К аппроксимации модифицированных функций Бесселя комплексного порядка

Ю. М. Раппопорт

Институт автоматизации проектирования РАН

Рассмотрены вопросы полиномиальной аппроксимации решений линейных дифференциальных уравнений с полиномиальными коэффициентами и построения полиномиальных приближений ядер интегральных преобразований типа Лебедева. Предложена модификация Тау метода с минимальной невязкой для нахождения полиномиальных приближений решений дифференциальных уравнений второго порядка с полиномиальными коэффициентами. Показано, что предлагаемая нами в Тау методе невязка в виде смещенного многочлена Чебышева со специальным образом подобранными сдвигом и нормировкой, в ряде важных случаев является минимальной в равномерной метрике на $[0, 1]$ среди всех возможных полиномиальных невязок. На примере вычисления модифицированной функции Бесселя второго рода $K_{i\beta}(x)$ показаны преимущества этой модификации по сравнению с другими вариантами Тау метода.

Предложена вычислительная схема применения Тау метода для решения систем линейных дифференциальных уравнений второго порядка с полиномиальными коэффициентами. Получены рекуррентные формулы [1] для коэффициентов канонических вектор-полиномов, удобные для проведения вычислений. Настоящая схема интегральной формы Тау метода может быть использована для получения полиномиальных приближений гипергеометрической, конфлюентной гипергеометрической функции первого рода с комплексными параметрами и модифицированной функции Бесселя второго рода комплексного порядка $K_{\alpha+i\beta}(x)$. Для случая $\alpha = \frac{1}{2}$ в [2] показано, что область изменения параметра β для проведения эффективных и устойчивых вычислений может быть значительно расширена.

Список литературы

[1] J. M. Rappoport, “Canonical vector-polynomials at computation of Bessel functions of complex order”, *Comput. Math. Appl.*, **41**:3/4 (2001), 399–406.

[2] B. R. Fabijonas, D. W. Lozier, J. M. Rappoport, “Algorithms and codes for the Macdonald function: Recent progress and comparisons”, *J. Comput. Appl. Math.*, **161**:1 (2003), 179–192.