S. V. Lutmanov, About one differential game with many participants in a class of positional strategies, *Vestn. Udmurtsk. Univ. Mat. Mekh. Komp. Nauki*, 2008, Issue 2, 81–82

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use
<http://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 54.198.64.247

April 26, 2023, 05:59:18

УДК 517.977

© С. В. Лутманов

ОБ ОДНОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ИГРЕ НЕСКОЛЬКИХ ЛИЦ В КЛАССЕ ПОЗИЦИОННЫХ СТРАТЕГИЙ

Вводится новое понятие решения в дифференциальных играх со многими участниками.

Ключевые слова: дифференциальная игра, позиционные стратегии.

Рассматривается дифференциальная игра, описываемая системой вида

$$\dot{x} = A(t)x + \sum_{i=1}^k u_i, \quad u_i \in P_i,$$

где $x \in R^n$, P_i — выпуклые компакты R^n , $i \in K = \{1, \dots, k\}$. Момент T окончания игры фиксирован, а функция платы i -го игрока имеет вид

$$I_i[U_1, \dots, U_k] = \varphi_i(x(T)),$$

где функции φ_i являются достаточно гладкими. В качестве принципа рационального поведения игроков в игре предлагается принцип компромисса. Смысл его состоит в том, что для заданных значений компромиссных оценок строится набор стратегий всех игроков, который обеспечивает результат игры для каждого игрока не «хуже» его верхней компромиссной оценки, а любому «игроку-уклонику» не позволяет получить значение платы «лучше» его нижней компромиссной оценки.

Для игры в нормальной форме $\Gamma = \{K, \{U_i\}_{i \in K}, \{I_i\}_{i \in K}\}$ введем понятие компромиссного набора стратегий всех игроков.

О п р е д е л е н и е 1. Пусть $S_* = (S_{1*}, \dots, S_{k*})$, $S^* = (S_1^*, \dots, S_k^*)$, $S_{i*} \leq S_i^*$, $i \in K$. Ситуация $W^c = (U_1^c, \dots, U_k^c)$ называется компромиссной относительно векторов S_* , S^* , если для всех $i \in K$ выполняются неравенства

$$S_{i*} \leq \min_{U_i} I_i(U_1^c, \dots, U_i, \dots, U_k^c) \leq I_i(U_1^c, \dots, U_i^c, \dots, U_k^c) \leq S_i^*.$$

В предположении, что для любого вектора $s \in R^n$ и всех номеров $i \in K$ выполнено неравенство

$$\min_{u_1 \in P_1} (s, u_1) + \dots + \min_{u_i \in P_i} (s, u_i) + \dots + \min_{u_k \in P_k} (s, u_k) \leq 0,$$

построим компромиссный набор стратегий всех игроков в рассматриваемой линейной дифференциальной игре нескольких лиц.

Пусть M — выпуклое и компактное множество. Полагаем

$$S_i = \max_{x \in M} \varphi_i(x), \quad s_i = \min_{x \in M} \varphi_i(x), \quad i \in K, \quad (1)$$

$$\varepsilon(t, x) = \max \left\{ 0, \max_{|l|=1} \left[-\max_{p \in M} (p, l) + (X(T, t)x, l) \right] \right\}, \quad (2)$$

$$W = \{(t, x) : \varepsilon(t, x) \leq 0, t \leq T\}, \quad W_\varepsilon = \{(t, x) : \varepsilon(t, x) > 0, t \leq T\},$$

где $X(T, t)$ — матрица Коши системы $\dot{x} = A(t)x$.

Лемма 1. Для всех $(t, x) \in W_\varepsilon$ максимум в (2) достигается на единственном векторе $l^0(t, x)$.

Лемма 2. Функция ε является непрерывно дифференцируемой функцией в области W_ε , и ее частные производные вычисляются по формулам

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x}(t, x) = X^T(T, t)l^0(t, x) = s(t, x), \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}(t, x) = -(X^T(T, t)A(t)x, l^0(t, x)).$$

Набор стратегий $U_1^c, \dots, U_k^c$ определим соотношением

$$U_i^c(t, x) = \begin{cases} u_i^e(t, x), & (t, x) \in W_\varepsilon; \\ u_i \in P_i, & (t, x) \notin W_\varepsilon, \end{cases} \quad (3)$$

где u_i — произвольный вектор P_i , а $u_i^e(t, x)$ удовлетворяет условию

$$(s(t, x), A(t)u_i^e(t, x)) = \max_{u_i \in P_i} (s(t, x), A(t)u_i), \quad i \in K, \quad (t, x) \in W_\varepsilon.$$

Теорема 1. Набор стратегий (3) является компромиссным относительно оценок (1) для любой начальной позиции из множества W .

Поступила в редакцию 15.02.08

S. V. Lutmanov

About one differential game with many participants in a class of positional strategies

A new concept of solution of differential games with many participants is introduced.

Лутманов Сергей Викторович
Пермский государственный университет
614990, Россия, Пермь,
ул. Букирева, 15
E-mail: mpu@psu.ru