E. A. Kolpakova, On description of optimal open-loop controls via the method of characteristics, *Vestn. Udmurtsk. Univ. Mat. Mekh. Komp. Nauki*, 2008, Issue 2, 59–60

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use
<http://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 3.85.5.30

April 26, 2023, 17:35:04

УДК 517.977.5

© *Е. А. Колпакова*

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ КЛАССА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА ХАРАКТЕРИСТИК¹

Рассматривается нелинейная задача оптимального управления с функционалом типа Майера. Для определения класса функций, содержащих оптимальные управления, применен метод характеристик уравнения Беллмана.

Ключевые слова: оптимальное управление, метод характеристик.

Рассматривается задача оптимального управления (ЗОУ) системой

$$\dot{x} = f(t, x) + g(u),$$

где $t \in [0, T]$, фазовый вектор $x \in \mathbb{R}^n$, управление $u \in \mathbb{R}^m$ принимает значения из компакта U . Требуется минимизировать функционал

$$I(t_0, x_0, u(\cdot)) = h(x(T; t_0, x_0, u(\cdot)))$$

на множестве $\tilde{U} = \{u(\cdot) : [0, T] \rightarrow U\}$ — измеримых функций. Начальное состояние $(t_0, x_0) \in [0, T] \times \mathbb{R}^n$.

У с л о в и е 1. Функция $f(t, x)$ непрерывна по совокупности аргументов и непрерывно дифференцируема по x . Функции $g(u)$, $h(x)$ непрерывны и ограничены.

У с л о в и е 2. Множество $\arg \min_g \{\langle q, g \rangle : g = g(u) : u \in U\} = \{g^0(q)\}$ одноэлементно.

Здесь символ $\langle \cdot, \cdot \rangle$ обозначает скалярное произведение.

Рассмотрим характеристическую систему

$$\dot{x} = f(t, x) + g^0(q), \quad \dot{q} = -\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^T q$$

с краевыми условиями

$$x(T) = \xi, \quad q(T) = Dh(\xi) = \left(\frac{\partial h}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial h}{\partial x_n}\right)(\xi) : \forall \xi \in \mathbb{R}^n.$$

¹Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 05-01-00609) и гранта Президента РФ по поддержке ведущих научных школ НШ № 8512.2006.1.

Теорема 1. В ЗОУ при выполнении условий 1, 2 оптимальный результат $Val(t_0, x_0) = \inf_{u(\cdot) \in \tilde{U}} I(t_0, x_0, u(\cdot))$ вычисляется по формуле

$$Val(t_0, x_0) = \min\{h(\xi) : x(t_0, \xi) = x_0, x(T, \xi) = \xi, q(T) = Dh(\xi), \xi \in \mathbb{R}^n\}.$$

Здесь $x(\cdot), q(\cdot)$ — решения характеристической системы. Доказательство базируется на необходимых условиях оптимальности в гамильтоновой форме [1].

Теорема 2. В ЗОУ при выполнении условий 1, 2 оптимальный результат достигается в классе $\tilde{U}$.

В основе доказательства лежит теорема Кастэна [2].

Теорема 3. Если существует непрерывный селектор многозначного отображения $q \rightarrow \{u^* \in U : g(u^*) = g^0(q)\}$, то в ЗОУ существует непрерывное оптимальное управление.

* * *

1. Субботина Н. Н. Метод характеристик для уравнений Гамильтона-Якоби и его приложения в динамической оптимизации // Современная математика и ее приложения. 2004. Т. 20. С. 1–129.
2. Варга Дж. Оптимальное управление дифференциальными и функциональными уравнениями. М.: Наука, 1977.

Поступила в редакцию 10.02.08

Е. А. Колпакова

On description of optimal open-loop controls via the method of characteristics

We consider nonlinear optimal control problems with the Mayer cost functionals. The method of characteristics for the Bellman equation is applied to describe classes of functions which contain optimal open-loop controls.

Колпакова Екатерина Алексеевна
Институт математики
и механики УрО РАН
620219, Россия, г. Екатеринбург,
ул. С.Ковалевской, 16
E-mail: eakolpakova@gmail.com