Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

С. М. Подберезкин, Анализ обобщенных преобразований Лоренца, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2001, выпуск 12, 157–164

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu77>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.85.183.62

26 апреля 2023 г., 16:15:32

Теоретическая физика

УДК 530.1

С.М. Подберезкин

АНАЛИЗ ОБОБЩЕННЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ЛОРЕНЦА

Получен вариант обобщенных преобразований Лоренца, инвариантных относительно уравнений Максвелла и формулы Эйнштейна. Исследуется инвариантность этих преобразований относительно волнового уравнения; обсуждается ряд проблем физики, связанных с полученными новыми математическими результатами.

1 Инвариантность волнового уравнения относительно обобщенных преобразований Лоренца. В работе [1] предложен вариант обобщенных преобразований Лоренца вида

$$\begin{cases} x' = \left(x - ct \cdot th \frac{V}{c} \right) ch \frac{V}{c}, \\ t' = \left(t - \frac{x}{c} th \frac{V}{c} \right) ch \frac{V}{c}, \end{cases} \quad (1)$$

где V - скорость объекта, c - скорость света, $th(\cdot)$ и $ch(\cdot)$ - гиперболические тангенс и косинус соответственно.

Эти преобразования получены на основе первого постулата Эйнштейна [2,3]: законы, по которым изменяются состояния физических систем, не зависят от того, к которой из двух координатных систем, движущихся относительно друг друга равномерно и прямолинейно, эти изменения относятся.

Докажем инвариантность волновых уравнений

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} = \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial x^2} = \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

для вектора напряженности электрического поля $\vec{E} = \{X, Y, Z\}$ и вектор магнитного поля $\vec{B} = \{L, M, N\}$ относительно преобразований (1).

Из преобразований координат следует:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x'} = \beta \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\alpha_2}{V} \beta \frac{\partial}{\partial t}, \\ \frac{\partial}{\partial t'} = \beta \frac{\partial}{\partial t} + \alpha_1 V \beta \frac{\partial}{\partial x}. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь α_1, α_2 - функции от $\frac{V}{c^2}$, причем α_1 - релятивистская поправка к скорости для кинематического соотношения $\frac{dx}{dt} = \alpha_1 V$, где $\alpha_1 = 1 + O\left(\frac{V^2}{c^2}\right)$; α_2 связана с α_1 соотношением

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{V^2}{c^2} \quad [1].$$

Отсюда легко показать, что

$$\frac{\partial^2}{\partial x'^2} = \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{\partial}{\partial x'} \right) = \left(\beta \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\alpha_2}{V} \beta \frac{\partial}{\partial t} \right) \left(\beta \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\alpha_2}{V} \beta \frac{\partial}{\partial t} \right) = \beta^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + 2 \frac{\alpha_2}{V} \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} + \frac{\alpha_2^2}{V^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right). \quad (3)$$

Аналогично находим

$$\frac{\partial^2}{\partial t'^2} = \beta^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + 2 \alpha_1 V \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} + \alpha_1^2 V^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right). \quad (4)$$

Перепишем волновое уравнение в виде

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \vec{E} = 0. \quad (5)$$

и покажем, что в движущейся системе координат K' оно сохраняет тот же вид. Подставляя значение вторых производных (3), (4) в (5) находим:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x'^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t'^2} \right) = \beta^2 \left[\left(1 - \frac{\alpha_1^2 V^2}{c^2} \right) \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \left(2 \frac{\alpha_2}{V} - 2 \frac{\alpha_1 V}{c^2} \right) \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} + \left(\frac{\alpha_2^2}{V^2} - \frac{1}{c^2} \right) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \quad (6)$$

Вспоминая соотношение $\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{V^2}{c^2}$, получаем, что вторая скобка в левой части (6)

$$\left(2 \frac{\alpha_2}{V} - 2 \frac{\alpha_1 V}{c^2} \right) = 0, \text{ а третья скобка } \left(\frac{\alpha_2^2}{V^2} - \frac{1}{c^2} \right) = \frac{1}{c^2} \left(\frac{\alpha_1^2}{c^2} - 1 \right).$$

Таким образом, мы показали, что

$$\frac{\partial^2}{\partial x'^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t'^2} = \beta^2 \left(1 - \frac{\alpha_1^2 V^2}{c^2} \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right).$$

Ясно, что при равенстве первых проекций векторов электрического и магнитного полей $L' = L$ и $X' = X$ из волновых уравнений для L и X сразу же следуют аналогичные волновые уравнения для L' и X' в движущейся системе координат. Для остальных проекций имеем:

$$Y' = \beta(Y - \alpha_1 V N), \quad \beta^3 \left(1 - \frac{\alpha_1^2 V^2}{c^2} \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) (Y - \alpha_1 V N) = 0.$$

Поскольку Y и N входят в это уравнение линейно и волновые уравнения для Y и N выполняются, то ясно, что и полученное уравнение, эквивалентное уравнению

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x'^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t'^2} \right) Y' = 0,$$

также будет выполняться. Для остальных проекций векторов электрического и магнитного полей тоже будет выполняться волновые уравнения.

2 Физическая часть. Новые положения в геометрической оптике на наблюдениях в современной физике. Можно показать, что однородность поля вблизи от Солнца и вдали от него в космическом пространстве не является одинаковой. Ясно, что из закона Ньютона

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{R^2} \text{ следует, что сила притяжения, а следовательно, и ускорение будут обратно про-}$$

порциональны квадрату расстояния: $F \sim \frac{1}{R^2}$. Отсюда следует, что в свободном космическом

пространстве гравитационное поле будет практически однородным (и даже ничтожно малым), а вблизи от солнца (или другой звезды) неоднородность поля будет очень велика. Здесь, разумеется, не учитывается фоновое гравитационное поле «всех звезд», которое предполагается малым и однородным.

Далее. Поскольку расстояние от Солнца до ближайшей звезды равно, примерно, 4 световых года, то очевидно, что во Вселенной будут места, где звездные системы «отсутствуют» и влияние звезд на неоднородность гравитационного поля будет ничтожно малым. Отсюда ясно, что в свободном космическом пространстве скорость света будет практически неизменной, т.к. расстояние от корабля до ближайших систем чрезвычайно велико, а, как предполагается, изменение скорости света пропорционально градиенту гравитационного поля:

$$\nabla F = \gamma m_1 m_2 \nabla \frac{1}{R^2} = \gamma m_1 m_2 \left(-\frac{2\vec{R}}{R^4} \right) = -\gamma m_1 m_2 \frac{2\vec{R}_0}{R^3}.$$

Видно, что градиент гравитационного поля $\nabla F \sim \frac{1}{R^3}$, т.е. уменьшается пропорционально кубам рас-

стояний до ближайших звезд. Таким образом, мы показали, что только «свободное космическое пространство» можно считать пространством с однородной гравитацией (здесь не говорится о локальной однородности).

Добавим, однако, что замечание касается наблюдения ближних звезд, когда на пути распространения световых лучей (или корабля) нет гравитационных масс. При наблюдении дальних звезд на пути лучей могут оказаться значительные гравитационные массы и, конечно, они окажут существенное влияние на скорость и направление распространения светового луча. Поэтому ясно, неискаженной окажется только картина ближних звезд (примерно до 16 световых лет), а картина дальних звезд и других галактик будет существенно искажена.

Коснемся вопроса о негеометрической оптики. Действительно, три объекта (Земля, Солнце, наблюдаемый участок неба) будут находиться на одной прямой только какой-то небольшой промежуток времени, а, следовательно, луч света будет распространяться по какой-то сложной кривой. Однако заметим, что эта кривая будет весьма близка к прямой линии, поскольку расстояние до ближайшей звезды (4 световых года) значительно больше, чем расстояние от Земли до Солнца (150 млн. км). Несомненно одно: в общем случае, при наблюдении далеких звезд, следует говорить не о геометрической, а о физической оптике.

Прежде чем перейти к математической части настоящей работы сделаем еще одно замечание. Ясно, что с одной стороны скорость хода часов (время) зависит от переменной гравитации, а с другой стороны (по специальной теории относительности - СТО) время зависит только от скорости одной инерционной системы от другой. Увы, СТО не поясняет, почему в одной системе время должно течь медленнее, а в другой быстрее, ибо все инерционные системы равноправны.

Что же следует из соотношений (1)? Исходя из них, об инерциальных системах отсчета (в Галилеевом смысле) можно говорить только в одном гравитационном поле (не локально – однородном, а однородном). Из ранее изложенного ясно, что гравитационное поле можно считать однородным только в свободном космическом пространстве. Новая теория предполагает, что в свободном космическом пространстве скорости будут складываться по классическому закону, т.е. будут справедливы преобразования Галилея и формула сложения скоростей $V = V_1 + V_2$. Это требование выдвигается потому, что градиент гравитополя вдали от звездных систем будет ничтожно мал, а, следовательно, искажение таких характеристик, как время (а вместе с ним скорость и расстояние) будет ничтожно мало. То есть преобразования Галилея будут здесь полностью справедливы.

Поскольку мы предполагаем, что скорость света (и радиоволн) зависит от градиента, ясно, что при приближении к солнечной системе (и вблизи от других звезд) в измерения следует внести поправки. Каковы эти поправки?

Мы знаем, что вблизи от Земли справедливы формулы СТО Эйнштейна. Следовательно, требование новой математической теории, следующей из (1), таково: надо «сопрячь» области околоземного и свободного космического пространства; получить асимптотические формулы, позволяющие наблюдать с Земли дальний космический полет или ход звездного светового луча. Итак, мы получаем два постулата: 1) эквивалентность инерционных систем отсчета; 2) галилеевское правило сложения скоростей в свободном от гравитационных масс пространстве. Принцип соответствия Бора выдвигает еще одно требование: в окрестности Земли должны быть справедливы формулы СТО, которое подтверждаются опытом.

Таким образом, ясно, что хотя в свободном космосе (при однородной гравитации) будут полностью справедливы преобразования Галилея, все же для наблюдения этого процесса с Земли в формулы следует ввести поправки, вызванные непостоянной скоростью распространения электромагнитных волн. Эти же поправки следует вводить при наблюдении звезд, причем при наблюдении дальних звезд общая картина настолько сложна, что без помощи современных вычислительных комплексов не обойтись.

Ясно также, что предложенные преобразования (1) должны удовлетворять условиям обратимости, образовывать группу с формулой сложения скоростей $V = V_1 + V_2$, быть инвариантными относительно уравнений Максвелла и т.д. Все эти требования используются при выводе преобразований и выполняются.

Следует заметить, что (1) внешне похожи на соотношения, приведенные в [4]. Однако они имеют совершенно разные свойства и совершенно разный физический смысл.

3. Следствие из обобщенных преобразований Лоренца и их интерпретация. Исследуем предложенные в [1] обобщенные преобразования Лоренца (1):

$$\begin{cases} x' = \left(x - ct \cdot th \frac{V}{c} \right) ch \frac{V}{c}, \\ t' = \left(t - \frac{x}{c} th \frac{V}{c} \right) ch \frac{V}{c}, \end{cases} \quad (7)$$

с учетом нового кинематического соотношения:

$$\tilde{V} = \frac{x}{t} = \alpha_1 V = c \cdot th \frac{V}{c},$$

где $\tilde{V}$ - кажущаяся, измеряемая скорость; V - истинная скорость.

Пусть $l' = x'$ длина стержня, покоящегося относительно движущейся системы координат K' . Тогда длина стержня в «неподвижной» системе координат K , относительно которой наш стержень движется со скоростью V , будет равна (см. рис.1):

$$l = x - \tilde{V}t = x - \alpha_1 Vt = x - ct \cdot th \frac{V}{c}.$$

Р и с. 1. Движения стержня, расположенного в системе K' , относительно «неподвижной» системы K

Р и с. 2. Графики зависимостей l'/l , t/t' и m/m_0 от отношения $\frac{V}{c}$. Кривые $\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$ и $ch \frac{V}{c}$ касаются друг друга при $V=0$

Используя связь между x' и x , даваемую обобщенными преобразованиями Лоренца, получаем:

$$l' = lch \frac{V}{c}. \quad (8)$$

Эта формула показывает связь между длиной стержня l' в системе координат K' , в которой он покоится, и длиной l , измеренной в системе координат K , относительно которой стержень движется. То есть длина движущегося стержня, измеренная в «неподвижной системе, будет меньше истинной (см. рис.2). Очевидно, времена t и t' будут связаны общей формулой:

$$t' = \left(t - \frac{x}{c} th \frac{V}{c} \right) ch \frac{V}{c}.$$

Найдем связь длин l и l' , используя обратные преобразования:

$$\begin{cases} x = \left(x' + ct' \cdot th \frac{V}{c} \right) ch \frac{V}{c}, \\ t = \left(t' + \frac{x'}{c} th \frac{V}{c} \right) ch \frac{V}{c}. \end{cases}$$

Как и выше, имеем для левой части:

$$x = l + \alpha_1 Vt = l + ct \cdot th \frac{V}{c}.$$

Найдем правую часть обратного преобразования $x = x'(t')$. Используя равенство $x' = l'$, подставляя из (7) значение t' через x и t , а затем выбирая x через l и t , получим:

$$x = \left(x' + ct' \cdot th \frac{V}{c} \right) ch \frac{V}{c} = l' ch \frac{V}{c} + ct ch \frac{V}{c} sh \frac{V}{c} - l sh^2 \frac{V}{c} - ct \cdot th \frac{V}{c} sh^2 \frac{V}{c}.$$

Приравнявая обе части и перенося слагаемые, содержащие l , в левую часть, а слагаемые, содержащие t , в правую, получаем:

$$l \left(1 + sh^2 \frac{V}{c} \right) = l' ch \frac{V}{c} + ct \left(ch \frac{V}{c} sh \frac{V}{c} - th \frac{V}{c} - th \frac{V}{c} sh^2 \frac{V}{c} \right).$$

Делая преобразования с гиперболическими функциями, окончательно находим:

$$l = \frac{l'}{ch \frac{V}{c}}.$$

Это же соотношение можно было получить непосредственно, выражая l через l' из формулы (8). Ясно, что длина стержня l , измеренная в «неподвижной» системе K , будет меньше, чем истинная длина l' , измеренная в движущейся системе K' , относительно которой стержень покоится (рис.3).

Очевидно, времена t' и t будут связаны общим соотношением:

$$t = \left(t' + \frac{x}{c} th \frac{V}{c} \right) ch \frac{V}{c}.$$

Рассмотрим теперь, что будет происходить со временем. При $t=0$ часы, расположенные в K' на расстоянии $l, 2l, 3l$ от начала координат $x' = x = 0$, дадут следующие показания:

при $x = 0$ $t' = 0$;

при $x = l$ $t' = -\frac{l}{c} sh \frac{V}{c}$;

при $x = 2l$ $t' = -\frac{2l}{c} sh \frac{V}{c}$;

при $x = 3l$ $t' = -\frac{3l}{c} sh \frac{V}{c}$.

Отставание часов будет тем больше, чем дальше расположены они от начала координат.

Более того, поскольку разные часы нельзя синхронизировать, то не всегда можно указать последовательность событий. Так, для неподвижного наблюдателя имеем:

$t = 0$ для $x = 0$; $t = \frac{l}{2c} th \frac{V}{c} > 0$ при $x = l$.

Последовательность событий с точки зрения движущегося наблюдателя будет про-

тивоположной: $t' = 0$ для $x = 0$; $t' = -\frac{l}{2c} sh \frac{V}{c} < 0$ при $x = l$.

Прежде, чем рассмотреть вопрос замедления времени, рассмотрим, что будет происходить со скоростью света в «свободном космическом пространстве». Разделив первое из соотношений (7) на второе, имеем:

$$\frac{x'}{t'} = c \cdot \frac{\frac{x}{t} - c \cdot th \frac{V}{c}}{c - \frac{x}{t} th \frac{V}{c}}. \quad (9)$$

Далее ход рассуждений может быть таков: положив в (9) $\frac{x}{t} = c$, получим

Р и с. 3. Графики зависимостей $l'/l, t'/t$ и m/m_0

от отношения $\frac{V}{c}$. Кривые $\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$ и $\frac{1}{ch \frac{V}{c}}$ ка-

саются друг друга при $V=0$.

$$\frac{x'}{t'} = c \cdot \frac{c - c \cdot th \frac{V}{c}}{c - c \cdot th \frac{V}{c}} = c.$$

Отсюда легко найти значение скорости света в «свободном космическом пространстве»:

$$\frac{x'}{t'} = c \cdot th \frac{c'}{c} = c.$$

Ясно, что равенство $th \frac{c'}{c} = 1$ (вернее, $th \frac{c'}{c} \rightarrow 1$) выполняется лишь в одном случае: при $c' = \infty$ (вернее, при $c' \rightarrow \infty$). В данном случае из того, что измеряемая скорость света на Земле равна $c = 300\,000$ км/сек., получаем, что истинная скорость света в «свободном космическом пространстве» равна бесконечности.

Ход рассуждений может быть и другим: предположим, что истинная скорость света в «свободном космосе» $c' \rightarrow \infty$. Тогда $\frac{x'}{t'} = c \cdot th \frac{c'}{c} \rightarrow c \cdot th \infty = c$. Но при этом из (9) получаем:

$$\frac{x}{t} - c \cdot th \frac{V}{c} = c - \frac{x}{t} th \frac{V}{c},$$

откуда находим: $\frac{x}{t} = c$.

Таким образом, из предположения $c' \rightarrow \infty$ мы получили достоверный результат: кажущаяся скорость света при измерительной аппаратуре, расположенной на Земле, равна $c = 300\,000$ км/сек. Если бы мы предположили другое, выводы просто были бы неверны.

Рассмотрим теперь вопрос о замедлении времени в движущейся системе координат K' . Для этого исследуем время распространения импульса, движущегося перпендикулярно направлению движения прибора относительно покоящегося наблюдателя (рис.4). В движущейся

системе K' , где прибор покоится, получаем $t' = \frac{2l}{c}$,

где l – расстояние от источника до зеркала, c – измеряемая скорость светового импульса, которая равна $300\,000$ км/сек.

Р и с. 4. Излучение и прием светового сигнала в системах K' и K

Если прибор движется с истинной скоростью V относительно наблюдателя, то по теореме Пифагора имеем (см. рис. 4):

$$ct = 2\sqrt{l^2 + \left(\alpha_1 V \cdot \frac{t}{2}\right)^2},$$

откуда

$$c^2 t^2 = 4l^2 + c^2 \alpha_1^2 \frac{V^2}{c^2} t^2.$$

Решая это уравнение относительно t , получим

$$t = \frac{2l}{c} \frac{ch \frac{V}{c}}{c}.$$

Таким образом, связь между временем t (время распространения импульса с точки зрения неподвижного наблюдателя) и временем t' (время распространения импульса с точки зрения наблюдателя, движущегося вместе с прибором) будет следующей (см. рис. 2):

$$t = t' ch \frac{V}{c}.$$

Из этого соотношения следует, что $t > t'$, т.е. время в движущейся системе K' будет течь медленнее, чем тоже время, измеряемое в «неподвижной» системе K .

Заметим, что связь между временами можно было получить непосредственно из обобщенных преобразований Лоренца, положив в них $x' = 0$. тогда (7) получаем:

$$\begin{cases} x = ct \cdot th \frac{V}{c}, \\ t' = \left(t - t \cdot th^2 \frac{V}{c} \right) ch \frac{V}{c} = \frac{t}{ch \frac{V}{c}}. \end{cases}$$

Из обратных преобразований находим:

$$\begin{cases} x = ct' \cdot sh \frac{V}{c} = ct \cdot th \frac{V}{c}, \\ t = t' ch \frac{V}{c}. \end{cases}$$

Заметим также, что при $x' = 0$ формула (7) превратится в тождество:

$$0 = c \cdot \frac{c \cdot th \frac{V}{c} - c \cdot th \frac{V}{c}}{c - c \cdot th^2 \frac{V}{c}},$$

а «обратная» формула $\frac{x}{t} = c \frac{\frac{x'}{t'} + c \cdot th \frac{V}{c}}{c + \frac{x'}{t'} th \frac{V}{c}}$ при $x' = 0$ примет следующий вид:

$$\frac{x}{t} = c \frac{0 + c \cdot th \frac{V}{c}}{c + 0} = c \cdot th \frac{V}{c},$$

т.е. получаем новое кинематическое соотношение.

Р и с. 5. Графики зависимостей $\frac{\omega}{\omega'} = f\left(\frac{V}{c}\right)$. Кри-

вые $\sqrt{\frac{1+V/c}{1-V/c}}$ и $e^{\frac{V}{c}}$ касаются друг друга при $v=0$

Р и с. 6. Графики зависимостей $\frac{\tilde{V}}{c} = th \frac{V}{c}$. Кривая касается биссектрисы координатного угла

Подчеркнем, что если $\frac{x'}{t'} = u' \ll c$, то в «свободном космосе» скорости будут складываться по классическому закону

$$u' + V = u,$$

а с точки зрения земного наблюдателя – по закону сложения скоростей Эйнштейна:

$$th \frac{u}{c} = \frac{th \frac{u'}{c} + th \frac{V}{c}}{1 + th \frac{u'}{c} th \frac{V}{c}},$$

т.е. $\tilde{u} = \frac{\tilde{u}' + \tilde{V}}{1 + \tilde{u}' \frac{\tilde{V}}{c^2}}$, где V, u, u' – истинные скорости, а $\tilde{V}, \tilde{u}, \tilde{u}'$ – измеряемые, кажущиеся скорости.

Для зависимости массы m от скорости движения V будем иметь аналогичный график зависимости (см. рис.2), т.к.

$$m = m_0 ch \frac{V}{c}.$$

Исследование формулы Допплера дает (см. рис. 5)

$$\frac{\omega}{\omega'} = e^{\frac{V}{c}}$$

и график зависимости выглядит почти так же, как и для предыдущих случаев, однако возрастание будет происходить быстрее, чем для соотношений длин, времен и масс.

График зависимости между измеряемой и истинной скоростями

$$\tilde{V} = c \cdot th \frac{V}{c}$$

будет выглядеть так, как изображено на рис. 6. Ясно, что при $V = 0$ будем иметь $\tilde{V} = 0$; при $V \rightarrow \infty$ получим $\tilde{V} = c = 300000$ км/сек., а при $V \ll c$ будем иметь $\tilde{V} \approx V$.

4 Связь истинного и кажущегося времен. Заметим, что до сих пор мы говорили о времени $\tilde{t}$, кажущемся, измеряемом времени. Какова его связь с истинным временем? Из соотношения

$$\tilde{V} = \frac{x}{\tilde{t}} = \alpha_1 v = \alpha_1 \frac{x}{t}$$

сразу получаем:

Р и с. 7. График зависимости $\frac{t}{\tilde{t}} = \frac{c}{V} th \frac{V}{c}$:

t – истинное время; $\tilde{t}$ – кажущееся время
в той же системе координат

$$\frac{t}{\tilde{t}} = \alpha_1 = \frac{c}{V} th \frac{V}{c}.$$

Исследуем зависимость вида $y = \frac{1}{x} th x$. С помощью правила Лопиталья для вычисления пределов легко получить:

$$y(0) = 1, y'(0) = 0, y'(x) < 0$$

и график зависимости

$$\frac{t}{\tilde{t}} = \frac{th \frac{V}{c}}{\frac{V}{c}}$$

будет выглядеть так, как на рис. 7.

Таким образом, мы получили, что $t < \tilde{t}$, т.е. истинное время t будет течь медленнее измеряемого времени $\tilde{t}$. Учитывая, что $t' < t < \tilde{t}$, приходим к выводу, что истинное время в движущейся системе K' будет течь еще медленнее, чем кажущееся время, измеренное в «неподвижной» системе K .

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Подберезкин С.М. Обобщенные преобразования Лоренца // Вестник Самарск. гос. техн. ун-та. Серия: Физ.-мат. науки. Вып.4. Самара: СамГТУ, с.106-124.
2. Эйнштейн А. К электродинамике движущихся тел. Сб. науч. тр. М.: Наука, 1965. Т.1. С. 7-35.
3. Эйнштейн А. О принципе относительности и его следствиях. М.: Наука Т.1. С. 53-64.
4. Тейлор Э. Уиллер Д. Физика пространства – времени. М.: Мир, 1969. 320 с.