E. V. Kukushkina, Characteristic determinants for autonomous systems of functional-difference equations, *Vestn. Udmurtsk. Univ. Mat. Mekh. Komp. Nauki*, 2008, Issue 2, 71–72

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use
<http://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 54.196.121.252

April 26, 2023, 13:32:43

УДК 517.929

© *Е. В. Кукушкина***ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛИ
ДЛЯ АВТОНОМНЫХ СИСТЕМ
ФУНКЦИОНАЛЬНО-РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ¹**

Рассматривается линейная стационарная система функционально-разностных уравнений. В качестве аппроксимирующих конечномерных операторов рассматриваются отрезки представления Шмидта. Предлагается конструктивная процедура построения приближенных характеристических определителей.

Ключевые слова: линейные системы функционально-разностных уравнений, характеристические определители, конечномерные аппроксимации.

Рассматривается линейная стационарная система функционально-разностных уравнений

$$x(t) = \int_{-r}^0 d\eta(\vartheta)x(t+\vartheta), \quad t \in \mathbb{R}^+ = (0, +\infty), \quad (1)$$

где $x: [-r, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}^n$, матричная функция η имеет ограниченную вариацию на $[-r, 0]$, $\eta(0) = \eta(-0) = 0$.

В функциональном пространстве состояний

$$\tilde{\mathbf{C}} = \tilde{\mathbf{C}}([-r, 0], \mathbb{R}^n) = \left\{ x : x \in \mathbf{C}([-r, 0], \mathbb{R}^n), x(0) = \int_{-r}^0 d\eta(\vartheta)x(\vartheta) \right\}$$

система (1) порождает сильно непрерывную полугруппу с инфинитезимальным оператором A [1]. Пусть λ_0 — регулярное значение последнего оператора, а $R_0 = R(\lambda_0, A)$ — значение его резольвенты. Оператор R_0 допускает непрерывное расширение на пространство $\mathbf{L}_2([-r, 0], \mathbb{C}^n)$ и является вполне непрерывным.

Оператор R_0 аппроксимируем, он допускает представление Шмидта

$$R_0 = \sum_{k=1}^{+\infty} s_k(\cdot, \varphi_k) \psi_k,$$

где φ_k , $k \geq 1$ — ортонормированная система собственных элементов оператора H , s_k , $k \geq 1$ — сингулярные числа оператора R_0 , $R_0 = UH$ —

¹Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 06-01-00399).

полярное представление оператора R_0 с эрмитовым оператором H и унитарным оператором U , $\psi_k = U\varphi_k$, $k \geq 1$ [2, гл. 2].

Оператор R_0 является оператором Гильберта–Шмидта. Построение характеристического уравнения на основе характеристических определителей требует регуляризации. Регуляризованный характеристический определитель $\tilde{D}$ оператора R_0 определяется формулами

$$\tilde{D}(z) = \prod_{j=1}^{+\infty} \left(\left(1 - \frac{z}{\lambda_0 - \lambda_j} \right) \exp(z/(\lambda_0 - \lambda_j)) \right), \quad \hat{D}(\lambda) = \tilde{D}(\lambda_0 - \lambda),$$

где $z, \lambda \in \mathbb{C}$, λ_j , $j = \overline{1, +\infty}$ — собственные числа оператора A . Приближенные характеристические определители определяются формулами

$$\tilde{D}_N(z) = \det \|\delta_{jk} - z(\psi_j, \varphi_k)\|_1^N \exp\left(z \sum_{j=1}^N (\psi_j, \varphi_j)\right),$$

$$\hat{D}_N(\lambda) = \tilde{D}_N(\lambda_0 - \lambda), \quad z, \lambda \in \mathbb{C}.$$

Теорема 1. Для произвольного $\varepsilon > 0$ найдется натуральное число N такое, что $|\hat{D}(\lambda) - \hat{D}_N(\lambda)| < \varepsilon$, $\lambda \in \Omega$, где Ω — замкнутое ограниченное множество в $\mathbb{C}$.

* * *

1. Кукушкина Е. В. Устойчивость стационарных систем функционально-разностных уравнений // Изв. Урал. ун-та. Екатеринбург, 2006. № 46, вып. 10. С. 107–118.
2. Гохберг И. Ц., Крейн М. Г. Введение в теорию линейных несамосопряженных операторов в гильбертовом пространстве. М.: Наука, 1965.

Поступила в редакцию 01.02.08

E. V. Kukushkina

Characteristic determinants for autonomous systems of functional-difference equations

The linear stationary system of functional-difference equations is considered. We consider segments of representation of Schmidt as approximating finite-dimensional operators. The constructive procedure of construction of the approximate characteristic determinants is offered.

Кукушкина Евгения Викторовна
Уральский государственный
технический университет – УПИ
620001, Россия, г. Екатеринбург,
ул. Мира, 19
E-mail: kukushkiny@r66.ru