

М.М.Кабилов, П.Б.Садриддинов

**СКОРОСТЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ФРОНТА ГОРЕНИЯ СМЕСИ
ГАЗОВ В ИНЕРТНОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ**

Цель данной работы заключается в нахождении зависимости скорости фронта фильтрационного горения газов (ФГГ) в инертной пористой среде от первоначальной скорости вдува газа. Поскольку исследованием протекания процессов ФГГ занимаются многие ученые в разных странах [1-3], и проблема во всех этих задачах в основном сводится к определению скорости распространения зоны горения [4-6], необходимо отметить, что впервые приближенную аналитическую формулу для скорости распространения фронта пламени вывели Я.Б.Зельдович и Д.А.Франк-Каменецкий [7]. При этом они полагали, равенство коэффициентов диффузии и температуропроводности. Это условие позволило связать концентрацию с температурой и свести систему двух уравнений (диффузии и теплопроводности) к одному уравнению, содержащему только температуру. Аналогичная задача, об определении стационарной скорости фронта распространения экзотермической реакции в конденсированной среде, была решена в [8], где отмечается, что данная работа из-за равенства нулю коэффициента диффузии, не является частным случаем теории Зельдовича и Франк-Каменецкого. В настоящей работе именно с этой позиции определяется скорость распространения фронта фильтрационного горения газов в инертной пористой среде. Подобное определение скорости приводится в [6], при объяснении процесса каталитического горения.

В основу исследуемой задачи используется математическая модель адиабатических волн ФГГ [5] без учета диффузии в газе. При этом рассматривается течение газа с пренебрежимо малым градиентом давления и предполагается, что молекулярные веса исходной смеси и продуктов сгорания одинаковы

$$\begin{aligned}
r_2 c_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} &= a_2 l_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} + b(T_1 - T_2), \\
r_1 c_p \frac{\partial T_1}{\partial t} &= a_1 l_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} - r_1 c_p v_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} - b(T_1 - T_2) + r_1 Q h_0 J, \\
r_1 \frac{\partial h}{\partial t} &= -r_1 v_1 \frac{\partial h}{\partial x} - r_1 J, \quad J = h^n \cdot k_0 \exp(-E/RT_1), \\
\frac{\partial r_1}{\partial t} &= -\frac{\partial r_1 v_1}{\partial x}, \quad r_1 T_1 = \text{const}, \quad b = \frac{12 a_2 l_1}{d^2}.
\end{aligned} \tag{1}$$

Здесь T_2, T_1 - температуры твердой и газовой фаз; h - относительная массовая концентрация недостающего компонента; n - скорость потока газа в порах; r_2, r_1, c_2, c_p - приведенные плотности и теплоемкости пористой среды и смеси газов соответственно; l_2, l_1 - коэффициенты теплопроводности твердой и газовой фаз; a_2, a_1 - объемные содержания фаз; b - коэффициент межфазного теплообмена; d - диаметр частиц пористой среды; Q - тепловой эффект реакции; J - скорость химической реакции; E - энергия активации; R - универсальная газовая постоянная; k_0 - предэкспонент; n - порядок реакции.

Поскольку стационарные волны изучаются в движущейся системе координат и на бесконечном интервале времени ($t \rightarrow 0$), переходя к этой системе посредством замены переменных: $x = x + ut$, $t = t$, из (1) имеем

$$\begin{aligned}
r_2 c_2 u \frac{\partial T_2}{\partial x} &= a_2 l_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} + b(T_1 - T_2) \\
r_1 c_p (u + v_1) \frac{\partial T_1}{\partial x} &= a_1 l_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} - b(T_1 - T_2) + r_1 Q h_0 J \\
r_1 (u + v_1) \frac{\partial h}{\partial x} &= -r_1 J, \quad r_1 (u + n_1) = \text{const}, \quad r_1 T_1 = \text{const}.
\end{aligned} \tag{2}$$

Заметим, что при больших значениях коэффициента теплообмена b , то есть при интенсивном межфазном теплообмене, температуры твердой и газовой фаз будут одинаковыми $T_2 = T_1$. Суммируя первые два уравнения системы (2) и переходя к замене $T_2 = T$, $T_1 = T$, $h = h_0 - a$ и преобразуя их, получим исходную систему для дальнейшего исследования

$$\begin{aligned}
u \frac{dT}{dx} &= k \frac{d^2T}{dx^2} + \frac{r_1}{r_2 c_2 + r_{10} c_p (1 + u_0)} J h_0 Q, \\
r_1 (u + n_1) \frac{da}{dx} &= r_1 J, \quad J = (h_0 - a)^n k_0 \exp(-E/RT), \\
r_1 (u + n_1) &= r_{10} (u + n_0), \quad r_1 T_1 = r_{10} T_0, \\
k &= \frac{a_2 l_2 + a_1 l_1}{r_2 c_2 + r_{10} c_p (1 + u_0)}, \quad u_0 = \frac{n_0}{u}.
\end{aligned} \tag{3}$$

Здесь r_{10}, n_0, h_0 - исходные значения плотности, скорости вдува и массовой концентрации недостающего компонента смеси газов. Граничными условиями являются

$$\begin{aligned}
T(-\infty) &= T_0, \quad a(-\infty) = 0, \quad T(\infty) = T_e, \quad a(\infty) = h_0, \\
T_e &= T_0 + \frac{Q h_0}{c_p} \left(1 + \frac{r_2 c_2}{r_{10} c_p} \cdot \frac{u}{u + n_0} \right)^{-1}.
\end{aligned}$$

Уравнения системы (3) позволяют определить первый интеграл и, учитывая граничные условия при $x = -\infty$, имеем

$$k \frac{dT}{dx} - u(T - T_0) + \frac{Q a u}{c} = 0, \quad c = \frac{r_2 c_2 + r_{10} c_p (1 + u_0)}{r_{10} (1 + u_0)}. \tag{4}$$

Из-за сильной зависимости скорости реакции от температуры вся реакция будет протекать при температурах, близких к T_e . Поэтому, полагая в зоне реакции $T = T_e$, из (4) получим

$$k \frac{dT}{dx} = \frac{Q h_0 u}{c} (1 - a). \tag{5}$$

На правой границе, где $a = 1$, из (5) получаем $\left(\frac{dT}{dx} \right)_e = 0$, а на левой границе

$a = 0$, $\left(\frac{dT}{dx} \right)_0 = \frac{Q h_0 u}{c k}$. Используя соотношение (5) в качестве связи между

концентрацией и градиентом температуры и введя новую переменную

$p(T) = \frac{dT}{dx}$, первое уравнение системы (3), при слабо меняющейся

температуре в зоне реакции сведем к уравнению первого порядка

$$pp' + \frac{T_0 Q h_0 J(T, p)}{T_e (1 + u_0) c k} = 0. \quad (6)$$

При реакции нулевого порядка ($n = 0$) $J = k_0 \exp(-E/RT)$ уравнение (6) имеет следующее решение

$$p_0^2 = \frac{2Qh_0k_0}{ck} \frac{T_0}{T_e(1+u_0)} \int_{T_z}^{T_e} \exp(-E/RT) dT, \quad (7)$$

где $p_0 = \frac{Qh_0u}{ck}$ - значение градиента температуры на левой границе зоны горения. Вследствие малой разности температур в зоне горения $(T_e - T)/T_e \ll 1$ имеем

$$\frac{E}{RT} = \frac{E}{RT_e \left(1 - \frac{T_e - T}{T_e}\right)} \approx \frac{E}{RT_e} \left(1 + \frac{T_e - T}{T_e}\right). \quad (8)$$

При интегрировании (7), используя приближенное равенство (8) и учитывая малость члена $-\exp(-E(T_e - T_z)/RT_e^2)$, относительно скорости распространения фронта ФГГ получим

$$u = \sqrt{\frac{2k_0kcT_0RT_e}{Qh_0(1+u_0)E}} \mathbf{1}^{-E/RT_e}. \quad (9)$$

При отсутствии вдува газа в пористую среду ($n_0 = 0$), где константы c, k и равновесная температура T_e , определяемая по формуле

$$T_e = T_0 + \frac{Qh_0}{c_p(1 + r_2c_2/r_{10}c_p)},$$

не зависят от параметра u_0 и, скорость распространения фронта ФГГ можно найти в зависимости от давления смеси газов в порах пористой среды.

На рисунке 1 приводится зависимость $u = u(j)$, где $j = r_2c_2/r_{10}c_p$ - безразмерный параметр, изменяя значения r_{10} - плотности смеси газов от 300 кг/м^3 до 15 кг/м^3 , получим соответствующие значения j на графиках. Для нахождения зависимости скорости распространения фронта ФГГ от скорости вдува, формулу (9) представим в несколько ином виде

$$u + n_0 = \sqrt{\frac{2k_0(a_2 I_2 + a_1 I_1)T_0 R T_e}{r_{10} Q h_0 E} \exp(-E / R T_e)} . \quad (10)$$

График зависимости $u = u(n_0)$, определяемый по формуле (10) приводится на рис.2, при постоянных значениях констант входящих в формулу и приводимых в конце статьи. Из формулы (10) можно найти скорость вдува газа, при котором происходит стоячая волна горения ($u = 0$)

$$n_0 = \sqrt{\frac{2k_0(a_2 I_2 + a_1 I_1)T_0 R T_{ad}}{r_{10} Q h_0 E} \exp(-E / R T_{ad})} . \quad (11)$$

где $T_{ad} = T_0 + Q h_0 / c_p$. На рис.3, также приводится график зависимости скорости вдува газа от давления смеси газов в порах пористой среды, определяемый по формуле (11). Все расчетные значения скоростей вычислены при следующих значениях теплофизических характеристик:

$$\begin{aligned} r_1^0 &= 0.6 \text{ кг} / \text{м}^3, \quad r_2^0 = 3000 \text{ кг} / \text{м}^3, \quad a_1 = 0.5, \quad c_p = 10^3 \text{ м}^2 / (\text{с}^2 \text{ К}), \quad c_2 = 660 \text{ м}^2 / (\text{с}^2 \text{ К}), \\ T_0 &= 300 \text{ К}, \quad I_2 = 4 \text{ кг} \cdot \text{м} / (\text{с}^3 \text{ К}), \quad I_1 = 0.084 \text{ кг} \cdot \text{м} / (\text{с}^3 \text{ К}), \quad E = 126 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 / (\text{с}^2 \text{ моль}), \\ Q &= 15.13 \cdot 10^6 \text{ м}^2 / \text{с}^2, \quad k_0 = 5 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}, \quad d = 10^{-3} \text{ м}, \quad h_0 = 0.077, \quad R = 8.314 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 / (\text{с}^2 \text{ моль} \cdot \text{К}). \end{aligned}$$

Российско-Таджикский (Славянский) университет,

**Институт математики АН Республики Таджикистан*

ЛИТЕРАТУРА

1. Бабкин В.С., Дробышев В.И. и др. - ДАН СССР, 1982, т.265, №5, с.1157-1161.
2. Доброго К.В., Жданок С.А. Физика фильтрационного горения газов. Минск: Ин-т тепло- и массообмена им. А.В.Лыкова НАНБ, 2002, 203 с.
3. Вайнштейн П.Б., Кабилов М.М. - Известия АН ТаджССР. Отд.физ. -мат. и хим.-геол. наук, 1991, №3 (3), с.47-51.
4. Алдушин А.П., Мержанов А.Г., Сеплярский Б.С.– Физика горения и взрыва, 1976, т.12, №3, с.323-332.
5. Лаевский Ю.М., Бабкин В.С. – Сб.науч.трудов “Распространение тепловых волн в гетерогенных средах”. Новосибирск: Наука. СО, 1988, 286 с.
6. Алдушин А.П., Мержанов А.Г. Сб.науч.трудов. “Распространение тепловых волн в гетерогенных средах”. Новосибирск: Наука. СО, 1988, 286 с.
7. Зельдович Я.Б., Франк-Каменецкий Д.А. – Журнал физической химии, 1938, т.12, с.100.
8. Новожилов Б.В. – ДАН СССР, 1961, т.141, №1, с.151-153.

М.М.Қобилов, П.Б.Садриддинов

СУРЪАТИ ПАҲНШАВИИ САТҲИ СЕЗИШИ ОМЕХТАИ ГАЗҲО
ДАР МУҲИТИ КОВОКИ ИНЕРТВ

Дар мағола формулаҳои ҳисобкунии суръати паҳншавии сатҳи сезиши омехтаи газҳо дар муҳити ковоки инерти ёфта шудааст.

M.M.Kabilov, P.B.Sadriddinov

PROPAGATING VELOCITY OF FRONT OF COMBUSTION MIXTURE
GASES IN INERT POROUS MEDIA

In the paper, the formulas for calculating of propagating velocity for front of combustion mixture gases in inert porous media are found.

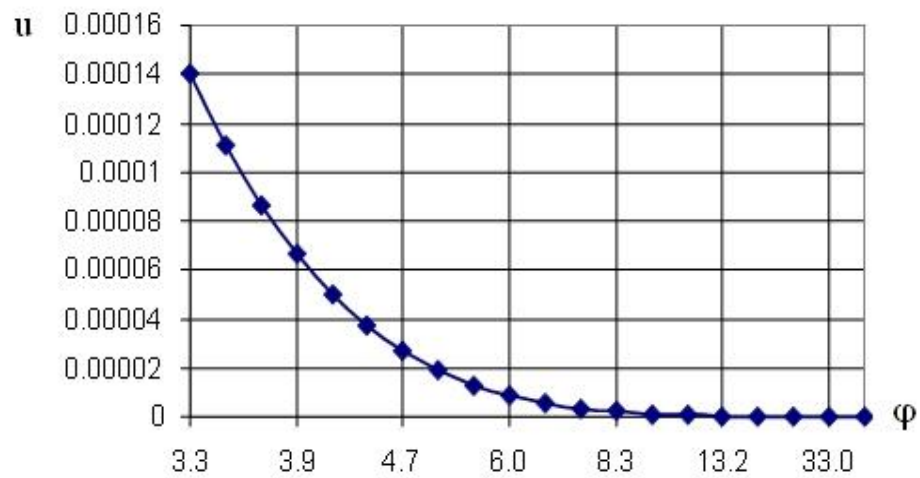


Рис.1. Зависимость скорости фронта ФГГ от давления смеси газов в порах пористой среды.

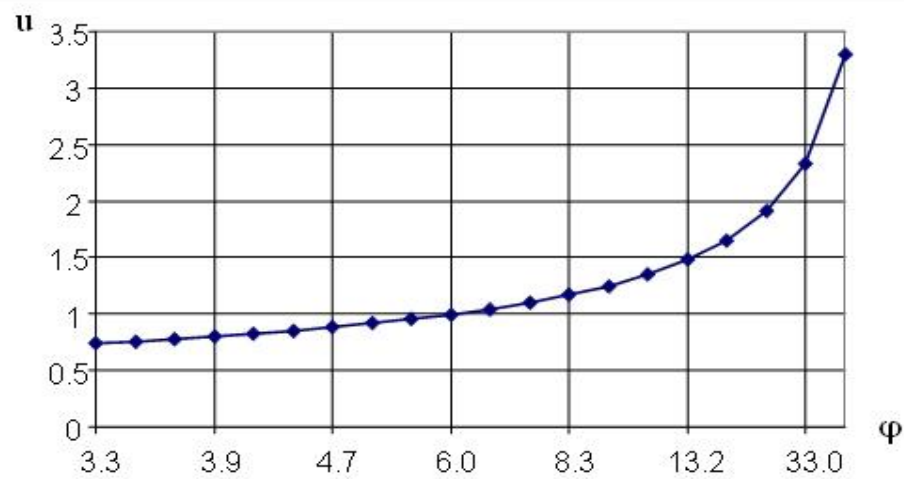


Рис.2. Зависимость скорости вдува смеси газов от безразмерного параметра j где $j = r_2 c_2 / r_{10} c_p$.

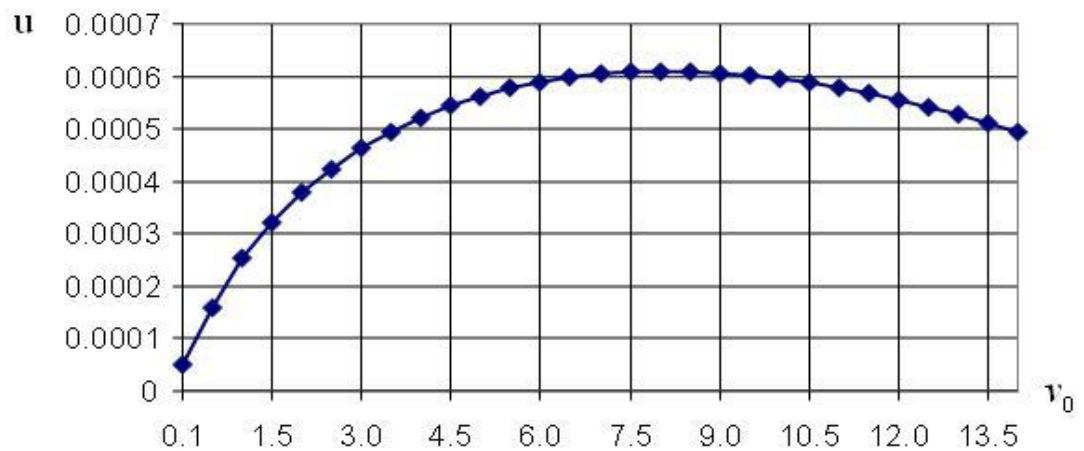


Рис.3. Зависимость скорости фронта ФГГ от скорости вдува смеси газов.