

УСТОЙЧИВОСТЬ НЕОДНОРОДНЫХ СОСТОЯНИЙ В БЕСКОНЕЧНЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ОБЛАСТЯХ.

д.ф.-м.н. А.Т. Ильичев

Аннотация

Рассматриваются неоднородные решения уравнений в частных производных, описывающие динамику нелинейных состояний в неограниченных одномерных пространственных областях, в частности, распространение волн в диспергирующих и диссипативных средах. Изучается динамическая устойчивость этих состояний, как нелинейная (для трансляционно-инвариантных бесконечномерных гамильтоновых систем), так и спектральная (линейная). Нелинейная динамическая устойчивость изучается при помощи построения функции (функционала) Ляпунова в гильбертовом пространстве. Спектральная устойчивость изучается при помощи построения функции Эванса – аналитической функции в правой комплексной полуплоскости спектрального параметра, нули которой совпадают с неустойчивыми собственными значениями. Демонстрируются примеры из гидромеханики и теории упругости.

Программа

Бесконечномерная гамильтонова система. Функционал энергии. Трансляционная инвариантность и соответствующий сохраняющийся функционал. Решение, корректность. Граничное состояние. Орбита.

Определение орбитальной устойчивости. Теоремы об устойчивости орбиты граничного состояния. Формулировка теоремы о неустойчивости.

Доказательство орбитальной устойчивости граничного состояния.

Примеры: солитоны уравнения Кортевега–де Вриза и уравнения Буссинеска.

Пример: петли на эластике Эйлера.

Пример: уединенные волны в нелинейном композите.

Линеаризация основных уравнений. Определение спектральной устойчивости. Линейные системы вида $dy/dx = A(x, \lambda)y$. Условия на матрицу $A(x, \lambda)$. Асимптотическая матрица $A^{\pm\infty}(\lambda)$ на пространственных бесконечностях $x \rightarrow \pm\infty$ и условие на ее спектр. Одномодовые решения, их асимптотическое поведение. Функция Эванса.

Свойства функции Эванса. Поведение функции Эванса при больших $|\lambda|$.

Примеры: спектральная устойчивость солитонов уравнения Кортевега–де Вриза и уединенных волн обобщенного уравнения Буссинеска.

Случай нескольких мод. Внешние системы.

Примеры: уединенные волны уравнения Буссинеска, фронты уравнения Кортевега–де Вриза–Бюргерса.