Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. А. Буханько, Е. П. Кочеров, В. А. Самойлов, Адиабатическое распределение диссипации энергии в окрестности центра веера характеристик, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2009, выпуск 2(), 252–256

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu724>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.80.73.141

26 апреля 2023 г., 14:04:59

Поступила в редакцию 04/09/2009;
в окончательном варианте — 14/10/2009.

MSC: 74G55

SEPARATRIX IN RIGID TENSION-TORSION LOADING PROBLEM

*V. V. Struzhanov*¹, *E. Yu. Prosviryakov*²

Institute of Engineering Science, Urals Branch, Russian Academy of Sciences,
91, Pervomajskaya str., Ekaterinburg, 620219.
Ural State University,
51, prosp. Lenina, Ekaterinburg, 620083.

E-mails: stru@imach.uran.ru, evgen_pros@mail.ru

In this work construction separatrix is constructed at tension with torsion of one mechanical system for rigid loading which structure includes material possessing a property of deformational loss of strength (properties of a material are described by unconvex potential).

Key words: *tension with torsion, separatrix, stability, stability loss, bifurcational multitude.*

Original article submitted 04/09/2009;
revision submitted 14/10/2009.

Valeriy V. Struzhanov (Dr. Sci. (Phys. & Math), Chief Research Scientist, Division of Machines Mechanics & Technology. *Eugeny Yu. Prosviryakov*, Postgraduate Student, Dept. of Theoretical Mechanics.

УДК 539.374.1

АДИАБАТИЧЕСКОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДИССИПАЦИИ ЭНЕРГИИ В ОКРЕСТНОСТИ ЦЕНТРА ВЕЕРА ХАРАКТЕРИСТИК

*А. А. Буханько*¹, *Е. П. Кочеров*², *В. А. Самойлов*¹

¹ Самарский государственный аэрокосмический университет им. ак. С.П. Королёва,
443086, Самара, Московское ш., 34.

² ОАО «Самарское конструкторское бюро машиностроения»,
443009, Самара, Заводское ш., 29.

E-mails: abukhanko@mail.ru, scbm@samaramail.ru

В рамках теории плоской деформации идеального жёсткопластического тела на примере задачи о растяжении полосы с V-образными вырезами рассматривается метод расчета адиабатического распределения диссипации механической энергии в окрестности центра веера линий скольжения.

Ключевые слова: *пластичность, диссипация энергии, деформация, разрушение.*

Анастасия Андреевна Буханько (к.ф.-м.н.), доцент, каф. прочности летательных аппаратов. *Евгений Павлович Кочеров*, главный конструктор. *Виталий Андреевич Самойлов*, аспирант, каф. прочности летательных аппаратов.

Диссипация механической энергии при пластическом деформировании материалов является одним из основных источников повреждения структуры материала и, как следствие, его разрушения. При изучении процессов распространения трещины и разрушения материала в окрестности угловых вырезов возникает задача об адиабатическом распределении диссипации механической энергии в окрестности особой точки поля линий скольжения в виде центра веера.

1. Диссипация энергии. Удельная мощность диссипации энергии согласно [1] определяется выражением

$$\frac{dW}{dt} = 2k\gamma_{\max}, \quad (1)$$

где k — предел текучести, $\gamma_{\max} \geq 0$ — максимальная скорость сдвига:

$$\gamma_{\max} = \frac{1}{R} \left(\frac{\partial v}{\partial \alpha} + u \right) - \frac{1}{S} \left(\frac{\partial u}{\partial \beta} - v \right). \quad (2)$$

Здесь α, β — линии скольжения; R, S — радиусы кривизны линий скольжения, а u, v — проекции скоростей перемещений на линии α и β соответственно.

Для определения удельной энергии диссипации механической работы, произведенной частицей, уравнение (1) должно быть проинтегрировано вдоль траектории движения частицы. На рис. 1 в окрестности центра веера линий скольжения β представлено поле скоростей перемещений и траектория l движения частицы с начальной точкой A , лежащей на границе веера при $\varphi = \varphi_0$. Компоненты скоростей u, v отнесены, соответственно, к линиям α и β .

Пусть центр веера O движется со скоростью $\mathbf{m}$, а скорость перемещения частиц $\mathbf{V}^P$ определяется в некоторой неподвижной системе координат компонентами u и v . Введём подвижную систему координат XOY . Поле скоростей перемещений в ней определяется разностью $(\mathbf{V}^P - \mathbf{m})$ с компонентами u^* и v^* [2]. Пусть некоторая частица занимает положение точки A в момент времени t_0 . В интервале времени $[t_0, t_k]$ частица будет пересекать веер, и в ней будет накапливаться удельная диссипация энергии. Из (1) следует

$$\frac{W}{2k} = \int_{t_0}^{t_k} \gamma_{\max} dt. \quad (3)$$

Вдоль траектории l изменяются расстояние от частицы до центра веера R и угловое расстояние от начального луча φ_0 , которым соответствуют элементы длин дуг dS и dR (см. рис. 2):

$$dl = \sqrt{(dR)^2 + (dS)^2}, \quad dR = -v^* dt, \quad dS = -u^* dt = -R d\varphi,$$

откуда

$$dt = \frac{R d\varphi}{u^*}, \quad dt = -\frac{dR}{v^*}. \quad (4)$$

Рис. 1

Рис. 2

Согласно (2)–(4) после замены переменной интегрирования t на φ , получим

$$\frac{W}{2k} = \int_{t_0}^{t_k} \gamma_{\max} dt = \int_{\varphi_0}^{\varphi_k} \left(\frac{\partial v^*}{\partial \alpha} + u^* \right) \frac{d\varphi}{u^*} + \int_{R_0}^{R_k} \frac{1}{S} \left(\frac{\partial u^*}{\partial \beta} - v^* \right) \frac{1}{v^*} dR. \quad (5)$$

Если β -линии — прямые ($S \rightarrow \infty$), то второй интеграл равен нулю, и для любой траектории накопление диссипации определяется первым слагаемым. Если начальное положение частицы, определяемое точкой A , стремится к точке O ($A \rightarrow O$), то второй интеграл также будет стремиться к нулю, и предельные значения W будут определяться выражением

$$\frac{W}{2k} = \int_{\alpha_0}^{\alpha_k} \left(\frac{\partial v^*}{\partial \alpha} + u^* \right) \frac{d\alpha}{u^*}. \quad (6)$$

Заметим, что предельные деформации частицы в веере будут происходить только при $V^p \geq 0$, и значение φ_k будет определяться из условия $V^p = 0$.

2. Задача о растяжении полосы с вырезами. На рис. 3 представлено известное решение Е. Ли [3] задачи о растяжении полосы с V-образными вырезами, предполагающее сохранение угла δ выреза с течением времени при условии, что центр веера характеристик всегда находится на свободной поверхности.

Рис. 3

xOy компоненты скорости перемещения частиц $\mathbf{V}^p$ связаны с проекциями скоростей u, v на криволинейные оси α, β соотношениями [5]

$$V_x^p = u \cos \varphi - v \sin \varphi, \quad V_y^p = u \sin \varphi + v \cos \varphi,$$

и согласно (7) равны величинам:

$$V_x^p = -\sqrt{2}V \cos \varphi, \quad V_y^p = V(1 - \sqrt{2} \sin \varphi). \quad (9)$$

В подвижной системе координат XOY скорость перемещения частиц определяется разностью $(\mathbf{V}^p - \mathbf{m})$, и согласно (8), (9) её компоненты и модуль определяются следующими выражениями:

Поле скоростей в окрестности угловой точки A определяется следующими соотношениями [4]:

– в веере EAF :

$$v = V \cos \varphi, \quad u = V(\sin \varphi - \sqrt{2}), \quad \varphi \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} + \eta \right]; \quad (7)$$

– в веере BAD :

$$u = -V \sin \varphi, \quad v = V(-\cos \varphi + \sqrt{2}), \quad \varphi \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} + \eta \right].$$

Точка A (центр веера характеристик) движется со скоростью

$$\mathbf{m} = \left\{ -\frac{1 + \cos \delta}{\sin \delta} \mathbf{V}, 0 \right\}. \quad (8)$$

В виду симметрии пластической области далее будем рассматривать верхнюю часть полосы. В неподвижной системе координат

$$\begin{cases} V_X^p = V_x^p - m_x = \frac{V}{\sin \delta} (1 + \cos \delta - \sqrt{2} \cos \varphi \sin \delta), \\ V_Y^p = V_y^p - m_y = V(1 - \sqrt{2} \sin \varphi), \end{cases} \quad (10)$$

$$V^p = \frac{\sqrt{2}V}{\sin \delta} \sqrt{(1 + \cos \delta)(1 - \sqrt{2} \cos \varphi \sin \delta) + \sin^2 \delta (1 - \sqrt{2} \sin \varphi)}. \quad (11)$$

Компоненты u^* , v^* поля скоростей перемещений в подвижной системе координат согласно (10) получим в виде

$$\begin{aligned} u^* &= V_X^p \cos \varphi + V_Y^p \sin \varphi = \frac{V}{\sin \delta} [\cos \varphi + \cos(\delta - \varphi) - \sqrt{2} \sin \delta], \\ v^* &= -V_X^p \sin \varphi + V_Y^p \cos \varphi = -\frac{V}{\sin \delta} [\sin \varphi - \sin(\delta - \varphi)]. \end{aligned} \quad (12)$$

Согласно (6), (12) адиабатическое распределение диссипации механической энергии в окрестности вершины углового выреза A (центра веера характеристик) при условии $\varphi = \alpha + \beta_0$ будет определяться выражением

$$\frac{W}{2k} = -\sqrt{2} \sin \delta \int_{\alpha_0}^{\alpha_k} \frac{d\alpha}{\cos \alpha + \cos(\delta - \alpha) - \sqrt{2} \sin \delta}.$$

Из условий рассматриваемой задачи следует, что $\alpha_0 = \pi/4$, а α_k определяется равенством $V^p = 0$ согласно (11).

Работа выполнена в рамках АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2010) (РНП 2.1.1/889)».

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Быховцев Г. И., Ивлев Д. Д. Теория пластичности. — Владивосток: Дальнаука, 1998. — 528 с.
2. Буханько А. А., Лошманов А. Ю., Хромов А. И. Расчёт полей деформаций в задачах обработки материалов давлением при наличии особенностей поля скоростей перемещений // *КШП ОМД*, 2006. — № 9. — С. 22–27.
3. Lee E. H. Plastic Flow in a V-Notched Bar Pulled in Tension // *J. Appl. Mech.*, 1952. — Vol. 19. — P. 331–336.
4. Хромов А. И., Козлова О. В. Разрушение жесткопластических тел. Константы разрушения. — Владивосток: Дальнаука, 2005. — 159 с.
5. Хромов А. И. Деформация и разрушение пластических тел. — Владивосток: Дальнаука, 1996. — 181 с.

Поступила в редакцию 14/VIII/2009;
в окончательном варианте — 12/X/2009.

MSC: 74C05

ADIABATIC DISTRIBUTION OF ENERGY DISSIPATION IN THE NEIGHBORHOOD OF CHARACTERISTICS SPECTRUM CENTER

A. A. Bukhanko, E. P. Kocherov, V. A. Samoylov

¹ S. P. Korolyov Samara State Aerospace University,
34, Moskovskoe sh., Samara, 443086.

² Joint Stock Company "Samara Machine-Building Design Bureau",
29, Zavodskoe sh., Samara, 443009.

E-mails: abukhanko@mail.ru, scbm@samaramail.ru

The method of analysis of adiabatic distribution of mechanical energy dissipation in the neighborhood of the slip line spectrum center is studied within the ideal rigid-plastic body theory on the example of the V-shape strip tension problem.

Key words: *plasticity, energy dissipation, strain, fracture.*

Original article submitted 14/VIII/2009;
revision submitted 12/X/2009.

Anastasia A. Bukhanko (Ph. D. (Phys. & Math.)), Associate Professor, Dept. of Strength of Flying Vehicles. *Eugeny P. Kocherov*, Chief Designer. *Vitaliy A. Samoylov*, Postgraduate Student, Dept. of Strength of Flying Vehicles.

УДК 539.374.1

МЕТОДЫ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ В ЗАДАЧАХ ОПТИМИЗАЦИИ ПЛАСТИН И ОБОЛОЧЕК

Н. Н. Столяров, Н. И. Дедов, В. Н. Исуткина

Самарский государственный технический университет,
443100, Самара, ул. Молодогвардейская, 244.

E-mail: tpm@samgtu.ru

Дается описание методов планирования экстремальных экспериментов применительно к задачам оптимизации пластин и оболочек. Приведены результаты оптимизации для пластины в нелинейной постановке.

Ключевые слова: *напряжение, деформация, оптимизация, планирование, эксперимент.*

В работе предлагается алгоритм решения задач оптимизации гибких пластин и оболочек, основанный на использовании методов теории планирования экстремальных экспериментов. Решаются задачи минимума веса, равнопрочности и наибольшей жесткости [1]. Введём в рассмотрение функционал

$$J = \int_S (\sigma - \sigma^*)^2 dS, \quad (1)$$

Николай Николаевич Столяров (д.ф.-м.н., проф.), профессор, каф. механики. *Николай Иванович Дедов* (к.т.н., доц.), доцент, каф. механики. *Вера Николаевна Исуткина* (к.ф.-м.н.), ассистент, каф. высшей математики и прикладной информатики.