

Национальный исследовательский университет «*Высшая
школа экономики*»

Разработка статистических методов идентификации
многомерных линейных систем применительно к задаче
оценивания параметров микросейсмического источника
по наблюдениям его излучения, маскируемым
случайными помехами.

Варыпаев Александр Вячеславович

Специальность: 05.13.01 Системный анализ,
управление и обработка информации (по отраслям).

Доклад основных результатов
диссертационного исследования на
соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук

Основные задачи, решаемые в ходе исследований:

- Построение по наблюдениям сейсмической антенны статистических оценок неизвестных параметров микросейсмического очага, возбуждающего колебания в среде с известными характеристиками распространения волн для следующих случаев:
 - 1) Временная функция очага есть отрезок гауссовского стационарного случайного процесса с известной плотностью мощности.
 - 2) Временная функция очага есть отрезок полностью неизвестной детерминированной функции.
 - 3) Решение задач 1 и 2 при использовании только фазовой информации наблюдений.

При этом наблюдения антенны маскируются аддитивными случайными помехами.
- Построение фазовых оценок параметров очага, робастных к диаграмме его излучения.
- Экспериментальное сравнение матриц среднеквадратических ошибок оценок параметров очага, соответствующих различным алгоритмам методом Монте-Карло с использованием реальных записей сейсмических шумов и сигналов.

Методы исследования.

При выполнении диссертационной работы применялись такие разделы математики как: элементы функционального анализа, теория вероятностей, теория стационарных случайных процессов (в частности - предельные теоремы для стационарных случайных процессов), асимптотическая теория оценивания, методы матричной алгебры, метод последовательных независимых испытаний Монте-Карло, методы вычислительной математики, а также современная технология программирования и визуализации многомерных наблюдений.

Основные предположения.

4

- Оценивается векторный параметр очага микроземлетрясения (формула) где $\mathbf{r} = (r_1, r_2, r_3)$ - пространственные координаты очага, а $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_6)$ - это шесть элементов тензора сейсмического момента механизма очага.
- Расположенная на поверхности земли сейсмическая антенна состоит из цифровых сейсмометров, регистрирующие вертикальные колебания среды в достаточно широкой полосе частот.
- Очаг микроземлетрясения (микросейсмический источник) представляет локализованную область среды пренебрежимо малую по сравнению с апертурой сейсмической антенны и расстоянием от источника до датчиков антенны.
- Среда распространения сейсмических волн от источника до датчиков антенны является линейной и изотропной, т.е. распространения в ней сейсмических волн описывается линейной теорией упругости.
- Механизм очага микроземлетрясения однозначно задаёт его диаграмму излучения, т. е. интенсивность и полярность колебаний, излучаемых вдоль разных сейсмических лучей.

Вероятностная модель наблюдений сигнала источника, регистрируемых датчиками сейсмической антенны.

5

Регистрируемые датчиками антенны сигналы $s_l(t)$, представляют собой результаты прохождения через линейные системы с импульсными переходными характеристиками (ИПХ) $h_l(t, \mathbf{r}, \theta)$ одного и того же генерируемого очагом сигнала $u(t)$, которые маскируются аддитивными помехами:

$$y_l(t) = s_l(t) + \xi_l(t) = h_l(t, \mathbf{r}, \theta) * u(t) + \xi_l(t), \quad t \in [0, T], \quad l \in \overline{1, m},$$

Используя векторные обозначения, можно записать дискретизированные наблюдения, зарегистрированные сейсмической антенной в виде m -мерного временного ряда

$$\mathbf{y}_k = \sum_{\tau=0}^n \mathbf{h}_{k-\tau}(\boldsymbol{\varphi}) u_{\tau} + \boldsymbol{\xi}_k, \quad k \in \overline{1, n}, \quad n = [Tf_s], \quad \boldsymbol{\varphi} = (\mathbf{r}, \theta),$$

$$\mathbf{y}_k = (y_{l,k}, l \in \overline{1, m})^T, \quad \mathbf{h}_k(\boldsymbol{\varphi}) = (h_{l,k}(\boldsymbol{\varphi}), l \in \overline{1, m})^T,$$

$$\boldsymbol{\xi}_k = (\xi_{l,k}, l \in \overline{1, m})^T, \quad (\boldsymbol{\xi}_k, k = \overline{1, n}) \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{S}).$$

Асимптотический критерий качества алгоритмов оценивания векторного параметра Φ .

6

Качество оценок $\hat{\Phi}_{mn}$ параметров очага $\Phi = (\mathbf{r}, \theta) \in \mathcal{Q} \subset R^q, q < \infty$ (где $\mathcal{Q}$ - ограниченное множество) характеризуются матрицей среднеквадратических отклонений (МСКО) оценок $\hat{\Phi}_{mn}$ от истинных значений параметров Φ_0 :

$$\mathbf{K}_{mn} \left(\Phi_0, \hat{\Phi}_{mn} \right) = E_{\Phi_0} \left\{ \left(\hat{\Phi}_{mn} - \Phi_0 \right) \left(\hat{\Phi}_{mn} - \Phi_0 \right)^T \right\}.$$

Если параметрическая вероятностная модель наблюдений удовлетворяет условиям *локальной асимптотической нормальности* (ЛАН), то для класса *регулярных оценок* [Ибрагимов, Хасьминский] справедливо асимптотическое неравенство Рао-Крамера:

$$\Psi_m \left(\Phi_0, \hat{\Phi}_{mn} \right) \geq \mathbf{J}_m^{-1}(\Phi_0), \quad \Phi_0 \in \mathcal{Q}, \quad \Psi_m \left(\Phi_0, \hat{\Phi}_{mn} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} n \mathbf{K}_{mn} \left(\Phi_0, \hat{\Phi}_{mn} \right),$$

$\mathbf{J}_m(\Phi_0)$ - предельная матрица Фишера.

Оценку $\hat{\Phi}_{mn}$, для которой достигается равенство

$$\Psi_m \left(\Phi_0, \hat{\Phi}_{mn} \right) = \mathbf{J}_m^{-1}(\Phi_0), \quad \Phi_0 \in \mathcal{Q}$$

называют асимптотически эффективной (АЭ) в классе регулярных оценок.

Оценка $\hat{\Phi}_{mn}$ регулярная оценка параметра Φ_0 , если

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_{\Phi_n} \left[\sqrt{n} \left(\hat{\Phi}_{mn} - \Phi_n \right) \leq x \right] = G_{\Phi_0}(x), \quad \Phi_n = \Phi_0 + \delta n^{-1/2}, \delta \in R.$$

Асимптотически эффективная оценка параметров при случайном гауссовском сигнале очага. Метод синтеза.

Пусть сигнал сейсмического источника представляет «отрезок» гауссовского стационарного временного ряда с СПМ $g(f)$, статистически независимого по отношению к помехам. Тогда для совместного распределения наблюдений $\mathbf{y}_k$, $k = \overline{1, n}$ существует разложение ЛАН [Ле Кам, Дэвис]:

$$\ln \frac{p(\tilde{\mathbf{y}}_n, \boldsymbol{\varphi} + n^{-1/2} \boldsymbol{\psi})}{p(\tilde{\mathbf{y}}_n, \boldsymbol{\varphi})} = \boldsymbol{\psi}^T \Delta(\tilde{\mathbf{x}}_n, \boldsymbol{\varphi}) - \frac{1}{2} \boldsymbol{\psi}^T \boldsymbol{\Gamma}_n(\boldsymbol{\varphi}) \boldsymbol{\psi} + \alpha_n(\tilde{\mathbf{y}}_n, \boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\psi}),$$

$$\text{где } \Delta(\tilde{\mathbf{x}}_n, \boldsymbol{\varphi}) = \left(\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j^* \mathbf{F}_{j, \boldsymbol{\varphi}}^{-1} \frac{\partial \mathbf{F}_{j, \boldsymbol{\varphi}}}{\partial \varphi_k} \mathbf{F}_{j, \boldsymbol{\varphi}}^{-1} \mathbf{x}_j - \text{tr} \mathbf{F}_{j, \boldsymbol{\varphi}}^{-1} \frac{\partial \mathbf{F}_{j, \boldsymbol{\varphi}}}{\partial \varphi_k}; k \in \overline{1, q} \right) - \text{АД}$$

статистика, $\boldsymbol{\Gamma}_n(\boldsymbol{\varphi}) \xrightarrow{p} \mathbf{J}_m(\boldsymbol{\varphi})$, $\alpha_n(\tilde{\mathbf{x}}_n, \boldsymbol{\varphi}) \xrightarrow{p} 0$ равномерно по $\boldsymbol{\varphi} \in \Theta$.

В нашей задаче

$$\tilde{\mathbf{x}}_n = \{ \mathbf{x}_j, j \in \overline{1, n} \}, \mathbf{x}_j = \dot{\mathbf{h}}(f_j, \boldsymbol{\varphi}) \dot{u}(f_j) + \xi(f_j), f_j = \frac{j f_s}{n}, j \in \overline{1, n}.$$

$$\mathbf{F}(f; \boldsymbol{\varphi}_0) = \mathbf{F}_\xi(f) + g(f) \dot{\mathbf{h}}(f, \boldsymbol{\varphi}_0) \dot{\mathbf{h}}^*(f, \boldsymbol{\varphi}_0).$$

Тогда при некоторых ограничениях на АД статистику и на $\boldsymbol{\Gamma}_n(\boldsymbol{\varphi})$ эффективная (АЭ) оценка параметров очага находится как корень уравнения $\Delta(\tilde{\mathbf{x}}_n, \boldsymbol{\varphi}) = 0$, $\boldsymbol{\varphi} \in S$ [Кушнир].

Практический вычислительный алгоритм асимптотически эффективной оценки.

Методами матричной алгебры можно показать, что

$$\Delta(\tilde{\mathbf{x}}_n; \boldsymbol{\varphi}) = n^{-1/2} \text{grad} [\ln \Lambda(\tilde{\mathbf{x}}_n, \boldsymbol{\varphi})],$$

$$\text{где } \Lambda(\tilde{\mathbf{x}}_n; \boldsymbol{\varphi}) = \prod_{j=1}^n \left[(2\pi)^m \det \mathbf{F}_j(\boldsymbol{\varphi}) \right]^{-1/2} \exp \left\{ -\mathbf{x}_j^* \mathbf{F}_j^{-1}(\boldsymbol{\varphi}) \mathbf{x}_j \right\},$$

$$\hat{\boldsymbol{\varphi}}(\tilde{\mathbf{x}}_n) = \arg \max_{\boldsymbol{\varphi} \in S} [\ln \Lambda(\tilde{\mathbf{x}}_n, \boldsymbol{\varphi})] - \text{АЭ в классе регулярных оценок.}$$

$$\hat{\boldsymbol{\varphi}}(\tilde{\mathbf{x}}_n) = \arg \max_{\boldsymbol{\varphi} \in S} \left[-\frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \ln \left[\det \left(\mathbf{F}_{j,\xi} + g_j \dot{\mathbf{h}}_j(\boldsymbol{\varphi}) \dot{\mathbf{h}}_j^*(\boldsymbol{\varphi}) \right) \right] + \sum_{j=1}^n \frac{|\dot{\mathbf{h}}_j^*(\boldsymbol{\varphi}) \mathbf{F}_{j,\xi}^{-1} \mathbf{x}_j|}{g_j^{-1} + \dot{\mathbf{h}}_j^*(\boldsymbol{\varphi}) \mathbf{F}_{j,\xi}^{-1} \dot{\mathbf{h}}_j} \right]$$

Оценка параметров очага при неизвестной временной форме сигнала источника.

9

Если сигнал сейсмического источника представляет «отрезок» известной детерминированной функции, тогда аналогично предыдущему случаю, АЭ оценка параметров имеет вид

$$\tilde{\Phi}(\tilde{\mathbf{x}}_n) = \arg \max_{\Phi \in S} \bar{L}(\tilde{\mathbf{x}}_n | \Phi, \dot{u}_j),$$

$$\text{где } \bar{L}(\tilde{\mathbf{x}}_n | \Phi, \dot{u}_j) = \left[- \sum_{j=1}^n (\mathbf{x}_j - \dot{u}_j \dot{\mathbf{h}}_j(\Phi))^* \mathbf{F}_{j,\xi}^{-1} (\mathbf{x}_j - \dot{u}_j \dot{\mathbf{h}}_j(\Phi)) \right].$$

В случае, когда отсчёты сигнала $\dot{u}_j$, $j \in \overline{1, n}$ источника *не известны*, можно, эвристически использовать формальную логику метода максимума правдоподобия, пытаюсь найти «хорошую» оценку информативных параметров Φ , дифференцируя $\bar{L}$ по неизвестным $\dot{u}_j$, $j \in \overline{1, n}$ и параметрам очага φ_k и решая следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial}{\partial \text{Re } \dot{u}_j} \bar{L}(\tilde{\mathbf{x}}_n | \Phi, \dot{u}_j) = 0; \quad \frac{\partial}{\partial \text{Im } \dot{u}_j} \bar{L}(\tilde{\mathbf{x}}_n | \Phi, \dot{u}_j) = 0; \quad j \in \overline{1, n};$$

$$\frac{\partial}{\partial \varphi_k} \bar{L}(\tilde{\mathbf{x}}_n | \Phi, \dot{u}_j) = 0, \quad k \in \overline{1, q}.$$

В результате получаем

$$\dot{u}_j = \frac{\dot{\mathbf{h}}_j^*(\Phi) \mathbf{F}_{j,\xi}^{-1} \mathbf{x}_j}{\dot{\mathbf{h}}_j^*(\Phi) \mathbf{F}_{j,\xi}^{-1} \dot{\mathbf{h}}_j(\Phi)}, \quad j \in \overline{1, n}.$$

$$\bar{\Phi}(\tilde{\mathbf{x}}_n) = \arg \max_{\Phi \in S_0} \sum_{j=1}^n \frac{|\dot{\mathbf{h}}_j^*(\Phi) \mathbf{F}_{j,\xi}^{-1} \mathbf{x}_j|^2}{\dot{\mathbf{h}}_j^*(\Phi) \mathbf{F}_{j,\xi}^{-1} \dot{\mathbf{h}}_j(\Phi)}.$$

Условно последнюю оценку для неизвестного сигнала источника будем называть оценкой максимального правдоподобия (МП).

Сейсмическая эмиссионная томография как частный случай МП оценки.

10

Широко известный на практике алгоритм определения координат очага носит название алгоритма сейсмической эмиссионной томографии (СЭТ) и заключается в нахождении точки максимума функционала

$$\hat{\mathbf{r}}_{set}(\tilde{\mathbf{y}}_n) = \arg \max_{\mathbf{r} \in V} S(\tilde{\mathbf{y}}_n, \mathbf{r}), \quad S(\tilde{\mathbf{y}}_n, \mathbf{r}) = \frac{\sum_{k=1}^n \left| \sum_{l=1}^m y_{l,k-\tau(l,\mathbf{r})} \right|^2}{\sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^m y_{l,k-\tau(l,\mathbf{r})}^2},$$

$\tau(l, r)$ - время распространения сейсмического сигнала от источника до l -го датчиков антенны; V область среды, содержащей источник.

Представление этого же метода в частотной области имеет вид

$$\hat{\mathbf{r}}_{set} = \arg \max_{\mathbf{r} \in V} \frac{\sum_{j=1}^n \left| \dot{\mathbf{h}}_j^*(\mathbf{r}) \mathbf{x}_j \right|^2}{\sum_{j=1}^n \left| \mathbf{x}_j \right|^2}, \quad \dot{\mathbf{h}}_j^*(\mathbf{r}) = \left(\exp \left\{ -i 2\pi f_j \tau(l, \mathbf{r}) \right\}, l \in 1, \dots, m \right),$$

откуда следует, что $\hat{\mathbf{r}}_{set}(\tilde{\mathbf{x}}_n)$ является МП-оценкой для случая, когда:

- Сейсмические помехи не коррелированы по времени и пространству, т.е. МСПМ помех $\mathbf{F}_\xi(f) \equiv \sigma^2 \mathbf{I}$, где $\mathbf{I}$ - единичная матрица.
- Передаточная вектор-функция имеет вид

$$\dot{\mathbf{h}}(f, \mathbf{r}, \theta) = a \left(\exp \left\{ -i 2\pi f \tau(l, \mathbf{r}) \right\}, l \in 1, \dots, m \right).$$

Фазовые алгоритмы определения параметров источника. 11

В акустике и радиолокации для решения аналогичной задачи используются оценка со структурой алгоритма СЭТ в частотной области, в котором вместо спектральных наблюдений $x_k(f_j) = x_{k,j}$ в каждом из $k \in \overline{1, m}$ каналов используются величины

$$\frac{x_{k,j}}{|x_{k,j}|} = \exp \{i\vartheta_{k,j}\},$$

где $\vartheta_{k,j}$ - фаза спектральных наблюдений $x_{k,j}$ k -го канала на частоте f_j .

Обобщая эту методику, в диссертации получен класс фазовых алгоритмов для определения координат очага

$$\hat{\mathbf{r}}_{phase}(\tilde{\mathbf{x}}_n) = \underset{\mathbf{r} \in V}{argmin} \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{k,l=1 \\ k < l}}^m c_{k,l}(f_j) \rho(2\pi f_j \delta_{k,l}(\mathbf{r}) - \phi_{k,l}(f_j)),$$

где $\delta_{k,l}(\mathbf{r}) = \tau_k(\mathbf{r}) - \tau_l(\mathbf{r})$ - разность времен прихода сигнала от источника с координатами r на k -й и l -й геофоны группы, $\phi_{k,l,j} = \vartheta_{k,j} - \vartheta_{l,j}$ - разность фаз спектральных компонент (на частотах $f_j, j \in \overline{1, n}$) для наблюдений k -го и l -го датчиков группы.

Для сложного механизма очага при необходимости оценивания параметров тензора сейсмического момента этот класс допускает следующее обобщение.

$$\hat{\Phi} = \underset{\mathbf{r} \in V, \Theta \in Q}{argmin} \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{k,l=1 \\ k < l}}^m c_{k,l}(f_j) \rho(2\pi f_j \delta_{k,l}(\mathbf{r}) - \phi_{k,l}(f_j) - \lambda_{k,l}(\Theta))$$

$$\lambda_k(\Theta) = \begin{cases} 0, & \text{если } a_k(\Theta) a_l(\Theta) \geq 0, \\ \pi, & \text{если } a_k(\Theta) a_l(\Theta) < 0, \end{cases}.$$

Выбор коэффициентов $c_{k,l}(f_j)$ при невязках в фазовых алгоритмах оценивания параметров очага. Гауссовский сигнал очага.

Если сигнал очага - "отрезок" гауссовского стационарного процесса, то выведенная в диссертации формула для асимптотической плотности распределения разности фаз наблюдений на двух датчиках антенны имеет вид

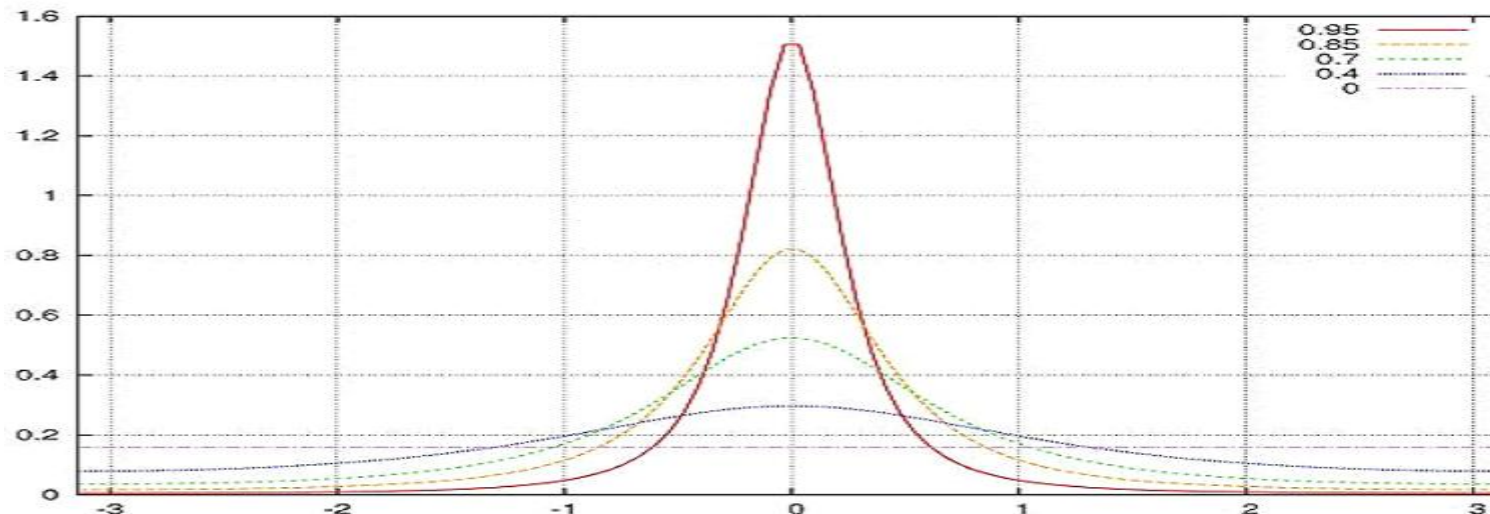
$$\tilde{P}_{f,k,l}(\vartheta) = \frac{1 - |\gamma_{f,k,l}|^2}{2\pi} \left(\frac{1}{1 - g_{f,k,l}^2(\vartheta)} + g_{f,k,l}(\vartheta) \frac{\pi - \arccos g_{f,k,l}(\vartheta)}{(1 - g_{f,k,l}^2(\vartheta))^{3/2}} \right),$$

$$g_{f,k,l} = |\gamma_{k,l}(f)| \cos \vartheta, \quad \vartheta \in [-\pi; \pi],$$

где $|\gamma_{k,l}(f)|^2$ - квадрат функции когерентности наблюдений на паре датчиков антенны.

Используя эту формулу можно предложить следующие коэффициенты для фазовых невязок

$$c_{k,l}(f_j) = |\gamma_{k,l}(f)|,$$



Выбор коэффициентов $c_{k,l}(f_j)$ при невязках в фазовых алгоритмах оценивания параметров очага. Детерминированный сигнал очага.

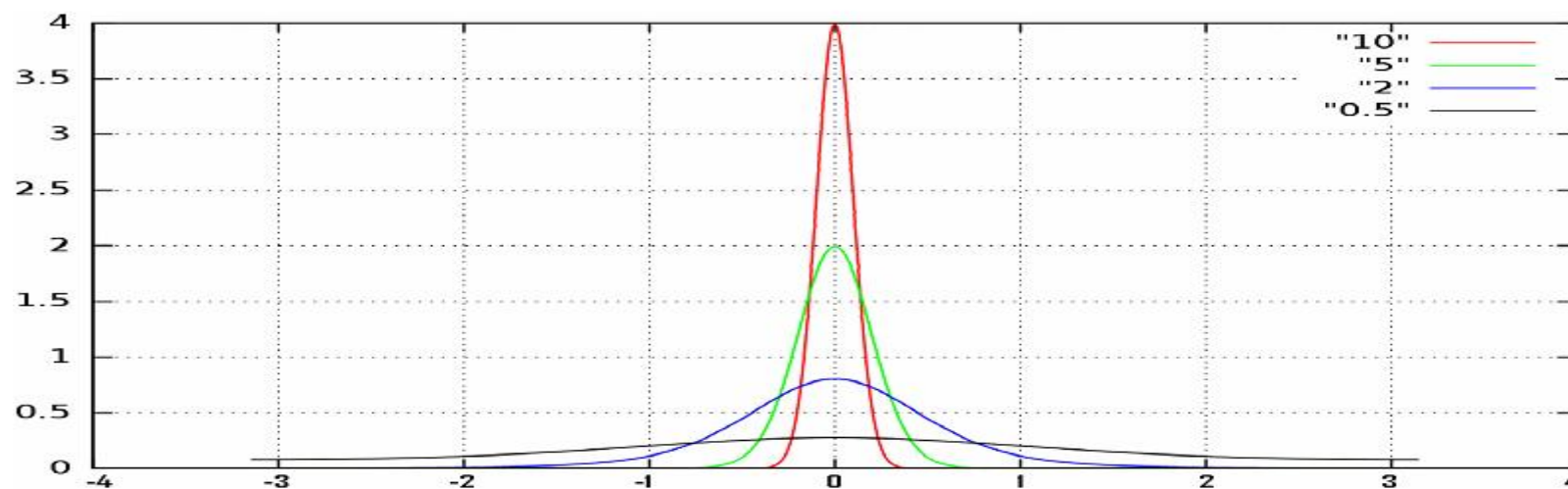
13

Если сигнал очага - "отрезок" детерминированной функции, то выведенная в диссертации формула для асимптотической плотности распределения фазы наблюдений каждым из датчиков антенны имеет вид

$$P_f^k(\phi) = \frac{1}{2\pi} \exp\left\{-\frac{R_{k,f}^2}{2F_k(f)}\right\} + \frac{R_{k,f} \cos(\phi - \phi_{0,k,f})}{\sqrt{2\pi F_k(f)}} \Phi\left(\frac{R_{k,f}}{\sqrt{F_k(f)}} \cos(\phi - \phi_{0,k,f})\right) \exp\left\{-\frac{R_{k,f}^2}{2F_k(f)} \sin^2(\phi - \phi_{0,k,f})\right\}$$

В этом случае имеем следующие коэффициенты

$$c_{k,l,j} = c_{k,j} c_{l,j}, \quad c_{k,j} = \frac{R_{k,f}}{\sqrt{F_k(f)}} = \frac{|\dot{u}(f_j)| |\dot{h}_k(f_j | \Phi_0)|}{\sqrt{F_k(f_j)}}$$



Оценка спектральных амплитуд сигнала источника с помощью фильтра Кейпона.

14

$$\mathbf{y}_\nu = \mathbf{h}_\nu * u_\nu + \xi_\nu, \quad \nu \in \mathbb{Z}$$

ξ_ν - случайный стационарный m – мерный временной ряд помех,

$$z_\nu = \mathbf{q}_\nu^T * \mathbf{y}_\nu, \quad \begin{cases} E\{z_\nu\} = u_\nu \\ E\{(z_\nu - u_\nu)^2\} = E\{(\mathbf{q}_\nu^T * \xi_\nu)^2\} \Rightarrow \min_{\mathbf{q}_\nu} \end{cases};$$

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{w}}^*(f) \dot{\mathbf{h}}(f) = 1, \\ \dot{\mathbf{w}}^*(f) \mathbf{F}(f) \dot{\mathbf{w}}(f) \Rightarrow \min_{\mathbf{w}(f)}, \end{cases} \quad f \in [0, f_s].$$

$$\dot{\mathbf{w}}(f) = \frac{\dot{\mathbf{F}}^{-1}(f) \dot{\mathbf{h}}(f)}{\dot{\mathbf{h}}^*(f) \mathbf{F}^{-1}(f) \dot{\mathbf{h}}(f)};$$

$$u(f_j) = \dot{\mathbf{w}}^*(f_j) x_j = \frac{\dot{\mathbf{h}}^*(f_j) \mathbf{F}^{-1}(f_n) x_j}{\dot{\mathbf{h}}^*(f_j) \mathbf{F}^{-1}(f_n) \dot{\mathbf{h}}^*(f_j)}.$$

Алгоритмы оценивания координат источника, робастные к форме диаграммы излучения источника. 15

В работе [Бортников] предложен алгоритм определения координат очага робастный к его диаграмме излучения и основанный на оценивании разности времён прихода волн для каждой пары станций.

$$\tilde{\mathbf{r}} = \underset{\mathbf{r} \in V}{\operatorname{argmin}} \sum_{t=1}^n \sum_{\substack{k,l=1 \\ k < l}}^m d_{k,l} \rho \left(\delta_{k,l}(\mathbf{r}) - \underset{v}{\operatorname{argmax}} \left| \hat{C}_{k,l}(v) \right| \right)$$

$$\text{где } d_{kl} = \begin{cases} 1, & \max_v \left| \hat{C}_{k,l}(v) \right| \geq \lambda, \\ 0, & \max_v \left| \hat{C}_{k,l}(v) \right| < \lambda, \end{cases} \quad \delta_{k,l}(r) = \tau_k(\mathbf{r}) - \tau_l(\mathbf{r}), \quad \lambda \in [0;1]$$

$\hat{C}_{k,l}(v)$ - оценка взаимной корреляционной функции временных рядов $(y_{k,j}, j = \overline{1,n})$, $(y_{l,j}, j = \overline{1,n})$ для соответствующей модели наблюдений.

В диссертации предложен целый подкласс фазовых алгоритмов, робастных по отношению к диаграмме излучения источника. Этот подкласс определяется функцией от "фазовых невязок":

- 1) $\rho(x) = \rho(-x)$, $\rho(0) = 0$.
- 2) $\rho(|x_1|) < \rho(|x_2|)$, если $|x_1| < |x_2|$ и $x_1, x_2 \in [0, \pi / 2]$.
- 3) $\rho(x) = \rho(\pi - x)$ при $x \in [0, \pi / 2]$.

Состоятельность оценок координат источника, получаемых с помощью минимизации фазовых невязок.

16

$$\hat{\mathbf{r}}_0 = \underset{\mathbf{r} \in \Theta}{\operatorname{argmin}} \left[n^{-1} \Psi_n(\tilde{\mathbf{x}}_n, \mathbf{r}) \right]$$

Теорема.

- $\mathbf{r}_0$ является внутренней точкой множества Θ .
- $\Theta \subset R^3$ -компактное множество.
- Существует некоторая непрерывная на Θ функция $T(\mathbf{r}) \in C(\Theta)$ такая что

$$\forall \varepsilon > 0, \lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ \sup_{\mathbf{r}} \left| n^{-1} \Psi_n(\tilde{\mathbf{x}}_n, \mathbf{r}) - T(\mathbf{r}) \right| \geq \varepsilon \right\} = 0, \text{ причём } \mathbf{r} = \mathbf{r}_0$$

является единственной точкой минимума для $T(\mathbf{r})$.

Тогда $\hat{\mathbf{r}}_0 \xrightarrow{P} \mathbf{r}_0$.

$$\forall \varepsilon > 0 \sup_{\mathbf{r}} \lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ \left| n^{-1} \Psi_n(\tilde{\mathbf{x}}_n, \mathbf{r}) - T(\mathbf{r}) \right| \geq \varepsilon \right\} = 0.$$

Свойство равномерной равностепенной непрерывности по вероятности

$$\forall \varepsilon > 0, \lim_{\delta \rightarrow 0} \lim_{n \rightarrow \infty} P \left(\sup_{\|\Delta \mathbf{r}\| < \delta} \left| \Psi_n(\tilde{\mathbf{x}}_n, \mathbf{r} + \Delta \mathbf{r}) - \Psi_n(\tilde{\mathbf{x}}_n, \mathbf{r}) \right| > \varepsilon \right) = 0.$$

Компенсация когерентной помехи как свойство МП оценки.

$$\mathbf{F}(f) = \sum_{k=1}^s \dot{\mathbf{h}}_k(f) \dot{\mathbf{h}}_k^*(f) C_k(f) + \sigma \mathbf{V}, s < \infty, s < m.$$

матрица $\mathbf{F}(f)$ допускает факторизацию

$$\mathbf{F}(f) = \mathbf{A}(f) \mathbf{A}^*(f) + \sigma \mathbf{V},$$

$$\mathbf{F}^{-1}(f) = \sigma^{-1} \mathbf{V}^{-1} - \sigma^{-1} \mathbf{V}^{-1} \mathbf{A} (\sigma \mathbf{I} + \mathbf{A}^* \mathbf{V}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^* \mathbf{V}^{-1},$$

$$\mathbf{F}^{-1}(f) = \sigma^{-1} \left(\underbrace{\mathbf{V}^{-1} - \mathbf{V}^{-1} \mathbf{A} (\mathbf{A}^* \mathbf{V}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^* \mathbf{V}^{-1}}_{\mathbf{W}} \right) + \underbrace{\mathbf{V}^{-1} \mathbf{A} (\mathbf{A}^* \mathbf{V}^{-1} \mathbf{A})^{-2} \mathbf{A}^* \mathbf{V}^{-1}}_{\mathbf{G}} + \mathbf{O}(\sigma) =$$

$$= \sigma^{-1} \mathbf{W} + \mathbf{G} + \mathbf{O}(\sigma),$$

$$\mathbf{F}^{-1}(f) \approx \sigma^{-1} \mathbf{W}.$$

- Матрица $\mathbf{W}$ не зависит от спектральных плотностей когерентных помех $C_k(f)$:

$$\mathbf{W} = \mathbf{V}^{-1} - \mathbf{V}^{-1} \mathbf{Q} (\mathbf{Q}^* \mathbf{V}^{-1} \mathbf{Q})^{-1} \mathbf{Q}^* \mathbf{V}^{-1},$$

$$\mathbf{Q}(f) = (\dot{\mathbf{h}}_1(f), \dot{\mathbf{h}}_2(f), \dots, \dot{\mathbf{h}}_s(f))^T.$$

- Матрица $\mathbf{W}$ обладает проектирующим свойством:

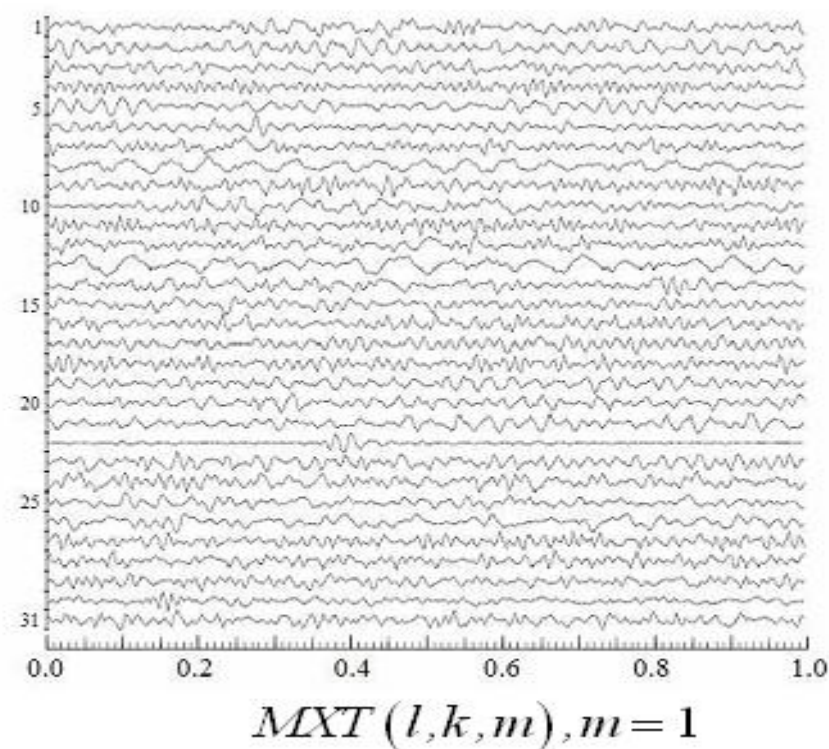
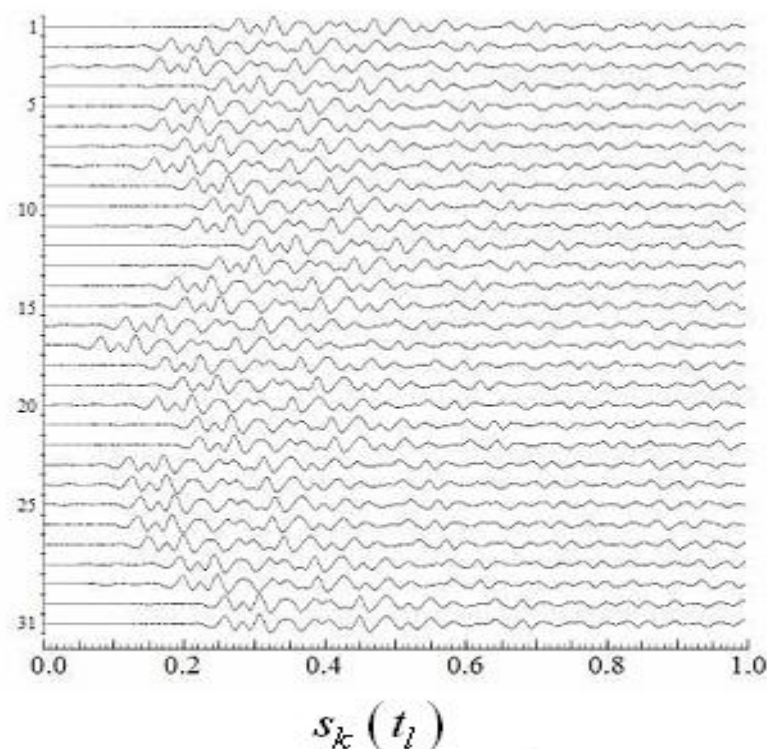
$$L_Q = \{ \mathbf{Q} \mathbf{a} : \forall \mathbf{a} \in \mathbb{C}^s \}, L_Q^\perp = \{ \mathbf{x} : \mathbf{x} \perp \mathbf{y}, \forall \mathbf{y} \in L_Q, \mathbf{x} \in \mathbb{C}^m \},$$

$$\forall \mathbf{x} = \mathbf{x}_Q + \mathbf{x}_Q^\perp \in \mathbb{C}^m, \mathbf{x}_Q \in L_Q, \mathbf{x}_Q^\perp \in L_Q^\perp, \mathbf{W} \mathbf{x} = \mathbf{W} \mathbf{x}_Q^\perp.$$

$$ASNR_m = \left[\frac{\sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^N |c_m s_k(t_l)|^2}{\sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^N |\xi_{k,m}(t_l)|^2} \right]^{1/2}$$

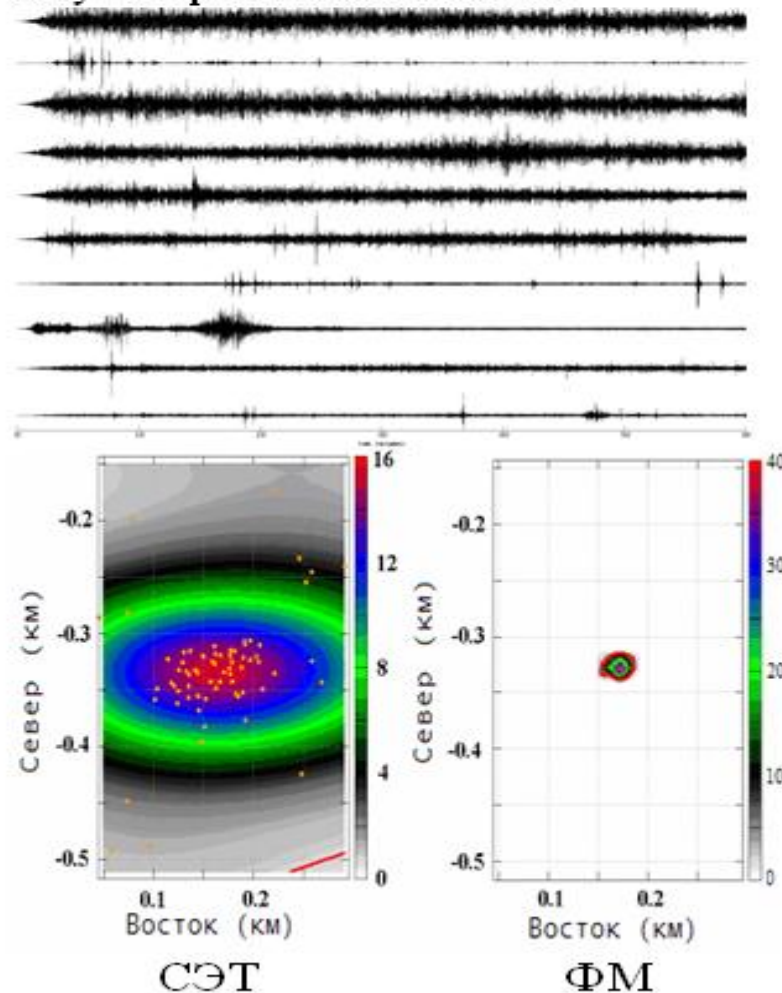
1. Гибридная сейсмограмма с заранее заданным значением $ASNR_0$ рассчитывается как сумма значений $\xi_{k,m}(t_l)$ и $c_m^{-1}s_k(t_l)$:

$$MXT(l, k, m) = \xi_{k,m}(t_l) + c_m s_k(t_l), \quad l = 1, \dots, N, \quad k = 1, \dots, K, \quad m = 1, \dots, M.$$

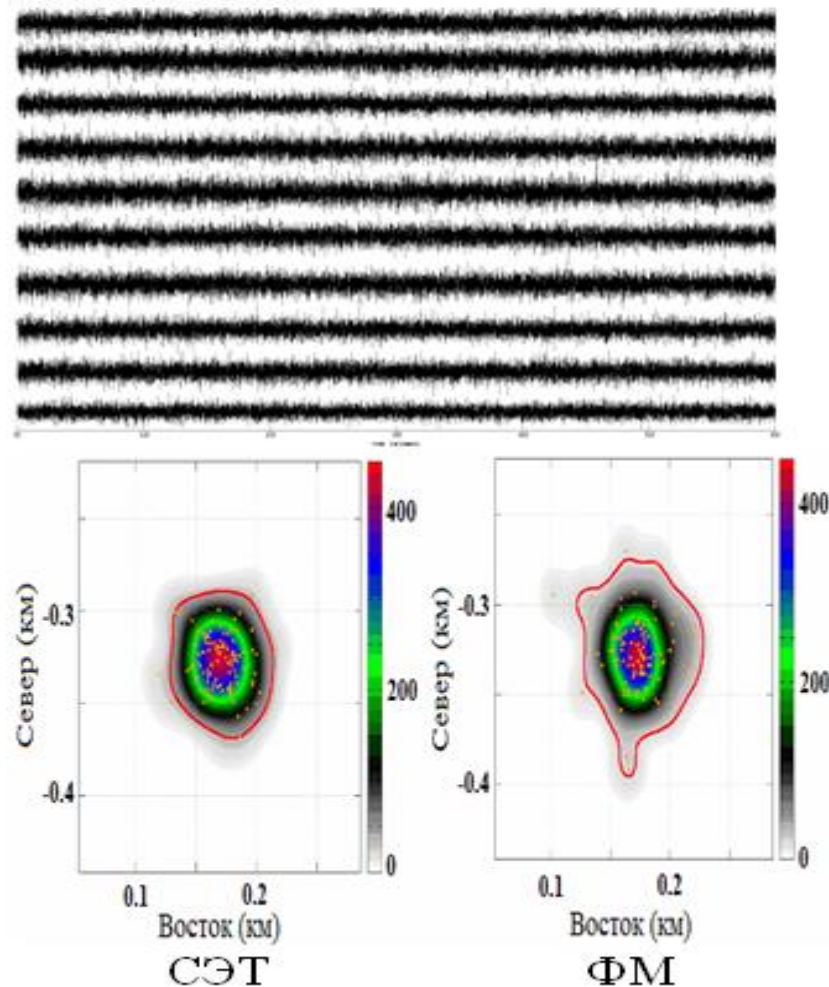


Исследование точности локации источников с равномерной диаграммой излучения различными алгоритмами.

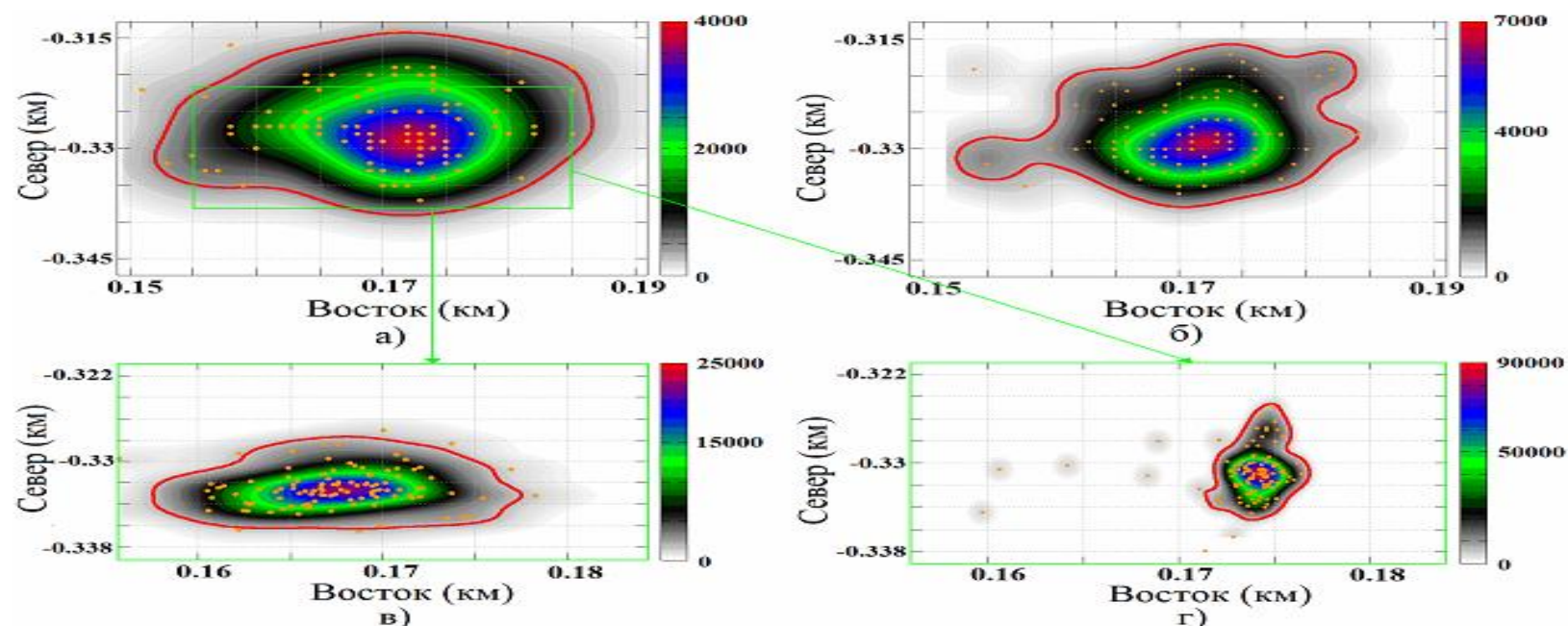
Случай реальных помех:



Случай гауссовских белых по пространству и времени помех с одинаковыми спектральными плотностями:



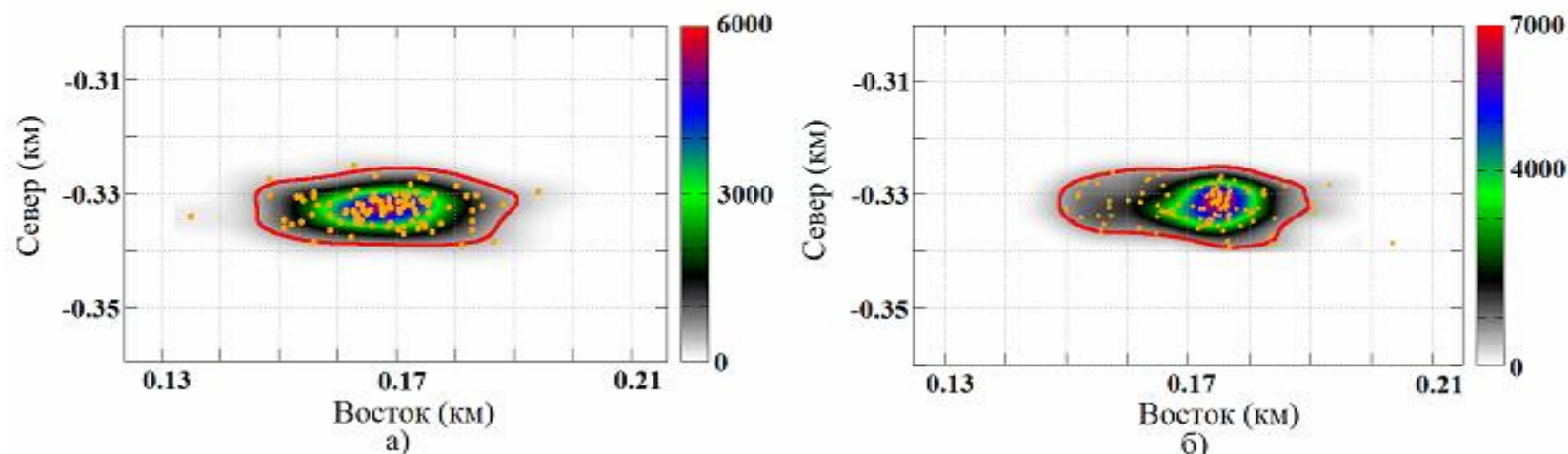
Исследование точности локации источников с равномерной диаграммой излучения различными алгоритмами (продолжение).



(а), (б) карты ПРВ для алгоритмов локации КФМ и ФМ, построенные в одинаковом масштабе,
(в), (г) карты ПРВ для алгоритмов локации ДМП и АФМ, построенные в одинаковом масштабе.

	σ_x	σ_y	$\sigma_x + \sigma_y$
СЭТ	0.14394	0.14916	0.2931
ФМ	0.00616	0.00507	0.01123
КФМ	0.00699	0.00572	0.01271
АФМ	0.00438	0.00224	0.00662
ДМП	0.00476	0.00302	0.00778

Исследование точности локации источников с равномерной диаграммой излучения различными алгоритмами (продолжение).



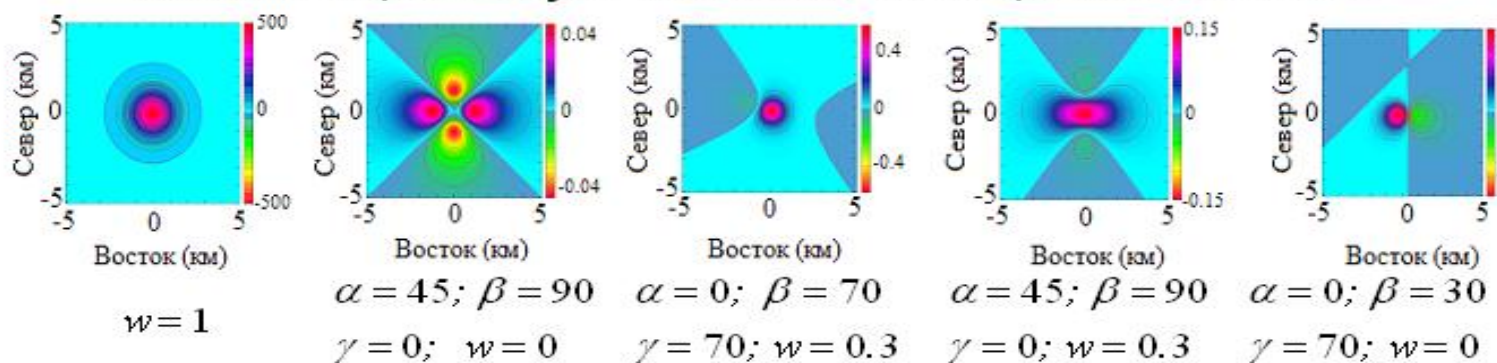
Карты эмпирических двумерных плотностей распределения вероятностей (ПРВ) для оценок горизонтальных координат (X, Y) микросейсмического события. Обработка смесей синтетических сейсмограмм события и фрагментов записей реальных техногенных помех, нестационарных и коррелированных во времени и по пространству. Отношение сигнал-шум 0.025.

(а), (б) карты ПРВ для алгоритмов локации ДМП и АФМ, построенные в одинаковом масштабе.

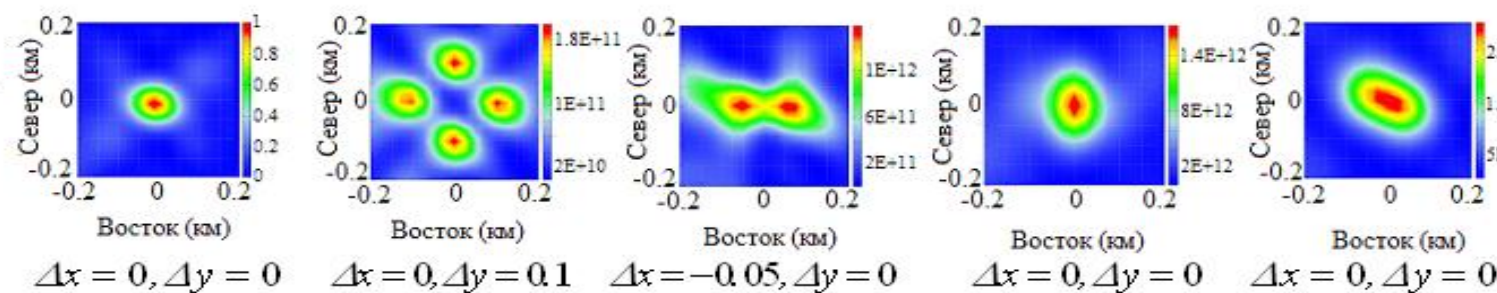
	σ_x	σ_y	$\sigma_x + \sigma_y$
ДМП	0.00957	0.00360	0.01317
АФМ	0.00942	0.00340	0.01282

Влияние механизма очага микросейсмического источника на потенциальную точность локации источника.

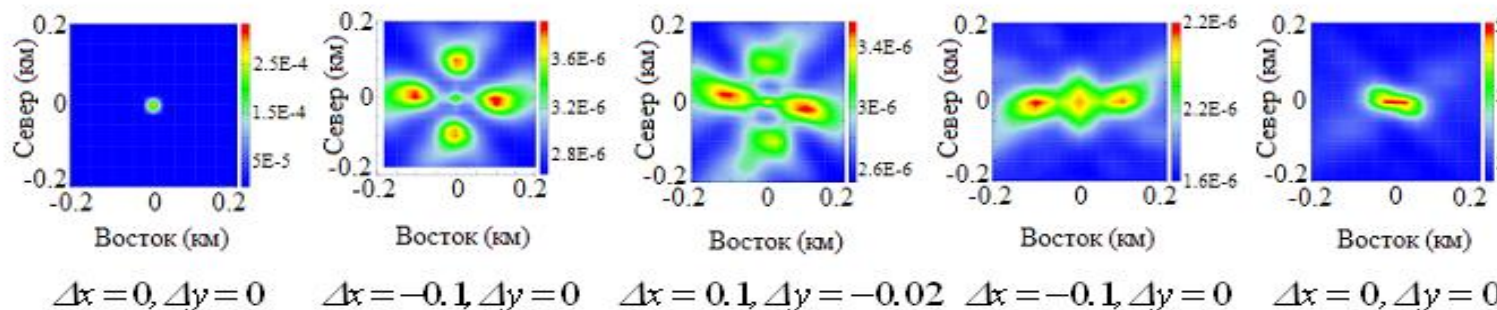
22



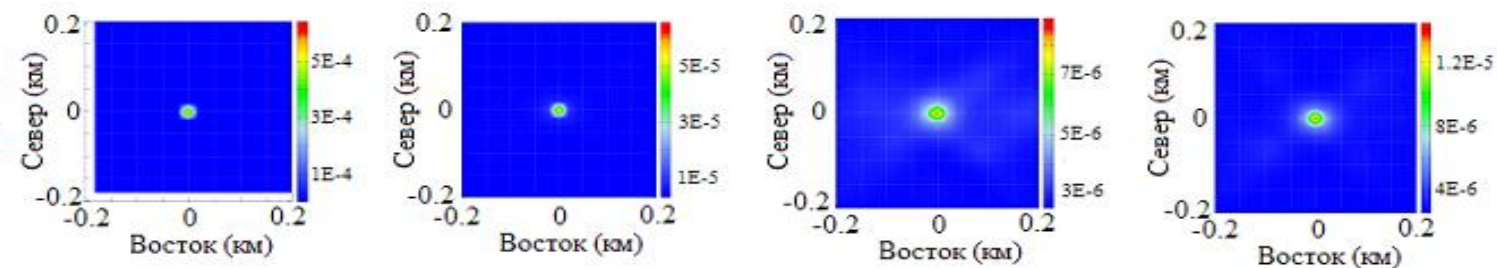
СЭТ



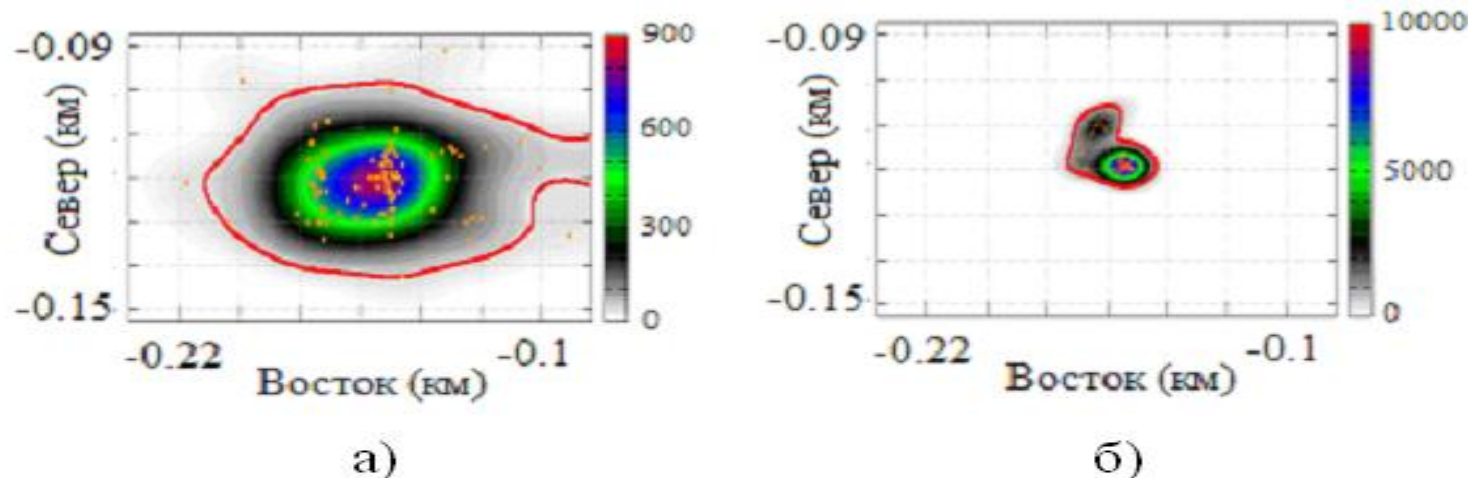
ФМ



ФНМ
ФРМ



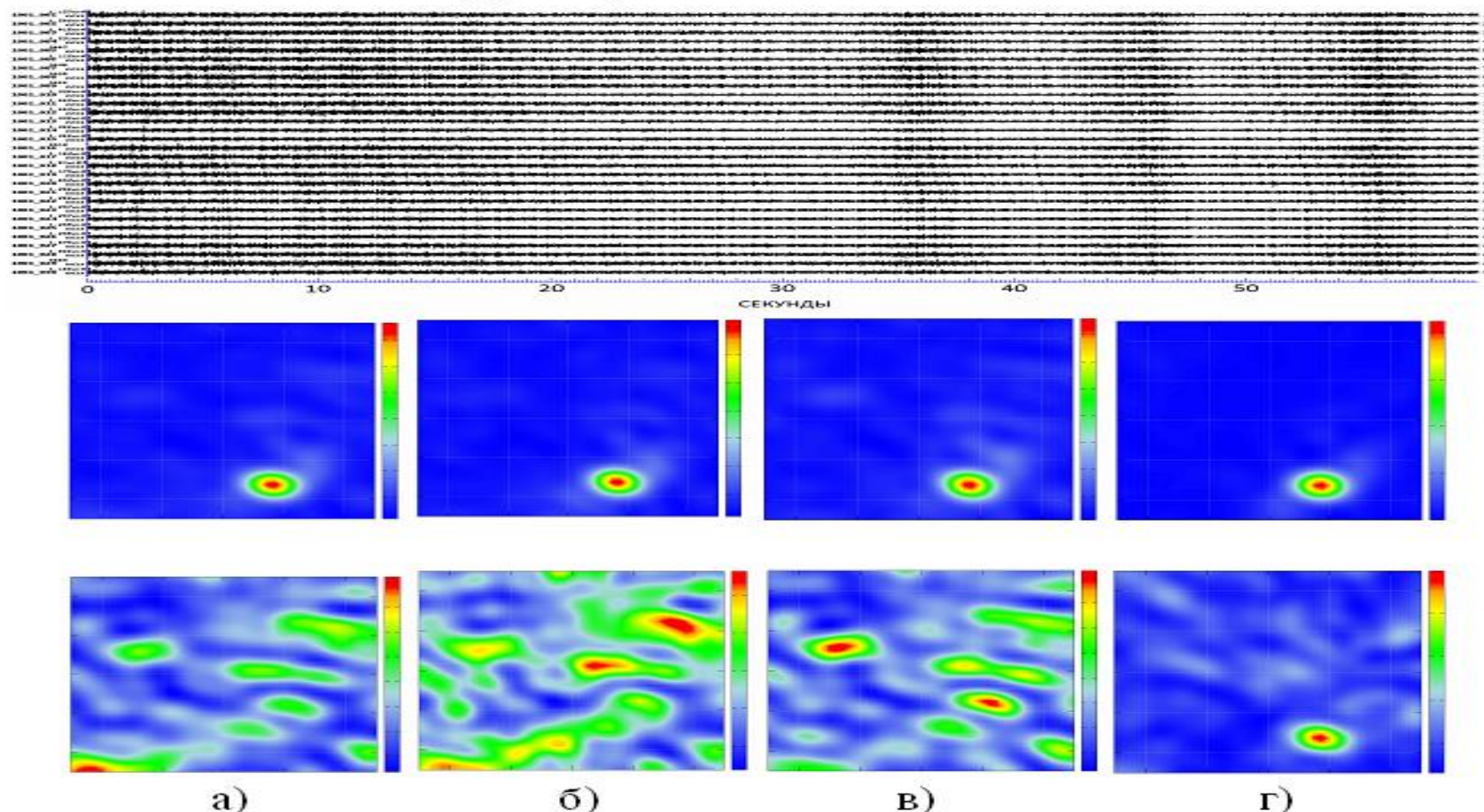
Исследование точности локации сложных источников с помощью алгоритмов, робастных к механизмам источников.



Эмпирические двумерные плотности распределения вероятностей (ПРВ) оценок координат источника, полученные Методом Монте-Карло с помощью алгоритмов локации, робастных к механизму источника. Обработка 110 смесей синтетических многоканальных сейсмограмм источника типа двойного диполя с фрагментами записей реальных помех, отношение сигнал-шум в модельных смесях 0.1.

(а) ПРВ для временного корреляционного алгоритма КМ, робастного к механизму источника; СКО-Х=26 м, СКО-У=10 м
 (б) ПРВ для спектрально-фазового алгоритма ФРМ, робастного к механизму источника; СКО-Х=6 м, СКО-У=5 м.

Оценивание координат очага при пространственно коррелированных помехах.



Функции неопределённости, построенные в квадрате $[-0.5; 0.5] \times [-0.5; 0.5]$ на фиксированной глубине $Z=1.87$, для методов а) СЭТ; б) ФМ; в) ДМП; г) МП

Первая строка – обработка смеси с ОСШ равным 0.1.

Вторая строка – обработка смеси с ОСШ равным 0.01.

Метод/ОСШ	СЭТ	ФМ	ДМП	МП
0.1	0	0	0	0
0.01	0.645	0.597	0.622	0

Основные результаты исследований.

- На основе современной асимптотической теории статистического оценивания разработаны статистически оптимальные методы оценивания векторных параметров микросейсмических источников по наблюдениям многомерных временных рядов, регистрируемых группами пространственно распределённых сейсмоприемников (сейсмическими антеннами). Эти методы позволяют учитывать физические модели среды распространения сейсмических волн, спектральные характеристики случайных сейсмических помех, коррелированных по времени и пространству, механизмы очагов микросейсмических событий и обеспечивают оценивание параметров этих событий при малых отношениях сигнал шум.
- На основе робастных подходов теории оценивания синтезирован класс фазовых алгоритмов оценивания параметров микросейсмических источников. Точность этих алгоритмов слабо зависит от изменения статистических характеристик помех, поэтому в большинстве ситуаций они не требуют адаптации к нестационарным помехам. Среди фазовых алгоритмов принципиально новыми являются алгоритмы, способные учитывать спектральные плотности мощности помех и временных функций микросейсмических источников, диаграммы излучения этих источников. Принципиально новыми являются также алгоритмы инвариантные к неизвестным диаграммам излучения источников, которые позволяют оценивать положение микросейсмического очага в пространстве при отсутствии априорной информации о физическом механизме излучения им сейсмических волн.

Основные результаты исследований (продолжение).

26

- Теоретически доказано, что широко распространенный в практике микросейсмического мониторинга алгоритм сейсмической эмиссионной томографии (СЭТ) есть частный случай разработанных в диссертации методов оценивания. Теоретически и экспериментально показано, что СЭТ существенно уступает разработанным в диссертации алгоритмам по точности оценивания параметров очагов микросейсмических событий при малых отношениях сигнал-шум и статистических характеристиках помех, коррелированных по времени и по пространству. Подобные помехи типичны при микросейсмическом мониторинге с помощью поверхностных групп сейсмоприемников. Последнее утверждение подтверждено многочисленными численными экспериментами с использованием реальных помех, записанных сейсмическими группами при проведении гидроразрывов пластов на действующих месторождениях углеводородов.
- Все предложенные в диссертации алгоритмы оценивания параметров микросейсмических событий были многократно апробированы на модельных и реальных данных поверхностных сейсмических групп. Результаты компьютерных экспериментов подтвердили высокую помехоустойчивость статистически оптимальных алгоритмов. С помощью численных экспериментов обоснована практическая необходимость точного определения импульсных переходных характеристик эквивалентных линейных систем, определяющих условия прохождения сейсмических волн от источника до сейсмоприемников группы.