О проблеме мультипликаторов тригонометрических рядов Фурье

Е. Д. Нурсултанов, Н. Т. Тлеуханова

[a] *Казахстанский филиал Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова*

Пусть $1 < p \leqslant q < \infty$, $f \in L_p(\mathbb{T}^n)$, $f \approx \sum_{k \in \mathbb{Z}^n} \hat{f}(k) e^{ikx}$. Последовательность комплексных чисел $\lambda = \{\lambda_k\}_{k \in \mathbb{Z}^n}$ назовем мультипликатором из $L_p(\mathbb{T}^n)$ в $L_q(\mathbb{T}^n)$ ($\lambda \in m(L_p \to L_q)$), если найдется $f_\lambda \in L_q(\mathbb{T}^n)$ с рядом Фурье $f_\lambda \approx \sum\limits_{k \in \mathbb{Z}^n} \lambda_k \hat{f}(k) e^{ikx}$ для которых верно неравенство

$$\|f_\lambda\|_{L_q} \leqslant c \|f\|_{L_p}.$$

Особый интерес представляет мультипликаторы вида $\lambda = \{\lambda_k\}_{k \in \mathbb{Z}}$, где каждое λ_k принимает значение 1 или 0. Здесь важным является неравенство М. Рисса-Никольского. Для параллелепипеда Q из $\mathbb{Z}^n$ верно неравенство

$$\| \sum_{k \in Q} \hat{f}(k) e^{ikx} \|_{L_q} \leqslant c_{p,q} |Q|^{\frac{1}{p} - \frac{1}{q}} \|f\|_{L_p} \text{ при } r \leqslant p \leqslant q \leqslant \infty. \qquad (1)$$

В докладе мы приводим некоторые результаты, связанные с неравенствами (1), а также верхние и нижние оценки норм для классов мультипликаторов $m(L_p \to L_q)$.

Список литературы

[1] С. М. Никольский, “Неравенства для целых функций конечной степени и их приложения в теории дифференцируемых функций”, *Труды МИАН*, **38** (1951), 244–278.