Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

A. A. Gryzlov, R. A. Golovastov, The Stone spaces of Boolean algebras, *Vestn. Udmurtsk. Univ. Mat. Mekh. Komp. Nauki*, 2013, Issue 1, 11–16

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use

<http://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 54.84.234.179

April 26, 2023, 02:51:50

УДК 515.122.536

© А. А. Грызлов, Р. А. Головастов

О ПРОСТРАНСТВАХ СТОУНА НЕКОТОРЫХ БУЛЕВЫХ АЛГЕБР

Рассматриваются пространства Стоуна BD и BS двух булевых алгебр. Доказывается, что множество свободных ультрафильтров пространства BD и пространство BS гомеоморфны канторову совершенному множеству.

Ключевые слова: булева алгебра, пространство Стоуна булевой алгебры, ультрафильтр, компакт.

Введение

В работе продолжается изучение пространств Стоуна булевых алгебр, которое проводилось в [2–5]. В данной работе рассматриваются пространства Стоуна двух булевых алгебр и выясняется их связь с канторовым совершенным множеством.

Конструкцию и свойства канторова совершенного множества можно найти, например, в [1].

Обозначения в работе стандартны. Через $[A]$ обозначается замыкание множества A , через $\text{dom } f$ — область определения функции f , $\omega = \{0, 1, 2, \dots\}$ — множество неотрицательных целых чисел. Под n мы понимаем, в зависимости от контекста, как целое число $n \in \omega$, так и подмножество $n = \{0, 1, \dots, n-1\}$ множества ω .

Базисом ультрафильтра ξ называется подсемейство $\xi' \subseteq \xi$ такое, что для любого $A \in \xi$ найдется $C \in \xi'$ такое, что $C \subseteq A$.

§ 1. Пространство BD

Обозначим $P = \{0, 1\}^\omega$. Пусть $D = \{f|_n : f \in P, n \in \omega\}$. Элементы множества D будем обозначать t, s, r . Для $s \in D$ обозначим $C_s = \{t \in D : t|_{\text{dom } s} = s\}$. На множестве D определяется частичный порядок по правилу: $s \leq t$, если t есть продолжение s , то есть $t \in C_s$.

Пусть B_D — булева алгебра, порожденная семейством $B'_D = \{C_s : s \in D\}$. Отметим, что $\{s\} \in B_D$ для всякого $s \in D$. Обозначим $\hat{D}$ — множество фиксированных ультрафильтров из BD . $\hat{D} = \{\xi_s \in BD : \{s\} \in \xi_s\}$. Таким образом, $\hat{D}$ является счетным подмножеством BD , состоящим из изолированных точек.

Через $\hat{C} = BD \setminus \hat{D}$ обозначим множество свободных ультрафильтров из BD .

Из определения топологии пространства Стоуна следует, что у всякого ультрафильтра $\xi \in BD$ есть базис, состоящий из множеств вида

$$\left(\bigcap_{i < n} C_{s_i}\right) \cap \left(D \setminus \bigcup_{j < m} C_{t_j}\right) \quad (n, m \in \omega).$$

Замыкания элементов этих базисов образуют базу из открыто-замкнутых множеств точек $\xi \in BD$.

Лемма 1. Если $t, s \in D$, то $C_s \cap C_t \neq \emptyset$ тогда и только тогда, когда t и s сравнимы.

Следствие 1. Если $\{s_i : i < n\} \subseteq D$, то $\bigcap_{i < n} C_{s_i} \neq \emptyset$ тогда и только тогда, когда $\{s_i : i < n\}$ является цепью.

Отсюда следует, что если $\bigcap_{i < n} C_{s_i} \neq \emptyset$ для $\{s_i: i < n\} \subseteq D$, то $\bigcap_{i < n} C_{s_i} = C_{s_{i_0}}$, где $\text{dom } s_{i_0} = \max\{\text{dom } s_i: i < n\}$.

А отсюда следует, что у всякого ультрафильтра $\xi \in BD$ есть базис, состоящий из множеств вида $C_s \setminus \bigcup_{j < n} C_{t_j}$, где $s, t_j \in D$, $n \in \omega$.

Лемма 2. Для всякого свободного ультрафильтра $\xi \in BD$ найдется функция $f \in P$ такая, что семейство $\delta_f = \{C_{f|_n}: n \in \omega\}$ является базисом ультрафильтра ξ .

Д о к а з а т е л ь с т в о. Покажем, что для всякого $n \in \omega$, $n \geq 1$, найдется $r \in D$ такой, что $\text{dom } r = n$ и $C_r \in \xi$.

Действительно, пусть $C_r \notin \xi$ для некоторого $n_0 \in \omega$, для всякого $r \in D$, $\text{dom } r = n_0$. Тогда множество $D \setminus \bigcup\{C_r: \text{dom } r = n_0\}$ или пусто, если $n_0 = 1$, или есть элемент ультрафильтра ξ , и следовательно, ξ — фиксированный ультрафильтр, что противоречит нашему предположению.

По лемме 1 множество $\{r: C_r \in \xi\}$ является цепью и, следовательно, найдется $f \in P$ такая, что $\{C_r: C_r \in \xi\} = \{C_{f|_n}: n \in \omega\} = \delta_f$. Будем обозначать ультрафильтр ξ как ξ_f .

Покажем, что δ_f является базисом ультрафильтра ξ_f . Пусть $C_s \setminus \bigcup_{j < m} C_{t_j}$ — элемент базиса ультрафильтра ξ_f . Пусть $k = \max\{\text{dom } s, \text{dom } t_j (j < m)\}$. Тогда $C_{f|_{k+1}} \subseteq C_s \setminus \bigcup_{j < m} C_{t_j}$, поскольку по лемме 1 $C_{f|_{k+1}} \subseteq C_s$ и $C_{f|_{k+1}} \cap (\bigcup_{j < m} C_{t_j}) = \emptyset$. $\square$

Очевидно, что если $f, g \in P$ различны, то $\xi_f \neq \xi_g$ и всякая функция $f \in P$ определяет свободный ультрафильтр, для которого семейство $\delta_f = \{C_{f|_n}: n \in \omega\}$ является базисом. Таким образом, существует взаимно-однозначное соответствие между множеством $P = \{0, 1\}^\omega$ и множеством свободных ультрафильтров $\hat{C} \subseteq BD$.

Теорема 1. Пространство $\hat{C}$ гомеоморфно канторову совершенному множеству.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Пространство $P = \{0, 1\}^\omega$ является произведением счетного числа двоек $\{0, 1\}$. Семейство множеств вида $O(s) = \{f \in \{0, 1\}^\omega: f|_{\text{dom } s} = s\}$, где $s \in D$, определяет базу тихоновской топологии на $\{0, 1\}^\omega$. Пространство $P = \{0, 1\}^\omega$ с тихоновской топологией гомеоморфно канторову совершенному множеству (см., например, [1]).

Отображение $h: \{0, 1\}^\omega \rightarrow \hat{C}$ определим по правилу: если $f \in \{0, 1\}^\omega$, то $h(f) = \xi_f$. Нетрудно видеть, что h является взаимно-однозначным, непрерывным, вместе с обратным, отображением пространства $\{0, 1\}^\omega$ на $\hat{C}$. $\square$

§ 2. Пространство BS

Обозначим $S = \{f|_n: f \in \omega^\omega, n \in \omega\}$. Элементы множества S будем обозначать t, s, r . Для $s \in S$ обозначим $C_s = \{t \in S: t|_{\text{dom } s} = s\}$. На множестве S определяется частичный порядок по правилу: $s \leq t$, если t есть продолжение s , то есть $t \in C_s$.

Пусть B_S — булева алгебра, порожденная семейством $B'_S = \{C_s: s \in S\}$. Обозначим BS пространство Стоуна булевой алгебры B_S . Точками пространства BS являются ультрафильтры алгебры B_S .

Пусть θ — семейство множеств вида $(\bigcap_{i < n} C_{s_i}) \cap (S \setminus \bigcup_{j < m} C_{t_j})$ где $s_i, t_j \in S$, $n, m \in \omega$. Отметим, что если $\xi \in BS$ — элемент пространства BS , то семейство $\theta_\xi = \{U \in \theta: U \in \xi\}$ образует базис ультрафильтра ξ , а семейство $\bar{\theta}_\xi = \{[U]: U \in \theta_\xi\}$ является базой точки ξ в пространстве BS , состоящей из открыто-замкнутых множеств.

Так же, как и в предыдущем случае, справедливы следующие утверждения.

Лемма 3. Если $t, s \in S$, то $C_s \cap C_t \neq \emptyset$ тогда и только тогда, когда t и s сравнимы.

Следствие 2. Если $\{s_i: i < n\} \subseteq D$, то $\bigcap_{i < n} C_{s_i} \neq \emptyset$ тогда и только тогда, когда $\{s_i: i < n\}$ является цепью.

Отсюда следует, что если $\bigcap_{i < n} C_{s_i} \neq \emptyset$ для $\{s_i : i < n\} \subseteq D$, то $\bigcap_{i < n} C_{s_i} = C_{s_{i_0}}$, где $\text{dom } s_{i_0} = \max\{\text{dom } s_i : i < n\}$. Из этого следует, что подсемейство $\theta' \subseteq \theta$, где

$$\theta' = \{S \setminus \bigcup_{j < m} C_{t_j} : t_j \in S, m \in \omega\} \cup \{C_s \setminus \bigcup_{j < m} C_{t_j} : s, t_j \in S, m \in \omega\}$$

обладает тем свойством, что замыкание его элементов также образует открыто-замкнутую базу пространства BS , и всякая точка ξ пространства BS как ультрафильтр алгебры B_S обладает базисом, состоящим из элементов семейства θ' .

Рассмотрим три вида ультрафильтров из BS . Для всякого $s \in S$ обозначим через ξ_s фиксированный ультрафильтр из BS , определяемый s , то есть состоящий из всех элементов булевой алгебры B_S , содержащих s .

Обозначим $\hat{S} = \{\xi_s : s \in S\}$ — множество всех фиксированных ультрафильтров из BS .

Лемма 4. Пусть $\xi_s \in \hat{S}$ для некоторого $s \in S$. Тогда $\sigma_s = \{C_s \setminus \bigcup_{j < m} C_{t_j} : t_j \not\leq s, m \in \omega\}$ является базисом ультрафильтра ξ_s .

Доказательство. Отметим, прежде всего, что $\sigma_s \subseteq \xi_s$, поскольку всякий элемент семейства σ_s содержит s . Рассмотрим базис ультрафильтра ξ_s , состоящий из элементов семейства θ' вида $C_r \setminus \bigcup_{j < m} C_{t_j}$, где $r, t_j \in S, m \in \omega$. И пусть $C_r \setminus \bigcup_{j < m} C_{t_j}$ один из элементов этого базиса.

Поскольку $C_r \setminus \bigcup_{j < m} C_{t_j} \ni s$, то $r \leq s$ и всякий элемент t_j ($j < m$) либо не сравним с s , либо $s < t_j$. Следовательно, для множества $C_s \setminus \bigcup_{j < m} C_{t_j} \in \sigma_s$ выполняется $C_s \setminus \bigcup_{j < m} C_{t_j} \subseteq C_r \setminus \bigcup_{j < m} C_{t_j}$. Таким образом, семейство σ_s есть базис ультрафильтра ξ_s . $\square$

Лемма 5. Пусть $f \in \omega^\omega$ и $\{s_n = f|_n : n \in \omega\}$ — полная цепь элементов S . Тогда семейство $\sigma_f = \{C_{s_n} : n \in \omega\}$ является базисом некоторого ультрафильтра $\xi_f \in BS$.

Доказательство. Поскольку σ_f является центрированной системой множеств, её можно дополнить до ультрафильтра $\xi_f \in BS$. Покажем, что σ_f является базисом этого ультрафильтра. Отметим, что отсюда будет следовать единственность ультрафильтра ξ_f , мажорирующего σ_f . Рассмотрим базис ультрафильтра ξ_f , состоящий из элементов семейства θ' . Пусть $C_r \setminus \bigcup_{j < m} C_{t_j}$ — одно из множеств этого базиса. Рассмотрим множество $C_{s_{n_0}} \in \sigma_f$ такое, что $\text{dom } s_{n_0} > \max\{\text{dom } r, \text{dom } t_j (j < m)\}$. Так как $\sigma_f \subseteq \xi_f$, то по лемме 3 имеем $C_r \supseteq C_{s_{n_0}}$ и $C_{s_{n_0}} \cap C_{t_j} = \emptyset$ для всех $j < m$. Следовательно, $C_{s_{n_0}} \subseteq C_r \setminus \bigcup_{j < m} C_{t_j}$. Таким образом, семейство σ_f есть базис ультрафильтра ξ_f . $\square$

Заметим, что, если $f, g \in \omega^\omega$ различны, то ультрафильтры ξ_f и ξ_g , определяемые цепями $\sigma_f = \{C_{f|_n} : n \in \omega\}$ и $\sigma_g = \{C_{g|_n} : n \in \omega\}$, различны.

Отметим также, что всякая полная цепь в S — это множество вида $\{f|_n : n \in \omega\}$ для некоторой $f \in \omega^\omega$.

Обозначим $\hat{P} = \{\xi_f : f \in \omega^\omega\}$, где ξ_f — ультрафильтр, мажорирующий полную цепь $\sigma_f = \{C_{f|_n} : n \in \omega\}$ для $f \in \omega^\omega$.

Лемма 6. Семейство $\sigma_0 = \{S \setminus \bigcup_{j < m} C_{t_j} : t_j \in S, m \in \omega\}$ является базисом некоторого ультрафильтра $\xi_0 \in BS$.

Доказательство. Семейство σ_0 центрировано. Пусть $\xi_0 \in BS$ — ультрафильтр, мажорирующий σ_0 . Имеем, с одной стороны, $\sigma_0 \subseteq \theta'$; с другой стороны, никакое множество из θ'

вида $C_s \setminus \bigcup_{j < m} C_{t_j}$ не принадлежит ультрафильтру ξ_0 . Следовательно, σ_0 — базис ультрафильтра ξ_0 , состоящий из элементов θ' . $\square$

Таким образом, нами выделены три подмножества пространства BS , именно $\hat{S}, \hat{P}$ и $\{\xi_0\}$.

Теорема 2. $BS = \{\xi_0\} \cup \hat{P} \cup \hat{S}$.

Доказательство. Пусть $\xi \in BS$ — произвольный ультрафильтр из BS . Положим $A = \{C_s : C_s \in \xi, s \in S\}$ и $A' = \{s \in S : C_s \in A\}$. Возможны три случая:

- (1) $A = \emptyset$;
- (2) A конечно;
- (3) A бесконечно.

(1) Пусть $A = \emptyset$. Тогда $\sigma_0 = \{S \setminus C_s : s \in S\} \subseteq \xi$, и следовательно, $\xi = \xi_0$.

(2) Пусть A конечно, $A = \{C_{s_i} : i \leq k\}$. По лемме 3 множество A' является конечной цепью; будем считать, что $C_{s_0} \subseteq \dots \subseteq C_{s_k}$. Тогда $\bigcap_{i \leq k} C_{s_i} = C_{s_k}$ и $C_{s_k} \in \xi$.

Покажем, что ξ есть фиксированный ультрафильтр ξ_{s_k} , что означает, что всякий элемент ξ содержит s_k . Рассмотрим базис ультрафильтра ξ , состоящий из элементов семейства θ' . Пусть $C_r \setminus \bigcup_{j < m} C_{t_j}$ — одно из множеств этого базиса. Отметим, во-первых, что $r \leq s_k$. Действительно, если r не сравним с s_k , то $(C_r \setminus \bigcup_{j < m} C_{t_j}) \cap C_{s_k} = \emptyset$; если $s_k < r$, то получаем противоречие с максимальнойностью s_k в A' .

Итак, $r \leq s_k$, следовательно, $s \in C_r$. Для всякого t_j ($j < m$) имеем либо $s_k < t_j$, либо t_j не сравним с s_k . В противном случае $C_{s_k} \notin \xi$.

Следовательно, $s_k \in C_r \setminus \bigcup_{j < m} C_{t_j}$. Таким образом, всякий элемент $C_r \setminus \bigcup_{j < m} C_{t_j}$ базиса ультрафильтра ξ содержит s_k и $\xi = \xi_{s_k}$.

(3) Пусть A бесконечно. Тогда по лемме 3 A' является бесконечной цепью. Пусть $\sigma_f = \{f|_n : n \in \omega\}$ для некоторой функции $f \in \omega^\omega$ — полная цепь, содержащая A' . Тогда σ_f является базисом ультрафильтра $\xi_f \in \hat{P}$ и $\xi_f = \xi$. $\square$

Теорема 3. Подпространство $\hat{P}$ пространства BS гомеоморфно множеству иррациональных чисел.

Доказательство. Множество ω^ω является счетным произведением счетных множеств. Для всякого $s \in S$ определим множество $O(s) = \{f \in \omega^\omega : f|_{\text{dom } s} = s\}$. Тогда семейство $\{O(s) : s \in S\}$ является базой тихоновской топологии на ω^ω . Хорошо известно, что ω^ω с тихоновской топологией гомеоморфно множеству P иррациональных чисел (см., например, [1]).

Покажем, что подмножество $\hat{P} \subseteq BS$ гомеоморфно ω^ω с тихоновской топологией. Построим отображение $q : \omega^\omega \rightarrow \hat{P}$ по правилу: если $f \in \omega^\omega$, то $q(f) = \xi_f$. Нетрудно видеть, что q есть взаимно-однозначное отображение ω^ω на $\hat{P}$. Его непрерывность и непрерывность обратного отображения следует из того, что $q(O(s)) = [C_s] \cap \hat{P}$. $\square$

Хорошо известно (см., например, [1]), что всякое совершенное ограниченное нигде не плотное подмножество прямой гомеоморфно канторову совершенному множеству.

Мы построим нигде не плотное совершенное подмножество T отрезка $[0, 1]$, гомеоморфное пространству BS .

§ 3. Конструкция множества T

Определение 1. Для произвольного отрезка $[a, b]$ семейство отрезков $\{[a_i, b_i] : i \in \omega\}$ назовем правильным, если $a_0 = \frac{a+b}{2}$, $a_{i+1} > b_i$ для всякого $i \in \omega$, и последовательность $\{a_i : i \in \omega\}$ сходится к точке b .

Рассмотрим отрезок $[0, 1]$. Обозначим $\Gamma_0 = \{[a_{i^0}, b_{i^0}] : i^0 \in \omega\}$ — правильное семейство для отрезка $[0, 1]$. Положим $\tilde{\Gamma}_0 = \bigcup \{[a_{i^0}, b_{i^0}] : i^0 \in \omega\}$ — тело семейства Γ_0 , $\bar{\Gamma}_0 = [\tilde{\Gamma}_0]$. Очевидно, $\bar{\Gamma}_0 = \tilde{\Gamma}_0 \cup \{1\}$.

Пусть $\gamma_{i^0} = \{[a_{i^0 i^1}, b_{i^0 i^1}] : i^1 \in \omega\}$ — правильное семейство для отрезка $[a_{i^0}, b_{i^0}]$ ($i^0 \in \omega$). Положим $\Gamma_1 = \bigcup \{\gamma_{i^0} : i^0 \in \omega\}$, $\tilde{\Gamma}_1$ — тело семейства Γ_1 , $\bar{\Gamma}_1 = [\tilde{\Gamma}_1]$. Нетрудно видеть, что $\bar{\Gamma}_1 = \tilde{\Gamma}_1 \cup \{1\} \cup \{b_{i^0} : i^0 \in \omega\}$.

Пусть $\gamma_{i^0 i^1} = \{[a_{i^0 i^1 i^2}, b_{i^0 i^1 i^2}] : i^2 \in \omega\}$ — правильное семейство для отрезка $[a_{i^0 i^1}, b_{i^0 i^1}] \in \Gamma_1$, ($i^0, i^1 \in \omega$). Тогда $\Gamma_2 = \bigcup \{\gamma_{i^0 i^1} : i^0, i^1 \in \omega\}$, $\tilde{\Gamma}_2$ — тело Γ_2 , $\bar{\Gamma}_2 = [\tilde{\Gamma}_2]$. Нетрудно видеть, что $\bar{\Gamma}_2 = \tilde{\Gamma}_2 \cup \{1\} \cup \{b_{i^0} : i^0 \in \omega\} \cup \{b_{i^0 i^1} : i^0, i^1 \in \omega\}$.

Продолжая этот процесс построения, получим для всякого $k \in \omega$ семейство

$$\Gamma_k = \bigcup \{\gamma_{i^0 \dots i^k} : i^0, \dots, i^k \in \omega\},$$

где $\gamma_{i^0 \dots i^k}$ — правильное семейство для отрезка $[a_{i^0 \dots i^k}, b_{i^0 \dots i^k}]$,

$$\gamma_{i^0 \dots i^k} = \{[a_{i^0 \dots i^k i^{k+1}}, b_{i^0 \dots i^k i^{k+1}}] : i^{k+1} \in \omega\},$$

$\tilde{\Gamma}_k$ — тело Γ_k , $\bar{\Gamma}_k = [\tilde{\Gamma}_k]$. Имеем $\bar{\Gamma}_k = \tilde{\Gamma}_k \cup \{1\} \cup \{b_{i^0} : i^0 \in \omega\} \cup \dots \cup \{b_{i^0 \dots i^k} : i^0, \dots, i^k \in \omega\}$.

Положим $T = \bigcap \{\bar{\Gamma}_k : k \in \omega\}$. Нетрудно видеть, что T — совершенное нигде не плотное подмножество отрезка $[0, 1]$. Точками пространства T являются точки $\{1\}$, $\{b_{i^0 \dots i^k} : i^0, \dots, i^k \in \omega, k \in \omega\}$, а также точки $x(f)$, где $f \in \omega^\omega$, определяемые следующим образом:

$$x(f) = [a_{f(0)}, b_{f(0)}] \cap \dots \cap [a_{f(0) \dots f(k)}, b_{f(0) \dots f(k)}] \cap \dots$$

Базу окрестностей в точке $\{1\}$ образуют множества вида $([0, 1] \setminus [a_{i^0 \dots i^k}, b_{i^0 \dots i^k}]) \cap T$. Базу окрестностей в точке $\{b_{i^0 \dots i^k}\}$ образуют множества вида $([a_{i^0 \dots i^k}, b_{i^0 \dots i^k}] \setminus [a_{i^0 \dots i^k i^{k+1}}, b_{i^0 \dots i^k i^{k+1}}]) \cap T$. Базу окрестностей в точках $x(f)$, $f \in \omega^\omega$ образуют множества вида $[a_{f(0) \dots f(k)}, b_{f(0) \dots f(k)}] \cap T$.

Теорема 4. *Пространство BS гомеоморфно пространству T .*

Доказательство. Рассмотрим отображение $h: BS \rightarrow T$, определяемое по следующему правилу:

- $h(\xi_0) = 1$;
- для фиксированного ультрафильтра $\xi_s \in \hat{S}$, где $s \in S$, то есть $s = f|_n$ для некоторой функции $f \in \omega^\omega$ и $n \in \omega$, положим $h(\xi_s) = b_{f(0) \dots f(n-1)}$;
- для ультрафильтра $\xi_f \in \hat{P}$, определяемого функцией $f \in \omega^\omega$, положим $h(\xi_f) = x(f)$.

Из конструкции и определения топологий пространств BS и T следует, что $h: BS \rightarrow T$ — взаимно-однозначное и непрерывное вместе с обратным отображение BS на T .

□

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров П.С. Введение в теорию множеств и общую топологию. М.: Наука, 1977. 368 с.
2. Gryzlov A.A., Bastrykov E.S., Golovastov R.A. On Bell's compactification of N // Topology Proceedings. 2010. Vol. 35. P. 177–185.
3. Грызлов А.А., Бастрыков Е.С., Головастов Р.А. О точках одного бикompактного расширения N // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные Науки. 2010. Вып. 3. С. 10–17.
4. Головастов Р.А. Об одном бикompактном расширении счетного дискретного пространства // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные Науки. 2011. Вып. 1. С. 14–19.
5. Головастов Р.А. О пространстве Стоуна одной булевой алгебры // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные Науки. 2012. Вып. 3. С. 19–24.

Поступила в редакцию 11.02.2013

Грызлов Анатолий Александрович, д. ф.-м. н., профессор, кафедра алгебры и топологии, Удмуртский государственный университет, 426034, Россия, г. Ижевск, ул. Университетская, 1.

E-mail: gryzlov@udsu.ru

Головастов Роман Александрович, старший преподаватель, кафедра алгебры и топологии, Удмуртский государственный университет, 426034, Россия, г. Ижевск, ул. Университетская, 1.

E-mail: rpa4@bk.ru

A. A. Gryzlov, R. A. Golovastov

The Stone spaces of Boolean algebras

Keywords: Boolean algebra, Stone space of Boolean algebra, ultrafilter, compact.

Mathematical Subject Classifications: 54D35

We consider the Stone spaces BD and BS of two Boolean algebras. We prove, that the subspace $\hat{C} \subseteq BD$ of free ultrafilters of the space BD , and the space BS are homeomorphic to the Cantor set.

REFERENCES

1. Alexandrov P.S. *Vvedenie v teoriyu mnozhestv i obshchuyu topologiyu* (Introduction to set theory and general topology), Moscow: Nauka, 1977, 368 p.
2. Gryzlov A.A., Bastrykov E.S., Golovastov R.A. On Bell's compactification of N , *Topology Proceedings*, 2010, vol. 35, pp. 177–185.
3. Gryzlov A.A., Bastrykov E.S., Golovastov R.A. About points of compactification of N , *Vestn. Udmurt. Univ. Mat. Mekh. Komp'yut. Nauki*, 2010, no. 3, pp. 10–17.
4. Golovastov R.A. About one compactifications of countable discrete space, *Vestn. Udmurt. Univ. Mat. Mekh. Komp'yut. Nauki*, 2011, no. 1, pp. 14–19.
5. Golovastov R.A. About Stone space of one Boolean algebra, *Vestn. Udmurt. Univ. Mat. Mekh. Komp'yut. Nauki*, 2012, no. 3, pp. 19–24.

Received 11.02.2013

Gryzlov Anatolii Aleksandrovich, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Department of Algebra and Topology, Udmurt State University, ul. Universitetskaya, 1, Izhevsk, 426034, Russia.

E-mail: gryzlov@udsu.ru

Golovastov Roman Aleksandrovich, Senior Lecturer, Department of Algebra and Topology, Udmurt State University, ul. Universitetskaya, 1, Izhevsk, 426034, Russia.

E-mail: rpa4@bk.ru