S. I. Solodushkin, On the stabilization of systems with delay, *Vestn. Udmurtsk. Univ. Mat. Mekh. Komp. Nauki*, 2008, Issue 2, 140–141

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use
<http://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 3.89.185.249

April 26, 2023, 17:12:33

УДК 517.917

© С. И. Солодушкин

О СТАБИЛИЗАЦИИ СИСТЕМ С ПОСЛЕДЕЙСТВИЕМ¹

Для линейной управляемой системы с запаздыванием в координатах и в управлении предложен метод построения стабилизирующего управления.

Ключевые слова: линейные системы с последствием, стабилизация, управление системами с последствием.

Введение

Рассмотрим систему вида

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = & Ax(t) + A_\tau x(t - \tau) + \int_{-\tau}^0 A(s)x(t + s) ds + \\ & Bu(t) + B_\Delta u(t - \Delta) + \int_{-\Delta}^0 B(\zeta)u(t + \zeta) d\zeta. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь τ и Δ — положительные константы, A, A_τ — постоянные $n \times n$ -матрицы, B, B_Δ — постоянные $n \times r$ -матрицы, $A(\cdot)$ — $n \times n$ -матрица с непрерывными на $[-\tau; 0]$ элементами, $B(\cdot)$ — $n \times r$ -матрица с непрерывными на $[-\Delta; 0]$ элементами, $x \in \mathbb{R}^n$ — фазовый вектор (траектория движения), $u \in \mathbb{R}^r$ — управление.

Далее для краткости будем использовать обозначения

$$y(s) = x(t + s), \quad s \in [-\tau; 0]; \quad w(s) = u(t + s), \quad s \in [-\Delta, 0].$$

Управление для системы (1) ищется в классе линейных отображений

$$u[x, y(\cdot), w(\cdot)] = Ex + \int_{-\tau}^0 L_\tau(s)y(s) ds + \int_{-\Delta}^0 L_\Delta(\zeta)w(\zeta) d\zeta. \quad (2)$$

Здесь E — постоянная $r \times n$ -матрица, $L_\tau(\cdot)$ и $L_\Delta(\cdot)$ — $n \times n$ и $n \times r$ -матрицы с кусочно-непрерывными элементами, имеющие кусочно-непрерывные производные на $[-\tau; 0]$ и $[-\Delta; 0]$ соответственно.

Требуется стабилизировать систему, то есть найти такое управление, чтобы тривиальное решение было асимптотически устойчивым.

¹Работа выполнена при поддержке Программы Президиума РАН «Процессы управления» Урало-Сибирский междисциплинарный проект и РФФИ (грант 05-01-00732а).

§ 1. Построение управления

Задача стабилизации заменяется на эквивалентную задачу оптимального управления на бесконечном промежутке. Квадратичный функционал качества выбирается из тех соображений, чтобы упростить задачу управления; коэффициенты его не являются заранее фиксированными, располагаясь ими в дальнейшем удастся построить управление в явном виде.

Для полученной вспомогательной задачи оптимального управления найден вид функционала Беллмана. На основе принципа динамического программирования составлены обобщенные уравнения Риккати (ОУР); для нахождения производной функционала Беллмана в силу системы использовалась техника i -гладкого анализа. Система ОУР представляет собой систему алгебраического уравнения, обыкновенных дифференциальных, в частных производных и с запаздыванием. Матрицы — коэффициенты усиления в управлении — являются решением системы ОУР.

Показано, что выбирая коэффициенты в функционале качества должным образом, можно упростить систему ОУР и явно свести её решение к решению одного алгебраического уравнения, которое решается численно.

§ 2. Исследование стабилизирующих свойств управления

В отличие от обыкновенных дифференциальных уравнений управление, найденное таким образом, не обязательно стабилизирует систему; необходимо предложить достаточные условия стабилизируемости.

Показано, что если весовой функционал и функционал Беллмана являются положительно определенными, то найденное управление стабилизирует систему. Функционал Беллмана рассматривается как функционал Ляпунова–Красовского для данной системы, показано, что его производная в силу системы есть минус весовой функционал минус положительно определенная квадратичная форма относительно управления.

Поступила в редакцию 20.02.08

S. I. Solodushkin

On the stabilization of systems with delay

The paper presents the algorithm of construction of the control to stabilize a system with delay both in coordinates and in control.

Солодушкин Святослав Игоревич
Институт математики и механики УрО РАН
620144, Россия, г. Екатеринбург,
ул. С. Ковалевской, 16
E-mail: solodushkin_s@mail.ru