

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЦЕНТР МИРОВОГО УРОВНЯ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. В.А. СТЕКЛОВА
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР

Весенний семестр 2024/2025 учебного года

Курс

«Субструктурные логики»

(лекторы – Кузнецов Степан Львовч, Пшеницын Тихон Григорьевич)

Субструктурными логиками называются логические системы, в которых не принимаются все или некоторые из структурных правил: ослабления, перестановки, сокращения. Применения таких логических систем разнообразны. С их помощью моделируются рассуждения об ограниченных ресурсах: если формула A задаёт некоторый ресурс, то она не эквивалентна « A и A », т. е. не выполнено правило сокращения.

Некоммутативные (без правила перестановки) субструктурные логики применяются для описания синтаксиса естественных языков, где играет роль порядок слов. Логика без правила ослабления (если A , то $B \rightarrow A$ для любого B) называется релевантной: в них моделируются рассуждения, где существенно должны использоваться все посылки. Таким образом, исключаются верные классически, но странные для естественного языка рассуждения вроде «Если завтра пойдёт дождь, то $2 + 2 = 4$ ». В рамках курса планируется дать общий обзор субструктурных логик и рассказать несколько наиболее ярких результатов об этих необычных логических системах.

ПРОГРАММА

1. Секвенциальные исчисления для субструктурных логик: мультипликативно-аддитивное исчисление Ламбека и его расширения. Алгебраическая семантика: решётки с делениями.
2. PSPACE-полнота задачи выводимости для мультипликативно-аддитивного исчисления Ламбека.
3. Интерполяционная лемма Роорды для исчисления Ламбека. Теорема Пентуса о грамматиках Ламбека и контекстно-свободных грамматиках. Контрпример к теореме Пентуса для коммутативного случая.
4. Теорема Андреки — Микулаша о полноте исчисления Ламбека относительно моделей на алгебрах бинарных отношений.

5. Дистрибутивное мультипликативно-аддитивное исчисление Ламбека (по Козаку), его алгоритмическая разрешимость и свойство конечных моделей.
6. Линейная логика Жирара. Консервативность классической линейной логики над интуиционистской (при отсутствии константы «ноль»).
7. Алгоритмическая неразрешимость линейной логики и её некоммутативного мультипликативно-экспоненциального варианта.
8. Релевантные логические системы, результаты Уркхарта об их алгоритмической неразрешимости.
9. Неассоциативное исчисление Ламбека, тернарная семантика, полиномиальный алгоритм разрешения задачи выводимости.
10. Исчисление Ламбека с итерацией Клини («логика действий») и его инфинитарный вариант. Результаты об алгоритмической неразрешимости.