P. G. Surkov, Use of asymptotic methods for continuation of solutions of differential equations with delay to the negative semi-axis, *Vestn. Udmurtsk. Univ. Mat. Mekh. Komp. Nauki*, 2008, Issue 2, 148–149

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use
<http://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:
IP: 54.224.135.184
April 26, 2023, 18:13:56

УДК 517.929

© П. Г. Сурков

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АСИМПТОТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ПРИ ПРОДОЛЖЕНИИ РЕШЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ НА ОТРИЦАТЕЛЬНУЮ ПОЛУОСЬ ¹

Для линейной системы с запаздыванием рассматривается задача продолжения решения в сторону убывания времени.

Ключевые слова: линейные системы с запаздыванием, некорректные задачи, асимптотические методы.

Задача продолжения решений дифференциальных уравнений с запаздыванием на отрицательную полуось является некорректной. Для её решения используется метод регуляризации А. Н. Тихонова [1], позволяющий свести рассматриваемую задачу к нахождению компонент x решений следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} x'' &= P^{-1}(\vartheta)(Q(\vartheta)x - P'(\vartheta)x') + \alpha^{-1}P^{-1}(\vartheta)(\psi - z(\vartheta)), \\ \psi' &= \left(B^{-1}(\vartheta)(B'(\vartheta) - A(\vartheta)B(\vartheta))\right)^{\top} \psi - B^{\top}(\vartheta)\chi, \\ \chi' &= A(\vartheta)\chi + B(\vartheta)x, \end{aligned} \quad (1)$$

с краевыми условиями

$$\begin{aligned} x'(-r) &= 0, \\ \psi(-r) + \alpha B^{\top}(0)(Gx(0) + P(0)x'(0)) &= z(-r), \\ \psi(0) &= B^{\top}(0)\chi(0), \quad x(0) = \chi(-r). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь функция z является решением задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} z' &= \left(B^{-1}(\vartheta)(B'(\vartheta) - A(\vartheta)B(\vartheta))\right)^{\top} z - B^{\top}(\vartheta)\varphi(\vartheta), \\ z(0) &= B^{\top}(0)\varphi(0), \end{aligned}$$

¹Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 06-01-00399), Программы поддержки фундаментальных исследований Президиума РАН №13 «Математические методы в нелинейной динамике» и Программы поддержки ведущих научных школ России.

G , $P(s)$, $Q(s)$, $s \in [-r, 0]$ — симметричные положительно определённые матрицы; A , Q — непрерывные, а B и P — непрерывно дифференцируемые матричнозначные функции на $[-r, 0]$; $\det B(\vartheta) \neq 0$ при $\vartheta \in [-r, 0]$; $\varphi \in C = C([-r, 0], \mathbb{R}^n)$, α — малый положительный параметр.

Теорема 1. Пусть $\varphi \in C^2 = C^2([-r, 0], \mathbb{R}^n)$; A — непрерывно дифференцируемая, B , P и Q — дважды непрерывно дифференцируемые матричнозначные функции на $[-r, 0]$; $\det B(\vartheta) \neq 0$ и собственные числа матрицы $P^{-1}(\vartheta)B^\top(\vartheta)B(\vartheta)$ простые на $[-r, 0]$. Тогда компонента x решения краевой задачи (1), (2) определяется асимптотической формулой

$$x(\vartheta, \alpha^{1/4}) = S(\vartheta, \alpha)\Delta(\varphi) + B^{-1}(\vartheta)(\varphi'(\vartheta) - A(\vartheta)\varphi(\vartheta)) + O(\alpha^{1/4}; \vartheta, \varphi),$$

где $S(\cdot, \alpha)$ — ограниченная матричнозначная функция при малых значениях параметра регуляризации α ,

$$\Delta(\varphi) = B^{-1}(0)(A(0)\varphi(0) - \varphi'(0)) + \varphi(-r) - B^{-1}(0)(\varphi'(0) - A(0)\varphi(0)),$$

$O(\alpha^{1/4}; \cdot, \varphi)$ — значения непрерывных отображений $: C^2 \rightarrow C$.

* * *

1. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986.

Поступила в редакцию 12.02.08

P. G. Surkov

Use of asymptotic methods for continuation of solutions of differential equations with delay to the negative semi-axis

The paper presents the problem of continuation of solutions of linear systems with delay in inverse time.

Сурков Платон Геннадьевич
Институт математики
и механики УрО РАН
620219, Россия, г. Екатеринбург,
ул. С. Ковалевской, 16
E-mail: platon.surkov@gmail.com