Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Д. В. Петров, Оптимизация динамических систем инвестирования промышленных предприятий, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2010, выпуск 1(), 231–234

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu748>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.89.185.249

26 апреля 2023 г., 12:51:13

УДК 517.977.5

ОПТИМИЗАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ
ИНВЕСТИРОВАНИЯ ПРОМЫШЛЕННЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ

Д. В. Петров

Самарский государственный технический университет,
443100, Самара, ул. Молодогвардейская, 244.

E-mail: totosha@mystep.ru

Предложена математическая модель реализации инвестиционного проекта для использования её в системах поддержки принятия решений. В рамках предложенной модели с помощью принципа максимума Л. С. Понтрягина определены оптимальные схемы взаимодействия инвесторов и предприятий по производству и реализации продукции. Решены практические задачи по определению влияния различных показателей на эффективность вложения ресурсов в инвестиционный проект и подбору оптимальных режимов работы каждого из участников совместных инвестиционных проектов.

Ключевые слова: поддержка принятия решений, инвестиционные проекты, функционалы качества деятельности предприятий, принцип максимума Л. С. Понтрягина, схемы взаимодействия предприятий и инвесторов.

Введение. В настоящее время многие промышленные предприятия разрабатывают и реализуют инвестиционные проекты (ИП) модернизации своего производства. Кроме поиска и привлечения для этих целей внешних инвесторов актуальными становятся также вопросы оптимального использования как собственных денежных ресурсов, так и внешних инвестиций. В работах [1, 2] рассмотрены некоторые вопросы распределения инвестиций предприятий, входящих в крупные финансово-промышленные системы. В то же время на практике остаются актуальными задачи совместного взаимодействия отдельных самостоятельных предприятий и их внешних инвесторов при разработке и реализации ИП. В настоящей работе приведено математическое моделирование и решение таких задач и определены оптимальные режимы работы каждого из участников совместных ИП.

1. Оптимизация распределения прибыли предприятия. Рассмотрим работу предприятия за период времени $[0, T]$, в течение которого оно реализует ИП как за счёт своей прибыли, так и благодаря привлечению внешних инвестиций. Для этой цели оно использует свою прибыль π , которая остаётся у него после выплаты всех налоговых платежей. Принимается, что эта прибыль может направляться предприятием или на развитие производства, или на выплату дивидендов. Инвестор вкладывает в ИП денежные средства U путём приобретения акций предприятия, по которым он получает дивиденды. Величина этих дивидендов равна $\alpha\pi$, где $\alpha = U/s$ — доля акций, имеющаяся у инвестора, s — стоимость акций, по которым выплачиваются дивиденды.

Динамику изменения основных фондов предприятия x в денежном исчислении можно записать в виде [3]

$$x' = -\mu x + v\pi + U\xi, \quad (1)$$

где μ — коэффициент амортизации; v, ξ — управляющие параметры предприятия и инвестора. При $v = 1$ вся прибыль предприятия направляется в собственные инвестиции, а при $v = 0$ — на выплату дивидендов. Предприятие реализует ИП для увеличения стоимости основных фондов и для повышения своего дохода. Его функционал качества будет

Денис Владимирович Петров, аспирант, каф. информационно-измерительной техники.

$$J_1 = x(T) + \int_0^T \pi(1-v)e^{-\lambda t} dt \rightarrow \max, \quad (2)$$

где λ — коэффициент дисконтирования.

Для решения уравнения (1) с учётом условия (2) будем использовать принцип максимума Понтрягина [4]. Для этого составим функцию Гамильтона

$$H = v\pi(\psi - e^{-\lambda t}) + (U\xi - \mu x)\psi + \pi e^{-\lambda t}, \quad (3)$$

где ψ — вспомогательная переменная.

Как видно, гамильтониан линейно зависит от v , и его максимальное значение достигается в следующих случаях:

$$v = \begin{cases} 1, & \text{при } \psi - e^{-\lambda t} > 0; \\ 0, & \text{при } \psi - e^{-\lambda t} < 0. \end{cases} \quad (4)$$

Вспомогательную переменную ψ можно определить из дифференциального уравнения

$$\psi' = -\frac{\partial H}{\partial x} = (\mu - v\delta)\psi + (v-1)\delta e^{-\lambda t} \quad \left(\delta = \frac{\partial \pi}{\partial x}\right)$$

при граничном условии $\psi(T) = 1$. Из интегрирования этого дифференциального уравнения на конечном интервале времени, где в соответствии с (4) $v = 1$, можно получить

$$\psi = e^{(\mu-\delta)(t-T)}.$$

На основании (4) изменение v произойдёт в момент времени t_0 , при котором $\psi - e^{-\lambda t_0} = 0$. С учётом приведенного выше выражения для ψ из этого уравнения можно получить $t_0 = T \cdot (\delta - \mu)/(\delta - \theta)$, где $\theta = \mu + \lambda$.

Таким образом, для выполнения условия (2) оптимальная траектория использования прибыли предприятия в ИП будет следующей. На интервале времени $[0, t_0]$ (где $v = 0$) вся прибыль направляется на выплату дивидендов, а на интервале времени $[t_0, T]$ (где $v = 1$) она идёт в собственные инвестиции. При такой схеме работы предприятие получит наибольшую экономическую выгоду.

2. Оптимизация работы инвестора. Инвестор участвует в совместном ИП с целью получения максимального дохода от вложенных средств, величину которого можно записать в виде

$$J_2 = \int_0^T (\alpha\pi - \xi U)e^{-\lambda t} dt \rightarrow \max, \quad (5)$$

где ξ — управляющий параметр инвестора.

Инвестор должен учитывать, что существуют два различных периода времени работы предприятия, на первом из которых $[0, t_0]$ дивиденды выплачиваются, а на втором $[t_0, T]$ — нет. В связи с этим будем использовать принцип суперпозиции и всю работу инвестора в ИП в течение времени $[0, T]$ разобьём на два этапа. В период времени $[0, t_0]$, где $v=0$, уравнение (1) будет иметь вид

$$x' = -\mu x + U\xi.$$

Для решения этого уравнения на основе принципа максимума Понтрягина, учитывая (5), составим функцию Гамильтона

$$H = (\psi_1 - e^{-\lambda t})U\xi - \mu x\psi_1 + \alpha\pi e^{-\lambda t}.$$

Как видно, этот гамильтониан принимает максимальное значение при следующих условиях:

$$\xi = \begin{cases} 1, & \text{при } \psi_1 - e^{-\lambda t} > 0; \\ 0, & \text{при } \psi_1 - e^{-\lambda t} < 0. \end{cases} \quad (6)$$

Вспомогательную переменную ψ_1 можно определить из дифференциального уравнения

$$\psi_1' = -\frac{\partial H}{\partial x} = (\mu\psi_1 - \beta e^{-\lambda t}), \quad \beta = \alpha\delta,$$

при граничном значении $\psi_1(t_0) = 0$.

После интегрирования этого уравнения на конечном участке, где в соответствии с (6) $\xi = 0$, получим

$$\psi_1 = e^{\mu t}(e^{-\theta t} - e^{-\theta t_0})\frac{\beta}{\theta}.$$

Изменение параметра ξ с нулевого значения на $\xi = 1$ произойдет в момент времени t_1 , при котором в соответствии с (6) выполняется равенство $\psi_1 - e^{-\lambda t} = 0$. Решая это уравнение с учетом полученного выражения для ψ_1 , получим

$$t_1 = t_0 + \frac{1}{\theta} \ln \frac{\beta - \theta}{\beta}.$$

Рассмотрим работу инвестора в период времени $[t_0, T]$. В соответствии с п. 1, в этот период $v = 1$, дивиденды не выплачиваются, в выражении (5) $\pi = 0$ и, соответственно, $J_2 < 0$, а это означает, что теперь инвестору невыгодно вкладывать деньги, т. е. его доход в этот период будет отрицательным.

Таким образом, для инвестора оптимальным режимом работы в ИП будет следующий. В период времени $[0, t_1]$ он приобретает акции предприятия, получая при этом дополнительно дивиденды, в момент времени t_1 прекращает покупку акций и в период $[t_1, t_0]$ только получает дивиденды по ранее приобретенным акциям, а с момента времени t_0 прекращает своё участие в ИП.

Выводы. Полученные решения поставленных задач позволяют найти оптимальные режимы работы предприятия и инвестора и получить при этом максимальную эффективность каждому из них при участии в совместном инвестиционном проекте. В рассмотренных выше задачах предполагалась реализация совместного инвестиционного проекта в условиях экономической стабильности, безубыточности текущей деятельности инвестора и предприятия, позволяющей выполнять взятые сторонами обязательства, а также отсутствия временного лага между моментами предоставления инвестиций и их освоения. Несмотря на это, предложенная методика и полученные результаты могут служить основой для разработки более сложных математических моделей взаимодействия инвестора и предприятия с учетом возможных ограничений и допущений для конкретных отраслей промышленности.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Косачев Ю. В. Математическое моделирование интегрированных финансово-промышленных систем. — М.: Логос, 2008. — 144 с.
2. Павлов О. В. Динамические модели взаимодействия участников корпоративных систем // *Управление большими системами. ИПУ РАН*, 2004. — № 8. — С. 157–175.
3. Москвин Б. В. Математические методы оптимального управления экономическими системами. — СПб.: ГУЭФ, 2005. — 230 с.
4. Понтрягин Л. С., Болтянский А. В., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. — М.: Наука, 1983. — 392 с.

Поступила в редакцию 08/ХП/2009;
в окончательном варианте — 01/ІІІ/2010.

MSC: 91B99

DYNAMIC INVESTMENT SYSTEMS OPTIMIZATION OF INDUSTRIAL ENTERPRISES

D. V. Petrov

Samara State Technical University,
244, Molodogvardeyskaya str., Samara, 443100.

E-mail: totoasha@mystep.ru

We have suggested the mathematical model of investment project in order to use it for the decision making support systems. Within the scope of the suggested model using the maximal principle by L. S. Pontryagin we have determined the optimal enterprises and investors interaction modes during products manufacturing and selling stages. We have solved the practical problems of the determination of having an influence of various indicators on resource investment effectiveness and also we have solved a fitting problem of optimal operating modes for each member of the cooperative investment projects.

Key words: *decision making support, investment projects, enterprises functionals of the work quality, maximal principle by L. S. Pontryagin, periods of the operating modes, extreme operation speed of the enterprises and investors, enterprises and investors interaction modes.*

Original article submitted 08/XII/2009;
revision submitted 01/III/2010.

Denis V. Petrov, Postgraduate Student, Dept. of Information Measuring Technics.

УДК 519.876.3, 519.857

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРИВЛЕЧЕНИЯ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ РЕСУРСОВ В СЕТЕВОМ ПЛАНИРОВАНИИ

А. В. Докучаев, А. П. Котенко

Самарский государственный технический университет,
443100, Самара, ул. Молодогвардейская, 244.

E-mails: Docuhaev@mail.ru, ako1959@mail.ru

Описан алгоритм оптимизации вложения дополнительных ресурсов с целью сокращения общего срока выполнения проекта в задаче сетевого планирования и управления.

Ключевые слова: *сетевое планирование, динамическое программирование.*

1. Основные обозначения. Рассмотрим задачу сетевого планирования и управления (СПУ) проектом $P = (a_1, a_2, \dots, a_k)$ из $k \geq 1$ работ $\{a_i\}_{i=1}^k$ со временем выполнения $t(a_i) \geq 0$, списками предшествующих работ $\{s(a_i)\}_{i=1}^k$ и функциями отклика $f_i(x) \geq 0$, описывающими сокращение времени выполнения проектных работ a_i после привлечения ограниченного ресурса $x \in [0, X]$ при $X \geq 0$. Здесь $s(a_i)$ — собственное (возможно, пустое) подмножество работ проекта P , которые необходимо завершить до начала выполнения работы a_i .

Александр Владимирович Докучаев, аспирант, каф. прикладной математики и информатики. *Андрей Петрович Котенко* (к.ф.-м.н., доц.), доцент, каф. прикладной математики и информатики.