

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЦЕНТР МИРОВОГО УРОВНЯ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. В.А. СТЕКЛОВА
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР

Осенний семестр 2023/2024 учебного года

Программа курса
**«Математические основания
квантовой механики»**
(лектор - Амосов Григорий Геннадьевич)

С точки зрения автора все основные понятия квантовой механики можно ввести с помощью квантового гармонического осциллятора. Здесь и спектральная теорема (для непрерывного и дискретного случая), квантовые корреляции (введённые с помощью аппарата факторов фон Неймана, порождённых операторами рождения и уничтожения) и квантовая томография (в которой символы наблюдаемых становятся обобщёнными функциями на пространстве основных функций состояний). Курс будет посвящён последовательному изложению такой точки зрения.

1. Квантовые измерения как обобщённые функции на пространстве основных функций квантовых состояний. Случай квантового гармонического осциллятора.
2. Случай проекторнозначных мер. Спектральная теорема. Квантовые наблюдаемые. Дискретный и непрерывный спектры. Квантовый осциллятор. Когерентные состояния. Пространства функций с воспроизводящими ядрами.
3. Теорема Наймарка о дилатации положительных операторнозначных мер. Примеры положительных операторнозначных мер, не являющихся проекторнозначными в конечномерном и бесконечномерном пространствах. Ковариантные положительные операторнозначные меры.
4. Распределение вероятностей для пары состояние-наблюдаемая. Математическое ожидание, дисперсия и ковариация наблюдаемой. Соотношение неопределённостей Шрёдингера-Робертсона.
5. Случай квантовых наблюдаемых, являющихся линейными комбинациями операторов координаты и импульса. Квантование Вейля. Дробное преобразование Фурье и его связь с квантовым осциллятором.

6. Составные квантовые системы. Сепарабельные и сцепленные состояния. Классические и квантовые корреляции. Неравенство Белла Клаузера Хорна Шимони Хольта. Граница Цирельсона. Нелокальные игры с классическими и квантовыми стратегиями. Преимущество квантовых стратегий. Пространственные и коммутационные корреляции. Опровержение гипотезы Цирельсона о совпадении классов корреляций.

7. Квантовые каналы. Разложение Крауса и его неединственность. Квантовая теорема кодирования. Примеры квантовых каналов: кодирующий и измеряющий каналы, классически-квантовый и квантовоклассический каналы, каналы разрушающие сцепленность.

8. Проективные унитарные представления конечных групп. Квантовые каналы, порожденные проективными унитарными представлениями групп. Метод мажоризации для распределений вероятностей. Выходные информационные характеристики каналов.

9. Различные томографические представления квантовой механики. Функция Вигнера, функция Хусими-Кано, оптическая квантовая томограмма. Приложение к исследованию квантовых каналов.