \sqrt{\frac{\omega_{01}\beta_1}{\lambda_1}} \right] + \pi \right\}. \quad (31)$$

Для трёхслойной стенки формула (17) будет иметь вид

$$\begin{aligned} R = \sin z_3 + \left(\sqrt{\frac{\omega_{01}\lambda_1\beta_1}{\omega_{02}\lambda_2\beta_2}} - 1 \right) \cos z_1 \sin(z_3 - z_1) + \\ + \left(\sqrt{\frac{\omega_{02}\lambda_2\beta_2}{\omega_{03}\lambda_3\beta_3}} - 1 \right) \left[\cos z_2 + \left(\sqrt{\frac{\omega_{01}\lambda_1\beta_1}{\omega_{02}\lambda_2\beta_2}} - 1 \right) \times \right. \\ \left. \times \cos z_1 \cos(z_2 - z_1) \right] \sin(z_3 - z_2) = 0, \quad (32) \end{aligned}$$

где $z_3 = B_1 h_1 + B_2 h_2 + B_3 h_3$, h_3 — толщина третьего слоя, $B_3 = \sqrt{\frac{\omega_{03} \beta_3}{\lambda_3}}$.

Рассмотрим частный случай, когда трёхслойная стенка представляет собой симметричную конструкцию. Разделив и умножив аргументы у тригонометрических функций в (32) на $(z_2 - z_1) = B_2 h_2$, после несложных преобразований приходим к следующему характеристическому уравнению:

$$\begin{aligned} \sin \left[\mu_1 \left(1 + K_{\varepsilon_1} \eta + \frac{1}{K_{\varepsilon_2}} \eta \right) \right] - (1 - K_{\varepsilon_1}) \cos(\mu_1 K_{\varepsilon_1} \eta) \sin \left[\mu_1 \left(1 + \frac{1}{K_{\varepsilon_2}} \eta \right) \right] - \\ - (1 - K_{\varepsilon_2}) \left\{ \cos[\mu_1 (1 + K_{\varepsilon_1} \eta)] - \right. \\ \left. - (1 - K_{\varepsilon_1}) \cos(\mu_1 K_{\varepsilon_1} \eta) \cos \mu_1 \right\} \sin \left(\mu_1 \frac{1}{K_{\varepsilon_2}} \eta \right) = 0, \end{aligned}$$

где $K_{\varepsilon_2} = \sqrt{\frac{\omega_{02} \lambda_2 \beta_2}{\omega_{03} \lambda_3 \beta_3}}$.

Таким образом, задача о критических тепловых режимах в трёхслойной стенке свелась к отысканию методом последовательных приближений корня μ_1 в зависимости от безразмерных параметров K_{ε_1} , K_{ε_2} и η .

На рис. 2 предоставлены графики зависимости $\mu_1 = f(\eta, K_{\varepsilon_1}, K_{\varepsilon_2})$. Как и для двухслойной стенки, если удельная мощность постоянного действующего внутреннего источника теплоты во втором слое превысит $\omega_{\varepsilon_2, \max}$, то произойдет разрушение материалов стенки.

Таким образом, графики, представленные на рис. 1 и 2, позволяют уже на стадии проектной разработки прогнозировать критические тепловые режимы и задавать такие значения внутренних источников и геометрические размеры конструкций, которые обеспечивают их тепловую устойчивость.

Аналогично решается задача и для n -слойных плоских стенок.

Рис. 2. Критические кривые, отделяющие дозрывную область от области теплового взрыва для трёхслойного РПУ. Кривые 1–4 соответствуют следующим значениям параметров K_{ε_1} и K_{ε_2} : 1 — $0,001 \leq K_{\varepsilon_1} \leq 0,1$, $10 \leq K_{\varepsilon_2} \leq 1000$; 2 — $0,01 \leq K_{\varepsilon_1} \leq 1$, $K_{\varepsilon_2} = 1$; 3 — $0,01 \leq K_{\varepsilon_1} \leq 10$, $K_{\varepsilon_2} = 0,1$; 4 — $1 \leq K_{\varepsilon_1} \leq 100$, $K_{\varepsilon_2} = 0,01$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Аверин Б. В. Математическое моделирование внутренних источников теплоты, температурных полей и термических напряжений в многослойных радиопрозрачных укрытиях мощных передающих антенн: Автореф. дисс. ... канд. техн. наук, Моск. госуд. акад. тонкой хим. технол. / М., 1999. — 20 с.
2. Аверин Б. В., Колотилкин Д. И., Мелехина Н. М. К вопросу о законе распределения тепловых источников в многослойных РПУ при зависимости электрофизических свойств от температуры // *Вопросы специальной радиоэлектроники. Сер. ТТА*, 1990. — № 2(47). — С. 46–61.
3. Аверин Б. В., Колотилкин Д. И. Исследование тепловой устойчивости многослойных диэлектриков при их нагреве мощным электромагнитным СВЧ-полем / В сб.: *Автоматизация технологических процессов и производств. Точность, качество и надёжность конструкций и технических систем*: Тез. докл. межвуз. научно-практ. семина. выставки. — Сызрань, 1997. — С. 47–48.
4. Гулябляц Л. А. Теплофизические основы проектирования ограждающих конструкций радиотехнических комплексов с высоким уровнем излучаемой мощности: Автореф. дисс. ... докт. тех. наук, НИИСФ / М., 1984. — 45 с.
5. Брыков С. И., Кильжеев Р. Ш., Ругинец Р. Г. Эффект нелинейного разогрева диэлектрика в СВЧ электромагнитном поле. — Минск: Ред. ИФЖ, 1987. — Деп. В ВИНТИ 06.04.87. — Рег. № 2727–В.
6. Стефанюк Е. В., Кудинов В. А. Аналитические решения задач теплопроводности при переменных во времени коэффициентах теплоотдачи // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2008. — № 2(17). — С. 171–184.

Поступила в редакцию 08/VII/2009;
в окончательном варианте — 21/X/2009.

MSC: 80A20, 35A09

ON THERMAL STABILITY OF MULTI LAYER PLANE WALLS WHEN HEATING BY TEMPERATURE-DEPENDENT INTERNAL HEAT SOURCES

B. V. Averin

Syzran' Branch of Samara State Technical University,
45, Sovetskaya str., Syzran', Samara region, 446001.

E-mail: totig@yandex.ru

Sequence of obtaining of analytical solution for a stationary non-linear problem of thermal conductivity for a multi layer plane wall with temperature-dependent internal heat source is presented. Curves are plotted that allow to separated the region of stationary temperature distribution from region of unrestricted growth of temperature (thermal explosion region) are plotting.

Key words: analytical solution, non-linear problem, multi layer design, internal heat source, thermal explosion.

Original article submitted 08/VII/2009;
revision submitted 21/X/2009.

Boris V. Averin (Ph. D. (Techn.)), Associate Professor, Dept. of General Theoretical Discipline.