

О разложениях по многочленам, ортогональным в непрерывно-дискретных пространствах Соболева

Б. П. Осиленкер

Московский государственный строительный университет

В докладе будут изложены результаты о рядах Фурье по многочленам, ортогональным в непрерывно-дискретных пространствах Соболева S (и их частного случая – нагруженных пространствах), которые определяются с помощью скалярного произведения

$$f, g = \int_a^b f(x) g(x) w(x) dx + A_1 f(1) g(1) + B_1 f(-1) g(-1) + A_2 f'(1) g'(1) + B_2 f'(-1) g'(-1) \quad (A_1 \geq 0, B_1 \geq 0, A_2 \geq 0, B_2 \geq 0),$$

$w(x)$ – весовая функция. Задача изучения этих пространств была поставлена в классической монографии Р. Куранта и Д. Гильберта «Методы математической физики». Пространства S возникают в ряде проблем функционального анализа, теории функций, математической физики и вычислительной математики. Например, при исследовании краевых задач с параметром в граничных условиях.

В теоретической физике они возникают при исследовании оператора Шредингера с точечными потенциалами (потенциалами нулевого радиуса, дельта-потенциалами).

В прикладных задачах пространства S применяются при исследовании процессов с сосредоточенными нагрузками и сосредоточенными моментами. Например, в задачах о колебании нагруженных стержней и о распространении тепла в неоднородном стержне, на конце которого помещена сосредоточенная теплоемкость.

В непрерывно-дискретных пространствах Соболева вводятся системы ортогональных многочленов. Следует отметить, что ряд свойств этих многочленов существенно отличаются от соответствующих свойств классических ортогональных многочленов.

В докладе будут изложены результаты о поведении частных сумм и линейных методах суммирования рядов Фурье по многочленам, ортонормированным в пространствах Соболева, в частности, для методов Чезаро и Пуассона-Абея. Основную роль в доказательстве играют полученные представления ядер Фейера, Пуассона и Валле-Пуссена. Общие результаты демонстрируются на симметричных ортогональных многочленах Гегенбауэра-Соболева и нагруженных многочленах Якоби.