

# О спектре задачи Штурма–Лиувилля с весом-мультипликатором из пространства Соболева с отрицательным индексом гладкости

И. А. Шейпак, Ю. В. Тихонов

*Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова*

Изучаются спектральные свойства задачи

$$\begin{aligned} -y'' &= \lambda \rho y, \\ y(0) &= y(1) = 0, \end{aligned}$$

с весом  $\rho$  из пространства  $\mathcal{M}$ , где  $\mathcal{M}$  — мультипликаторы из пространства  $\mathring{W}_2^1[0; 1]$  в  $\mathring{W}_2^{-1}[0; 1]$ .

Получено точное описание класса дискретных самоподобных мультипликаторов из  $\mathcal{M}$ , которые являются обобщенными производными кусочно-постоянных самоподобных функций. Основные свойства кусочно-постоянных самоподобных функций определяется параметрами самоподобия  $a$  и  $d$  ( $0 < a < 1$ ,  $d > 0$  — горизонтальное и вертикальное масштабирования соответственно). Доказано, что  $\rho \in \mathcal{M}$  в том и только том случае, когда  $ad \leq 1$ .

Установлено, что при  $ad < 1$  спектральная задача имеет чисто дискретный спектр, получены асимптотические формулы для собственных значений.

При  $ad = 1$  задача имеет непрерывный спектр, заполняющий отрезок.

Работа одного из авторов поддержана грантами РФФИ № 13-01-00705 и № 13-01-12476, другого — РНФ № 14-11-00754.