Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. Ф. Заусаев, Д. А. Заусаев, Численное интегрирование уравнений движения малых тел Солнечной системы с использованием оскулирующих элементов больших планет, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2009, выпуск 2(), 231–239

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu723>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 35.173.137.237

26 апреля 2023 г., 14:57:27

Небесная механика и астрономия

УДК 523.642

ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ МАЛЫХ ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОСКУЛИРУЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ БОЛЬШИХ ПЛАНЕТ

А. Ф. Заусаев, Д. А. Заусаев

Самарский государственный технический университет,
443100, Самара, ул. Молодогвардейская, 244.

E-mail: Zausaev_AF@mail.ru

Проведено численное интегрирование уравнений движения малых тел Солнечной системы с использованием оскулирующих элементов больших планет. Показана высокая эффективность данного метода для малых тел, не имеющих тесных сближений с Землёй.

Ключевые слова: интерполяция, численное интегрирование, дифференциальные уравнения движения, метод оскулирующих элементов.

Численное интегрирование уравнений движения малых тел Солнечной системы проводится путем совместного решения уравнений движения больших планет и исследуемого объекта. При решении задач, связанных с проблемой астероидной опасности, требуется проводить регулярные исследования движения свыше 6 000 объектов на интервале времени порядка нескольких столетий. Решение данной задачи даже при наличии современных средств вычислительной техники вызывает определенные трудности. Создание высокоэффективных алгоритмов и программ численного интегрирования уравнений движения небесных тел является необходимым условием для оперативного получения результатов проведенных исследований.

В работе [1] изложен метод численного интегрирования уравнений движения малых тел Солнечной системы с использованием оскулирующих элементов больших планет. Основная идея метода заключается в следующем. Путём решения дифференциальных уравнений движения, приведенных в работе [2], создан банк данных оскулирующих элементов больших планет на интервале времени с 1600 по 2200 гг.

Для вычисления прямоугольных координат планет в процессе интегрирования используется массив элементов орбит: T_0 , M_0 , a , e , ω , Ω , i , где T_0 — эпоха оскуляции, M_0 — средняя аномалия, a — большая полуось, e — эксцентриситет, ω — аргумент перигелия, Ω — долгота восходящего узла, i — наклонение. Величина промежутка, в пределах которого движение планеты считается невозмущенным, составляет 10 дней.

Анатолий Федорович Заусаев (д.ф.-м.н.), профессор, каф. прикладной математики и информатики. Дмитрий Анатольевич Заусаев, студент, спец. «Прикладная математика и информатика».

Очевидно, что максимальная погрешность в координатах планет достигается на границах интервалов. Используя формулы, приведённые в работе [3], по известным элементам орбит были найдены координаты на концах интервалов. Путём сопоставления полученных координат с координатами, вычисленными совместным интегрированием, найдены погрешности на концах интервалов.

Таблица 1

Интервалы, в пределах которых движение планеты принято невозмущенным, и величины ошибок прямоугольных координат на границах этих интервалов

Планета	ΔT , сутки	$\Delta S_{\max}$, а.е.
Юпитер	10	$3 \cdot 10^{-8}$
Сатурн	10	$3 \cdot 10^{-8}$
Земля	10	$5 \cdot 10^{-6}$
Луна	10	$8 \cdot 10^{-4}$
Венера	10	$5 \cdot 10^{-8}$
Марс	10	$2 \cdot 10^{-8}$
Уран	10	$2 \cdot 10^{-8}$
Нептун	10	$2 \cdot 10^{-8}$
Плутон	10	$2 \cdot 10^{-8}$

В табл. 1 указана величина промежутка ΔT , в пределах которого движение планеты считается невозмущенным, и максимальные ошибки $\Delta S_{\max}$ в прямоугольных координатах на границах интервалов.

Создание банка данных координат больших планет способствует понижению порядка системы дифференциальных уравнений с 72 до 6, что почти на порядок сокращает расчётное время. Однако при этом, как отмечается в работе [1], при решении задачи n тел метод с использованием оскулирующих элементов можно применять для краткосрочных прогнозов на интервале времени порядка нескольких десятков лет. При

решении задачи n тел не учитывается влияние релятивистских эффектов, поэтому для повышения точности прогнозирования движения небесных тел в данной работе наряду с гравитационными эффектами учитывались релятивистские эффекты, обусловленные Солнцем.

Дифференциальные уравнения движения небесного тела в гелиоцентрической системе координат с учётом релятивистских эффектов от Солнца имеют следующий вид [4]:

$$\frac{d^2 X}{dt^2} = -k^2(1+m)\frac{X}{r^3} + \sum_i k^2 m_i \left(\frac{X_i - X}{\Delta_i^3} - \frac{X_i}{r_i^3} \right) + \frac{k^2}{c^2} \left[(4-2\alpha)\frac{k^2}{r^4}X - (1+\alpha)\frac{\dot{r}^2}{r^3}X + 3\alpha\frac{(X\dot{X})^2}{r^5}X + (4-2\alpha)\frac{(X\dot{X})}{r^3}\dot{X} \right], \quad (1)$$

где X — матрица-столбец с элементами x, y, z ; X_i — матрица-столбец с элементами x_i, y_i, z_i ; m, x, y, z — масса и гелиоцентрические координаты возмущаемого тела; m_i, x_i, y_i, z_i — массы и гелиоцентрические координаты больших планет; r, Δ_i, r_i — расстояния, вычисляемые по таким формулам: $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$, $\Delta^2 = (x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2$, $r_i^2 = x_i^2 + y_i^2 + z_i^2$; $\dot{X}$ — матрица-столбец с элементами $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$; k — постоянная Гаусса, c — скорость света, α — параметр, характеризующий выбор системы координат. Случай $\alpha = 1$ соответствует стандартным координатам, случай $\alpha = 0$ — гармоническим координатам.

Для определения области применимости данного алгоритма нами исследовалась эволюция орбит десяти короткопериодических комет и десяти астероидов, принадлежащих к группам Аполлона, Амура и Атона. Элементы орбит комет и астероидов взяты из каталогов [5, 6], причём все десять комет взяты из начала списка каталога, в то время как пять астероидов находятся

в начале списка и пять — в конце каталога. Выбор комет, имеющих минимальные порядковые номера, обусловлен тем, что эти кометы имеют достаточно точные элементы орбит. Выбор астероидов связан с распределением их минимальных расстояний от Земли. Следует отметить, что элементы орбит астероидов расположены в порядке возрастания их минимальных расстояний с Землёй.

Для численного интегрирования уравнений (1) использовался метод Эверхарта 27-го порядка с переменным шагом интегрирования. Численное интегрирование уравнений движения проводилось двумя методами. В первом случае уравнения движения с учётом гравитационных и релятивистских эффектов решались совместно. Во втором случае численное интегрирование уравнений (1) проводилось с использованием оскулирующих элементов.

В табл. 2–5 элементы орбит, полученные в результате интегрирования первым и вторым способом, обозначены соответственно «Совм. интегр.» и «Оскул. элем.»; ΔS — абсолютные значения разности в орбитальных элементах, полученных первым и вторым методами. Начальные данные элементов орбит комет и астероидов взяты из каталогов [5, 6].

Как видно из табл. 2 и 3, максимальные расхождения в элементах кометных орбит для всех десяти комет в обоих методах на конце интервала интегрирования незначительны. При этом в угловых элементах максимальное расхождение наблюдается в средней аномалии у кометы *D/Biela* ($0,0064^\circ$), а отличия в остальных элементах орбит не превышают точности оптических наблюдений. Так как оба метода дают незначительные расхождения в элементах орбит, то это позволяет считать, что метод с использованием оскулирующих элементов можно применять для исследования эволюции орбит короткопериодических комет на интервале времени с 1800 по 2204 гг.

В табл. 4 и 5 приведены элементы орбит десяти астероидов, принадлежащих к группам Аполлона, Амура и Атона. Каждый из этих астероидов в процессе эволюции проходит через сферу действия Земли, причём четыре из них имеют тесные сближения с Землёй многократно [5].

Как видно из табл. 4 и 5, значения расхождений в элементах орбит астероидов, полученных двумя методами, зависят от величины и частоты их сближений с Землёй, так как для первых пяти астероидов отличие элементов орбит более существенное, чем для последующих пяти астероидов, сближающихся с Землёй на большие расстояния. Полученная закономерность зависимости точности проведённых расчётов методом Эверхарта с использованием оскулирующих элементов от степени сближения с Землёй следует из того, что координаты для Земли определяются с меньшей точностью, чем координаты других планет (см. табл. 1). Тесные сближения с другими планетами не приводят к подобным ошибкам, так как из 10 исследуемых комет пять неоднократно проходят через сферу действия Юпитера, однако на точности полученных результатов это не отражается.

Таким образом, метод Эверхарта с использованием банка данных оскулирующих элементов больших планет можно эффективно использовать для исследования эволюции орбит малых тел Солнечной системы, не имеющих тесных сближений с Землёй на интервале времени с 1800 по 2200 гг. Вследствие того, что количество таких объектов велико и составляет не менее 90% от их общего числа, применение этого метода позволит значительно сократить время проведённых исследований без существенной потери точности.

Таблица 2

Элементы орбит комет, полученные совместным интегрированием уравнений движения, а также с учётом оскулирующих элементов больших планет (T = 1800 01 05)

	M	a	e	ω	Ω	i
P/Halley						
Совм. интегр.	191,4946	18,05202	0,968665	111,3587	58,0169	162,2889
Оскул. элем.	191,4944	18,05203	0,968665	111,3586	58,01682	162,2889
ΔS	0,000164	9,25E-06	5,98E-08	9,01E-05	7,91E-05	2,09E-05
P/Encke						
Совм. интегр.	60,5893	2,216543	0,845846	182,3158	337,1369	13,567
Оскул. элем.	60,58941	2,216543	0,845846	182,3158	337,1369	13,56697
ΔS	0,00011	3,03E-07	1,85E-07	4,09E-05	3,32E-05	2,94E-05
D/Biela						
Совм. интегр.	37,7136	3,559049	0,746668	217,8642	254,2752	13,6419
Оскул. элем.	37,71356	3,559049	0,746668	217,8642	254,2752	13,6419
ΔS	4,02E-05	3,33E-07	3,48E-07	1,08E-05	7,14E-06	3,16E-06
P/Faye						
Совм. интегр.	73,4076	3,866193	0,556092	191,2737	226,7653	7,3485
Оскул. элем.	73,40754	3,866193	0,556092	191,2737	226,7653	7,348538
ΔS	6,18E-05	6,05E-08	1,23E-07	1,78E-05	2,43E-05	3,81E-05
D/Brorsen						
Совм. интегр.	63,0994	3,027727	0,733766	7,5765	106,8219	45,287
Оскул. элем.	63,09948	3,027773	0,733777	7,576922	106,822	45,28663
ΔS	8,40E-05	4,61E-05	1,06E-05	0,000422	5,19E-05	0,000366
P/d'Arrest						
Совм. интегр.	37,2982	3,413185	0,669816	170,2287	153,3499	13,0505
Оскул. элем.	37,29846	3,413184	0,669816	170,2286	153,35	13,05049
ΔS	0,000261	6,55E-07	2,32E-07	7,79E-05	6,18E-05	1,09E-05
P/Pons-Winnecke						
Совм. интегр.	208,1477	3,337746	0,72313	5,6173	268,8229	2,6807
Оскул. элем.	208,1477	3,337746	0,72313	5,617882	268,8223	2,680689
ΔS	1,38E-05	3,35E-07	2,31E-07	0,000582	0,00061	1,05E-05
P/Tuttle						
Совм. интегр.	260,0457	5,748858	0,819734	206,8318	271,662	54,3911
Оскул. элем.	260,0452	5,748858	0,819734	206,8318	271,662	54,39109
ΔS	0,000528	7,68E-08	4,62E-07	4,18E-05	2,78E-05	8,37E-06
P/Tempel 1						
Совм. интегр.	280,1281	3,128444	0,524341	131,945	105,2602	6,2927
Оскул. элем.	280,1282	3,128444	0,524341	131,9449	105,2603	6,292644
ΔS	8,00E-05	2,66E-07	3,89E-07	9,01E-05	0,000102	5,63E-05
P/Tempel 2						
Совм. интегр.	86,4843	3,023543	0,546203	178,2391	125,7648	12,4545
Оскул. элем.	86,48404	3,023543	0,546203	178,2391	125,7648	12,45448
ΔS	0,000262	2,66E-07	4,98E-07	1,74E-06	1,48E-05	2,07E-05

Таблица 3

Элементы орбит комет, полученные совместным интегрированием уравнений движения, а также с учётом оскулирующих элементов больших планет (T = 2204 12 13)

	M	a	e	ω	Ω	i
P/Halley						
Совм. интегр.	340,7337	17,82704	0,967167	115,0549	62,4152	161,7191
Оскул. элем.	340,7371	17,82696	0,967167	115,055	62,41523	161,7191
ΔS	0,003416	7,86E-05	2,14E-07	7,62E-05	3,27E-05	3,41E-05
P/Encke						
Совм. интегр.	316,0063	2,221484	0,847531	192,2903	330,3659	9,2604
Оскул. элем.	316,0032	2,221485	0,847531	192,2903	330,3659	9,260416
ΔS	0,003082	7,91E-07	2,22E-07	1,61E-05	1,11E-05	1,58E-05
D/Biela						
Совм. интегр.	155,9316	3,527373	0,763495	326,0849	139,6366	14,611
Оскул. элем.	155,9249	3,527377	0,763496	326,0845	139,637	14,61045
ΔS	0,00674	4,34E-06	1,11E-06	0,000411	0,000436	0,000546
P/Faye						
Совм. интегр.	281,7301	3,71421	0,610773	220,5747	167,8499	5,098
Оскул. элем.	281,7302	3,71421	0,610773	220,5747	167,8499	5,097973
ΔS	5,11E-05	4,21E-08	3,65E-07	3,18E-05	2,68E-05	2,72E-05
D/Brorsen						
Совм. интегр.	41,2152	3,073071	0,863266	73,7416	39,4331	6,7586
Оскул. элем.	41,2164	3,073068	0,863267	73,73819	39,4365	6,75874
ΔS	0,001202	3,11E-06	5,43E-07	0,003413	0,0034	0,00014
P/d'Arrest						
Совм. интегр.	81,8749	3,789775	0,492992	169,5791	128,5464	23,3064
Оскул. элем.	81,87523	3,789775	0,492993	169,5791	128,5464	23,30637
ΔS	0,000325	4,31E-07	5,28E-07	3,05E-05	2,96E-05	3,00E-05
P/Pons-Winnecke						
Совм. интегр.	305,1878	3,366807	0,672255	193,3037	79,3204	18,0484
Оскул. элем.	305,1878	3,366807	0,672255	193,3037	79,32045	18,04839
ΔS	4,94E-05	1,79E-07	1,21E-07	1,49E-05	4,98E-05	6,55E-06
P/Tuttle						
Совм. интегр.	146,0471	5,698912	0,822694	207,7192	269,2077	55,0828
Оскул. элем.	146,0474	5,698911	0,822694	207,7192	269,2077	55,08285
ΔS	0,000318	1,12E-06	4,38E-07	3,32E-05	1,56E-05	5,30E-05
P/Tempel 1						
Совм. интегр.	274,3968	3,223767	0,498254	200,3509	56,1666	8,2521
Оскул. элем.	274,3969	3,223767	0,498254	200,3509	56,16661	8,252106
ΔS	0,000134	4,64E-08	2,01E-07	1,19E-06	7,62E-06	5,78E-06
P/Tempel 2						
Совм. интегр.	2,8662	3,027102	0,569752	217,0771	102,824	8,8981
Оскул. элем.	2,866163	3,027102	0,569752	217,0771	102,824	8,898056
ΔS	3,66E-05	2,34E-07	4,98E-07	1,42E-05	2,51E-05	4,40E-05

Таблица 4

Элементы орбит астероидов, полученные совместным интегрированием уравнений движения, а также с учётом оскулирующих элементов больших планет

	T	M	a	e	ω	Ω	i
Aten / 2004 FU162							
Совм. интегр. Оскул. элем. ΔS	2065 04 25	152,2859 174,2655 21,97959	0,853521 0,848768 0,004753	0,377125 0,381384 0,004259	136,0833 137,1303 1,046976	190,0011 189,687 0,314077	4,1359 3,231301 0,904599
Aten / 2004 MN4							
Совм. интегр. Оскул. элем. ΔS	2037 05 22	315,2521 318,5262 3,274071	1,100361 1,099366 0,000995	0,188319 0,188022 0,000297	72,1222 72,35598 0,233777	203,4977 203,4983 0,000615	2,2468 2,257008 0,010208
Apollo / 2004 YD5							
Совм. интегр. Оскул. элем. ΔS	2204 12 13	97,3765 97,35798 0,018521	2,283182 2,283182 2,29E-07	0,781733 0,781733 2,16E-07	278,0286 278,0304 0,001752	73,782 73,78037 0,001634	3,6501 3,650109 9,08E-06
Apollo / 2004 TD18							
Совм. интегр. Оскул. элем. ΔS	2204 12 13	308,7766 268,6913 40,08533	1,530825 1,538934 0,008109	0,505775 0,507279 0,001504	287,2391 287,5981 0,358985	182,9658 182,8362 0,129649	3,428 3,483857 0,055857
Aten / 2004 FH							
Совм. интегр. Оскул. элем. ΔS	2190 12 26	217,332 225,8138 8,481821	0,829392 0,824308 0,005084	0,281159 0,285028 0,003869	190,4837 145,2979 45,18583	132,9372 176,9267 43,98948	0,6102 0,293095 0,317105
Apollo / 2003 HP32							
Совм. интегр. Оскул. элем. ΔS	2204 12 13	342,0124 341,9892 0,023154	2,70049 2,700518 2,83E-05	0,776432 0,776428 4,41E-06	175,9104 175,9112 0,000761	171,1645 171,1639 0,000614	8,0836 8,083682 8,25E-05
Aten / 2003 HT42							
Совм. интегр. Оскул. элем. ΔS	2204 12 13	261,7901 261,7889 0,001175	0,815063 0,815063 1,82E-07	0,257662 0,257662 3,36E-07	355,3049 355,305 0,000127	33,2163 33,2163 4,37E-07	5,0752 5,07524 4,00E-05
Apollo / 2005 VG7							
Совм. интегр. Оскул. элем. ΔS	2204 12 13	213,0895 213,0899 0,000363	1,992689 1,992689 1,47E-07	0,548765 0,548765 2,38E-07	330,036 330,036 4,95E-06	37,8374 37,83734 6,02E-05	2,8587 2,858747 4,66E-05

Окончание таблицы 4

	T	M	a	e	ω	Ω	i
Aten / 1998 SZ27							
Совм. интегр.	2204 12 13	265,6846	0,90362	0,504339	48,3482	165,8892	23,3859
Оскул. элем.		265,6842	0,90362	0,504339	48,34814	165,8892	23,38593
ΔS		0,000447	3,15E-07	1,85E-07	6,24E-05	6,03E-06	2,87E-05
Aten / 1994 GL							
Совм. интегр.	2204 12 13	71,0224	0,684268	0,504239	187,7001	188,5599	3,858
Оскул. элем.		71,87638	0,684183	0,50429	187,6877	188,542	3,876694
ΔS		0,853982	8,53E-05	5,10E-05	0,01241	0,017904	0,018694

Таблица 5

Элементы орбит астероидов, полученные совместным интегрированием уравнений движения, а также с учётом оскулирующих элементов больших планет

	T	M	a	e	ω	Ω	i
Aten / 2004 FU162							
Совм. интегр.	1995 07 02	44,3553	1,005332	0,339363	288,72	11,4017	2,3875
Оскул. элем.		104,4032	1,017696	0,33607	286,674	11,21506	3,52667
ΔS		60,04786	0,012364	0,003293	2,046027	0,18664	1,139171
Aten / 2004 MN4							
Совм. интегр.	1800 01 05	348,1363	0,934664	0,188071	116,5337	211,4875	3,113
Оскул. элем.		348,0326	0,922117	0,19199	119,9979	211,7906	3,218773
ΔS		0,103655	0,012547	0,003919	3,464196	0,303108	0,105773
Apollo / 2004 YD5							
Совм. интегр.	1995 07 02	92,7722	2,265868	0,781074	261,3291	88,8409	1,7483
Оскул. элем.		91,26071	2,263624	0,780796	261,3463	88,82543	1,887774
ΔS		1,511488	0,002244	0,000278	0,017227	0,01547	0,139474
Apollo / 2004 TD18							
Совм. интегр.	1800 01 05	117,5965	1,749323	0,546062	285,3738	191,7064	3,7921
Оскул. элем.		117,5965	1,749323	0,546062	285,3738	191,7064	3,792146
ΔS		2,09E-05	3,35E-07	1,47E-07	1,47E-05	4,62E-05	4,60E-05
Aten / 2004 FH							
Совм. интегр.	1995 07 02	356,2238	0,781285	0,316433	338,5051	358,4437	3,4912
Оскул. элем.		0,650329	0,781752	0,315735	338,4148	358,452	3,569062
ΔS		355,5735	0,000467	0,000698	0,090301	0,008305	0,077862

Окончание таблицы 5

	T	M	a	e	ω	Ω	i
Apollo / 2005 VG7							
Совм. интегр.	1800 01 05	194,9315	2,0057	0,549055	323,8089	42,2089	2,9337
Оскул. элем.		194,6842	2,005637	0,549037	323,8012	42,21478	2,933702
ΔS		0,247269	6,34E-05	1,76E-05	0,007736	0,005879	2,01E-06
Aten / 1998 SZ27							
Совм. интегр.	1800 01 05	145,9299	0,9012	0,50501	46,4886	167,7404	23,3559
Оскул. элем.		145,9252	0,9012	0,50501	46,48858	167,7404	23,35589
ΔS		0,004675	2,66E-08	1,07E-07	2,38E-05	2,44E-05	6,01E-06
Aten / 1994 GL							
Совм. интегр.	1800 01 05	40,3021	0,682588	0,506986	173,5353	203,1669	3,5207
Оскул. элем.		40,30757	0,682588	0,506987	173,5355	203,1669	3,520592
ΔS		0,005471	4,14E-07	7,20E-07	0,000177	4,59E-06	0,000108
Apollo / 2003 HP32							
Совм. интегр.	1800 01 05	214,3515	2,677669	0,776699	43,1835	297,362	2,1614
Оскул. элем.		214,3514	2,677664	0,776698	43,18375	297,3619	2,161422
ΔS		0,000114	4,66E-06	9,68E-07	0,000245	0,000123	2,18E-05
Aten / 2003 HT42							
Совм. интегр.	1800 01 05	132,2457	0,812416	0,266943	347,5396	46,5178	4,9646
Оскул. элем.		132,6048	0,812456	0,267043	347,5086	46,45813	4,924366
ΔS		0,359052	3,98E-05	9,95E-05	0,031026	0,059672	0,040234

Работа выполнена в рамках АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2010)» (проект РНП 2.1.1/745).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Заусаев А. Ф., Заусаев Д. А. Численное интегрирование уравнений движения малых тел Солнечной системы с использованием оскулирующих элементов больших планет / В сб.: *Труды Шестой Всероссийской научной конференции с международным участием (1–4 июня 2009 г.)*. Часть 3: Дифференциальные уравнения и краевые задачи / Матем. моделирование и краев. задачи. — Самара: СамГТУ, 2009. — С. 125–130.
2. Newhall X. X., Standish E. M., Williams J. G. DE 102 — A numerically integrated ephemeris of the moon and planets spanning forty-four centuries // *Astron. Astrophys*, 1983. — Vol. 125, No. 1. — P. 150–167.
3. Заусаев А. Ф., Заусаев А. А. Математическое моделирование орбитальной эволюции малых тел Солнечной системы. — М.: Машиностроение-1, 2008. — 250 с.
4. Брумберг В. А. Релятивистская небесная механика. — М.: Наука, 1972. — 382 с.
5. Заусаев А. Ф., Абрамов В. В., Денисов С. С. Каталог орбитальной эволюции астероидов, сближающихся с Землёй с 1800 по 2204 гг. — М.: Машиностроение-1, 2007. — 608 с.
6. Заусаев А. Ф., Заусаев А. А. Каталог орбитальной эволюции короткопериодических комет с 1800 по 2204 гг. — М.: Машиностроение-1, 2007. — 410 с.

Поступила в редакцию 13/VIII/2009;
в окончательном варианте — 03/IX/2009.

MSC: 85-08

THE NUMERICAL INTEGRATION OF THE EQUATION OF SMALL BODIES OF THE SOLAR SYSTEM WITH USE OF OSCULATING ELEMENTS

A. F. Zausaev, D. A. Zausaev

Samara State Technical University,
244, Molodogvardeyskaya str., Samara, 443100.
E-mail: Zausaev_AF@mail.ru

The numerical integration of the equations of the Solar system small bodies motion is carried out with application of osculating elements of the larger planets. This method proves to be highly efficient for small bodies that do not approach close to the Earth.

Key words: numerical integration, differential equation of motion, method of the osculation elements.

Original article submitted 13/VIII/2009;
revision submitted 03/IX/2009.

Anatoliy F. Zausaev (Dr. Sci. (Phys. & Math.)), Professor, Dept. of Applied Mathematics & Computer Science. Dmitriy A. Zausaev, Student, Speciality of Applied Mathematics and Computer Science.