A. F. Gabdrahimov, On the stabilization of linear stationary control systems with incomplete feedback, *Vestn. Udmurtsk. Univ. Mat. Mekh. Komp. Nauki*, 2008, Issue 2, 30–31

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use
<http://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 3.91.87.62

April 26, 2023, 15:30:31

УДК 517.977.1 + 517.926

© А. Ф. Габдрахимов

О СТАБИЛИЗАЦИИ ЛИНЕЙНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ С НЕПОЛНОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

Получены достаточные условия стабилизации линейных стационарных управляемых систем с неполной обратной связью в классе кусочно-постоянных управлений для $n \leq 3$.

Ключевые слова: управляемая система, стабилизация, обратная связь.

Рассмотрим линейную стационарную управляемую систему

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R}^m. \quad (1)$$

Допустим, что измерению доступны линейные комбинации фазового вектора

$$y = C^*x, \quad y \in \mathbb{R}^k. \quad (2)$$

Пусть управление строится по принципу неполной обратной связи в виде $u = Uy$. Соответствующая замкнутая система будет иметь вид

$$\dot{x} = (A + BUC^*)x, \quad x \in \mathbb{R}^n. \quad (3)$$

В системе (3) роль управления играет U . Исследуется следующая задача стабилизации. *Дана тройка матриц A , B , C . При каких условиях существует матрица U такая, что система (3) является асимптотически устойчивой?* Данная задача в работе [1] названа проблемой Брокетта.

Рассмотрим случай $k = 1$. Будем предполагать, что система (1) вполне управляема, и система (1), (2) вполне наблюдаема. Тогда (см., например, [2]) без ограничения общности можно считать, что $m = 1$ и матрицы A , B , C системы (3) имеют вид

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_n \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_{n-1} \\ c_n \end{bmatrix}.$$

Из условия полной наблюдаемости необходимо следует, что $c_n \neq 0$. Полагая без ограничения общности $c_n = 1$.

Теорема 1. Пусть $n = 2$. Стабилизация системы (3) невозможна в следующих случаях:

- а) $c_1 \leq 0$ и $a_1 - a_2 c_1 + c_1^2 < 0$;
- б) $c_1 < 0$ и $a_1 - a_2 c_1 + c_1^2 = 0$.

Во всех остальных случаях возможна стабилизация системы в классе кусочно-постоянных управлений U .

Теорема 2. Пусть $n = 3$. Тогда стабилизация системы (3) возможна в следующих случаях:

- а) $c_1 < 0$;
- б) $c_1 \geq 0$, $c_2 > 0$;
- в) $c_1 > 0$, $c_2 < 0$ и ($a_1 < c_1 a_3$ или $c_1 a_2 < a_1 c_2$);
- г) $c_1 = 0$, $c_2 < 0$ и (либо $a_1 > -a_2 a_3$, $a_1 > 0$, либо $a_1 c_2 < -a_2$, $a_1 < 0$, либо $a_3 c_2 > a_2$, $a_1 = 0$);
- д) $c_2 = 0$, $c_1 > 0$ и ($a_1 < a_2 a_3$ для случая $a_2 > 0$);
- е) $c_1 = 0$, $c_2 = 0$ и ($a_2 \geq 0$ или $a_1 < 0$).

При этом управление можно выбрать кусочно-постоянным.

Полученные результаты дополняют некоторые результаты работы [1].

* * *

1. Леонов Г. А. Проблема Брокетта в теории устойчивости линейных дифференциальных уравнений // Алгебра и анализ. 2001. Т. 13, вып. 4. С. 134–155.
2. Зайцев В. А. Глобальная ляпуновская приводимость двумерных управляемых систем с кусочно-постоянными коэффициентами // Вестн. Удм. ун-та. 2002. № 1. С. 3–12.

Поступила в редакцию 19.02.08

A. F. Gabdrakhimov

On the stabilization of linear stationary control systems with incomplete feedback

The sufficient conditions have been obtained for the stabilization of linear stationary control systems with incomplete feedback in the class of piecewise constant control functions for $n \leq 3$.

Габдрахимов Александр Фаритович
 ГОУВПО «Удмуртский
 государственный университет»
 426034, Россия, г. Ижевск,
 ул. Университетская, 1 (корп. 4)
 E-mail: gaf84@mail.ru