Система Дирака с негладким потенциалом

А. М. Савчук, А. А. Шкаликов

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова

Мы изучаем оператор Дирака L_P, порожденный в пространстве $H = L_2[0,\pi] \oplus L_2[0,\pi] \ni \mathbf{y}$ дифференциальным выражением

$$\ell_P(\mathbf{y}) = B\mathbf{y}' + P\mathbf{y}, \quad \text{где}$$
$$B = \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}, \qquad P(x) = \begin{pmatrix} p_1(x) & p_2(x) \\ p_3(x) & p_4(x) \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{y}(x) = \begin{pmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \end{pmatrix}.$$

Функции p_j, $j = 1, 2, 3, 4$, предполагаются суммируемыми на отрезке $[0,\pi]$ и комплекснозначными. Краевые условия имеют вид

$$U(\mathbf{y}) = C\mathbf{y}(0) + D\mathbf{y}(\pi) = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{13} & u_{14} \\ u_{23} & u_{24} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1(\pi) \\ y_2(\pi) \end{pmatrix}.$$

При этом строки матрицы

$$\mathcal{U} := (C,\, D) = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & u_{14} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & u_{24} \end{pmatrix}$$

мы считаем линейно независимыми. Оператор $L_{P,U}$, порожденный дифференциальным выражением ℓ_P и такими краевыми условиями является регулярным по Биркгофу, если определители матриц

$$\begin{pmatrix} u_{11} & u_{14} \\ u_{21} & u_{24} \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} u_{12} & u_{13} \\ u_{22} & u_{23} \end{pmatrix}$$

отличны от нуля.

Основными результатами являются теоремы об асимптотическом поведении собственных значений и собственных функций таких операторов и теорема о базисности Рисса системы собственных и присоединенных функций (в случае, когда краевые условия не являются сильно регулярными, имеет место базисность Рисса из двумерных подпространств). При этом остаточные члены в асимптотических формула зависят от пространства, в котором лежит потенциал. Мы рассмотрим случаи $P \in L_\nu[0,\pi]$, $\nu \in [1,2]$, и случай пространств Бесова $P \in B^\theta_{1,\infty}[0,\pi]$, $\theta \in (0,1)$. Доклад основан на результатах работы [1].

Список литературы

[1] A. M. Savchuk, A. A. Shkalikov, “The Dirac Operator with Complex–Valued Summable Potential”, *Math. Notes*, **96**:5 (2014), 3–36.