A. L. Teptin, On the sign of the Green's function of a boundary value problem with periodic and Sturm's boundary conditions, *Vestn. Udmurtsk. Univ. Mat. Mekh. Komp. Nauki*, 2008, Issue 2, 150–151

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use
<http://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 34.229.108.108

April 26, 2023, 03:28:19

УДК 517.927.2

© А. Л. Тентин

О ЗНАКЕ ФУНКЦИИ ГРИНА КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ С ПЕРИОДИЧЕСКИМИ И ШТУРМОВСКИМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ

Приведены условия, при которых функция Грина краевой задачи с двумя краевыми условиями Штурма и $n - 2$ периодическими сохраняет знак.

Ключевые слова: знак функции Грина.

Рассматривается краевая задача

$$Ly \equiv y^{(n)} + \sum_{k=0}^{n-1} p_k(t)y^{(k)} = 0, \quad (1)$$

$$l_i y \equiv \sum_{j=1}^n c_{ij} y^{(n-j)}(a_i) = 0, \quad c_{i1} = 1, \quad i = 1, 2, \quad a_1 = a, \quad a_2 = b, \quad (2)$$

$$y^{(k)}(a) = y^{(k)}(b), \quad k = \overline{0, n-3}, \quad (3)$$

где $p_k(t)$, $k = \overline{0, n-1}$ непрерывны на $[a, b]$ и ω -периодически продолжены на $\mathbb{R}$ при $\omega = b - a$, причем $p_k(a + i\omega) = p_k(a + 0)$, $i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, $k = \overline{0, n-1}$, а $p_0(t)$ не меняет знак и $p(t) = p_0(t) + c_{1n} - c_{2n} \neq 0$ в $[a, b]$.

Пусть $m = [n/2] - 1$; T_{12} — множество таких линейных дифференциальных операторов Q n -го порядка, что всякое нетривиальное решение (в расширенном смысле) уравнения $Qy = 0$, удовлетворяющее любым r из краевых условий (2), имеет на $[a, b + m\omega]$ не более $n - r - 1$ нулей с учетом кратности, $r = 1, 2$; I — единичный оператор.

Согласно теореме 1 из [1] при $L \in T_{12}$ существует разложение

$$L = \left(\frac{d}{dt} - a_i(t)I \right) L_{n-1,i}, \quad L_{n-1,i} = \left(\frac{d}{dt} - a_{ij}(t)I \right) L_{n-2}, \quad (4)$$

$$L_{n-2} = \frac{d^{n-2}}{dt^{n-2}} + \sum_{k=0}^{n-3} q_k(t) \frac{d^k}{dt^k},$$

где $a_i(t)$ суммируемы, $a_{ij}(t)$ абсолютно непрерывны, $i, j = 1, 2$, $i \neq j$, $q_k(t)$, $k = \overline{0, n-3}$ обладают абсолютно непрерывными производными в $[a, b + m\omega]$, $(L_{n-1,1}y)(a) = l_1 y$, $(L_{n-1,2}y)(b) = l_2 y$ при всех $y(t) \in C^{n-1}[a, b]$,

$a_{12}(t) - a_{21}(t) \neq 0$ при всех $t \in [a, b + m\omega]$ и оператор L_{n-2} неосцилляционный на $[a, b + m\omega]$, то есть любое нетривиальное решение уравнения $L_{n-2}y = 0$ имеет на $[a, b + m\omega]$ не более $n - 3$ нулей с учетом кратности. При условиях

$$c_{1n}c_{2n} \leq 0, (c_{1n} - c_{2n})p_0(t) \geq 0, p(t) \neq 0 \text{ в } [a, b] \quad (5)$$

получается, что

$$q_0(t) \underset{[a,b]}{\text{sign}} p(t)(a_{21} - a_{12}(t)) > 0 \text{ при всех } t \in [a, b]. \quad (6)$$

В предлагаемой работе доказано, что при $L \in T_{12}$ существует разложение (4), обладающее перечисленными свойствами, в котором $q_k(t)$, $k = \overline{0, n-3}$ ω -периодичны. Отсюда на основе результатов работы [2] и неравенства (6) получена

Теорема 1. Если $L \in T_{12}$ и $p_0(t)$ не меняет знак на $[a, b]$, то при условии (5) функция Грина $G(t, s)$ задачи (1)–(2) существует и сохраняет следующий знак

$$G(t, s) \underset{[a,b]}{\text{sign}} p(t) > 0 \text{ при всех } t \in [a, b] \text{ и } s \in (a, b).$$

* * *

1. Тептин А. Л. О неосцилляции решений и знаке функции Грина // Дифференц. уравнения. 1984. Т. 20, № 6. С. 995–1005.
2. Тонков Е. Л., Хохряков А. Я., Юберев Н. Н. О функции Грина периодической краевой задачи и существовании периодических решений обыкновенного дифференциального уравнения // Тр. ТИХМ'а. Тамбов. 1968. Вып. 2. С. 16–20.

Поступила в редакцию 21.01.08

A. L. Teptin

On the sign of the Green's function of a boundary value problem with periodic and Sturm's boundary conditions

Conditions are presented under which the Green's function of a boundary value problem with two Sturm's boundary conditions and $n - 2$ periodic boundary conditions preserves its sign.

Тептин Анатолий Лаврович
Ижевский государственный
технический университет
426069, Россия, г. Ижевск,
ул. Студенческая, 7 (корп. 6)
E-mail: pmi@istu.ru